Tập hợp và Ánh xạ

TS. Nguyễn Thị Phương Trâm

Email: ntptram@hcmuaf.edu.vn

GIỚI THIỆU TẬP HỢP

- Tập hợp (Set) là cấu trúc rời rạc cơ bản → các cấu trúc rời rạc khác
- Mục đích:
  - nhóm (group) các đối tượng lại với nhau
  - Các đối tượng thường có tính chất tương tự nhau
- Ví dụ:
  - Các sinh viên trong lớp Toán Rời Rạc.
  - Các con cọp thích ăn chay.
  - N là tập hợp các số tự nhiên. Z là tập hợp các số nguyên.

Khái niệm tập hợp

- Tập hợp được dùng để chỉ một nhóm các đối tượng (được gọi là các phần tử của tập hợp) thỏa mãn một tính chất nào đó.
- Các đối tượng trong tập hợp:
  - phần tử, hoặc
  - thành viên/thành phần

    (elements, members).

Khái niệm tập hợp

- Ký hiệu:
  - ✓ Tập hợp ký hiệu bằng một chữ cái in hoa: A, B, C …
  - ✓ Phần tử ký hiệu bởi chữ thường a, b, x, y, ...
  - ✓ Khi x là một phần tử thuộc về tập hợp A, ta viết $x \in A$.
  - ✓ Nếu x không là một phần tử của tập hợp A, ta viết $x \notin A$
- Ví dụ:
  - Tập hợp các học sinh trong một lớp học.
  - N là tập hợp các số tự nhiên. Z là tập hợp các số nguyên.

Cách xác định một tập hợp

1. Liệt kê: Ta liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp giữa 2 ký hiệu ngoặc { và }

   – Ví dụ: $A = \{ a, b, c \}$ $B = \{ 0, 1 \}$

2. Nêu tính chất hay đặc trưng của phần tử: Tính chất của các phần tử được thể hiện bằng một vị từ p(x) theo biến $x \in U$.

   Khi đó ta viết tập hợp $A = \{ x \in U : p(x) \}$, trong đó U là tập vũ trụ

   Hay $A = \{ x : p(x) \}$, trong đó hiểu ngầm tập vũ trụ U

Cách xác định một tập hợp

– Ví dụ:

- Tập hợp các số nguyên tố

  $A = \{ n \in N : n \text{ là số nguyên tố} \}$

- Tập hợp các nghiệm của pt $x^2 - 2x + 1 = 0$?

  $X = \{ x \in R : x^2 - 2x + 1 = 0 \}$

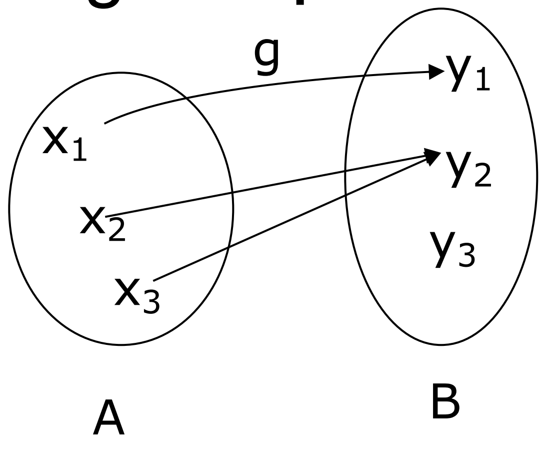
Cách xác định một tập hợp

- Cách xác định tập hợp dưới dạng ảnh của một tập hợp khác A’ qua một phép tương ứng f mà với mỗi x $\in$ A’ ta có một phần tử tương ứng f(x) duy nhất trong U. Khi ấy ta viết

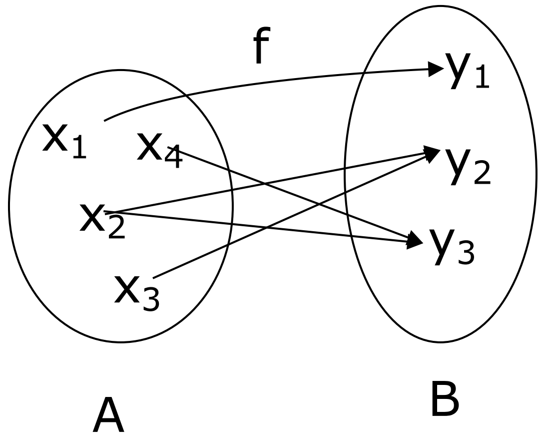
$$A = \{\, f(x) : x \in A' \,\} \,/.$$

$$f : A \to B$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

- Phép tương ứng f được nói trên đây chính là một ánh xạ.



g: có phải là ánh xạ?



f có phải là ánh xạ?

Cách xác định một tập hợp

- Ví dụ:
  - $A = \{ n^2 : n \in N \} = \{ 0, 1, 4, 9, 16, \ldots \}$
  - $B = \{ (2n+1)^2 : n \in N \} = \{ 1, 9, 25, 49, \ldots \}$
  - Dựa vào A, B. Hãy vẽ dưới dạng ảnh (ánh xạ) của 2 tập hợp A và B??

Tập hợp rỗng, Tập hợp bằng nhau

- **Tập hợp rỗng:** là tập hợp không có phần tử nào, ký hiệu là $\varnothing$.
- **Tập hợp bằng nhau:** Hai tập hợp A và B được gọi là *bằng nhau* khi chúng có cùng các phần tử, tức là mỗi phần tử thuộc A đều là phần tử thuộc B và ngược lại. Ký hiệu: A = B

$$A = B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \leftrightarrow x \in B)$$

Tập hợp rỗng, Tập hợp bằng nhau

- **Ví dụ 1:**

  $\{1,4,5\} = \{4,1,5\}$

  $\{1,3,5,5,1\} = \{1,3,5\}$

- **Ví dụ 2:**
  - $A = \{1, 2\}$
  - $B = \{x \in R : x^2 - 3x + 2 = 0\}$

Tập hợp con

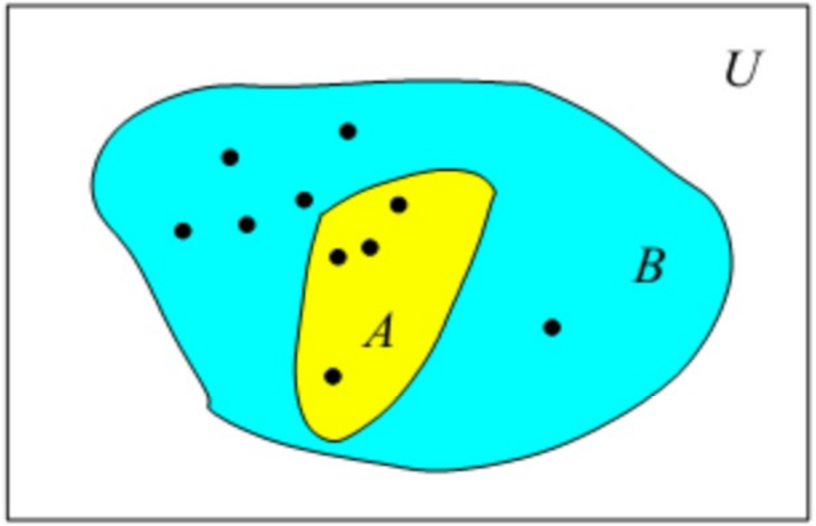
- Tập A là tập hợp con *(bao hàm trong)* của tập hợp B nếu mỗi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B. Hay:

  $\forall x \in U, (x \in A \Rightarrow x \in B)$

- Kí hiệu: $A \subseteq B$
- Nếu $A \neq B$ và A là tập con của B thì $A \subset B$. Ta cũng nói B bao hàm (chứa) A, và viết là: $A \subset B$ (hay $B \supset A$)
- Ví dụ:

  $\{1,3,5,5,1\} \subseteq \{1,3,5\}$

  $\{a, b, c\} \subset \{a, x, y, b, d, c, e\}$



Tập hợp con

- **Ví dụ:**
  - $\{ 0, 1, 2 \} \subset \{ n \in N : n < 10 \}$
  - $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R} \subset \mathbf{C}$, trong đó
    - **N** là tập hợp các số tự nhiên,
    - **Z** là tập hợp các số nguyên,
    - **Q** là tập hợp các số hữu tỉ,
    - **R** là tập hợp các số thực,
    - **C** là tập hợp các số phức.

Tập hợp con

- **Tập hợp tất cả các tập hợp con (Tập luỹ thừa - Power set)** của S được ký hiệu là P(S). Như vậy, P(S) là một tập hợp mà mỗi phần tử của nó là một tập hợp con của S.
- Ký hiệu: P(S) hay 2^S .
- **Ví dụ:**

  Tập luỹ thừa của A = {1, 2} ?

  $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

Tập hợp con

- **Tính chất:**
  - $\varnothing \subset A$ và $A \subset A$, với mọi tập hợp A.
  - $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Leftrightarrow (A = B)$
  - $(A \subset B) \wedge (B \subset C) \Rightarrow (A \subset C)$
  - $X \subset Y \Rightarrow P(X) \subset P(Y)$
  - Nếu tập hợp S có n phần tử ($n \in \mathbf{N}$) thì tập hợp P(S) có 2^n phần tử.

Luyện tập

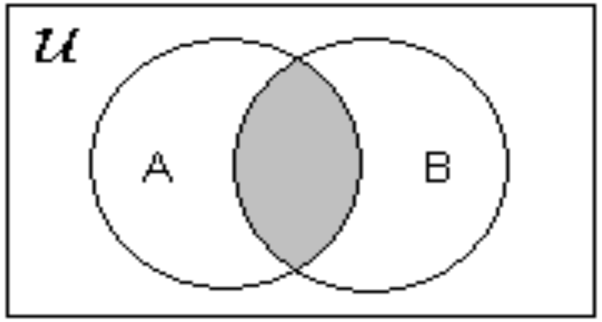
1. Cho trước tập hợp A = {1,2,3} và B = {1,3,5,7}. Hãy liệt kê tất cả các tập hợp vừa là tập con của A vừa là tập hợp con của B.
2. Xác định mối quan hệ giữa các tập hợp sau:

   a) A = {1,2,3} và B = {1,3,5,7}

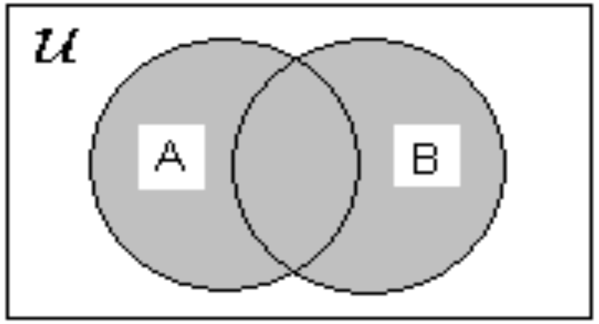
   b) A = {1,2,3} và B = {1,3,5,2,7}
3. Xác định tập hợp P({1,2,3})?

Các phép toán tập hợp

- *Giao* của 2 tập hợp A và B, ký hiệu là A $\cap$ B, là tập hợp gồm tất cả các phần tử thuộc cả A và B.
  $A \cap B = \{ x : (x \in A) \wedge (x \in B) \}$



- *Hội* của 2 tập hợp A và B, ký hiệu là A $\cup$ B, là tập hợp gồm tất cả các phần tử sao cho nó thuộc ít nhất một trong 2 tập A và B.
  $A \cup B, = \{ x : (x \in A) \vee (x \in B) \}$



Các phép toán tập hợp

- Bảng thuộc tính
  - Để chỉ một phần tử thuộc một tập hợp, dùng số 1
  - Để chỉ phần tử không thuộc một tập hợp, dùng 0

A	B	$A \cup B$	$B \cup A$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

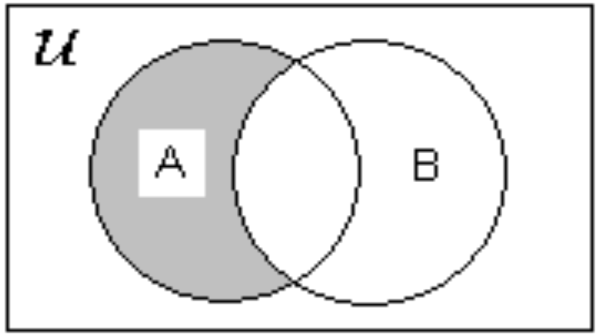
A	B	C	$(A \cup B) \cup C$	$A \cup (B \cup C)$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	1	1
0	0	0	0	0

Các phép toán tập hợp

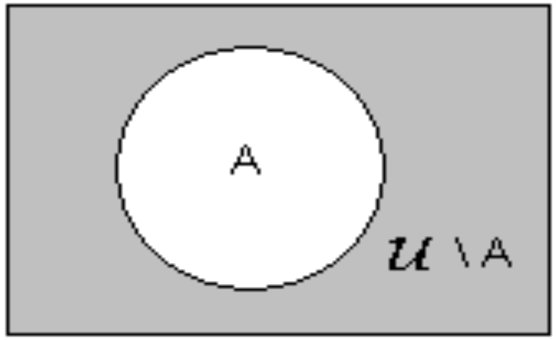
- Ví dụ: Cho 2 tập A = {1,3,5}, B = {1,2,3}, và C = {4,5}. Hãy xác định các yêu cầu sau:
  - $A \cap B =?$
  - $A \cup B =?$
  - $B \cap C =?$
  - $|A \square B| =?$
  - $|A \cup B| =?$
- Hai tập hợp được gọi là tách rời nhau (disjoint) nếu Intersection của chúng là ∅.

Các phép toán tập hợp

- *Hiệu* của 2 tập hợp A và B, ký hiệu bởi A \ B (hay A – B), là tập hợp gồm tất cả các phần tử của U sao cho nó thuộc tập A và không thuộc tập B.
  $A - B = \{ x : (x \in A) \wedge (x \notin B) \}$



- *Phần bù* của tập A (trong U), ký hiệu bởi A^c (hoặc $\bar{A}$) là tập hợp tất cả các phần tử của U mà không thuộc A.
  $A^c = U - A = \{ x : x \notin A \}$



Các phép toán tập hợp

- Ví dụ: A = {1,3,5} và B = {1,2,3}. Universal set U = $\{x | x \in Z^+ \land x < 10\}$. Hãy xác định các yêu cầu sau:
  - A - B =?
  - $\bar{A}$ =?

Các tính chất của các phép toán:

Tính giao hoán $A \cap B = B \cap A$ $A \cup B = B \cup A$	**Tính kết hợp** $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
Tính phân bố $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	**Luật De Morgan** $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
Phần tử trung hòa $A \cup \varnothing = A$ $A \cap U = A$	**Phần bù** $A \cup A^c = U$ $A \cap A^c = \varnothing$
Tính thống trị $A \cup U = U$ $A \cap \varnothing = \varnothing$	$(A^c)^c = A$

Chứng minh đẳng thức của tập hợp

- Ví dụ: chứng minh luật De Morgan $(A \cap B)^c = (A^c \cup B^c)$

$(A \cap B)^c = \{ x : x \notin A \cap B \}$

$= \{ x : \neg(x \in A \cap B) \}$

$= \{ x : \neg(x \in A \wedge x \in B) \}$

$= \{ x : \neg(x \in A) \vee \neg(x \in B) \}$

$= \{ x : (x \notin A) \vee (x \notin B) \}$

$= \{ x : (x \in A^c) \vee (x \in B^c \}$

$= \{ x : (x \in A^c \cup B^c) \}$

$= A^c \cup B^c$

Tập hợp có thứ tự

- Ordered n-tuples (n-bộ): $A = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$
  - a_1 là phần tử thứ NHẤT.
  - a_2 là phần tử thứ HAI.
  - …
  - a_n là phần tử thứ n.
- Nếu thay đổi thứ tự, A không còn là A

Tích Descartes của 2 tập hợp

- Cho 2 tập hợp A và B. Tích Descartes của tập hợp A và tập hợp B, được ký hiệu bởi **A x B**, là tập hợp gồm tất cả **các cặp (x, y)** sao cho $x \in A$ và $y \in B$.

$$A \times B = \{ (x, y) : x \in A \wedge y \in B \}$$

- Trong trường hợp B = A, ta ký hiệu A x B là A^2.

Ví dụ:

- A = { 1, 2 }, B = { a, b, c }
  A x B = { (1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c) }
- A = {0, 1}, A^2 = {0, 1} x {0, 1} = { (0,0), (0,1), (1,0), (1,1) }

Tích Descartes của nhiều tập hợp

- Cho n tập hợp $A_1, A_2, \ldots, A_n$ (n > 1). Tích Descartes của n tập hợp $A_1, A_2, \ldots, A_n$, được ký hiệu bởi $\mathbf{A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n}$, là tập hợp gồm tất cả các bộ n phần tử $\mathbf{(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$ với $\mathbf{x_i} \in \mathbf{A_i}$ với mọi i = 1, …, n.

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) | a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \ldots, a_n \in A_n\}$$

- Trường hợp $A_1 = A_2 = \ldots = A_n = A$ thì tập hợp tích $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ sẽ được viết là A^n.
- Ví dụ: A = {0,1}, B = {1, 2}, C = {0,1,2)

$$A \times B \times C = ?$$

Luyện tập

Cho các tập hợp:

A : Tập các sinh viên ở cách xa trường không quá 1km.

B : Tập các sinh viên đang trên đường tới trường học.

Hãy mô tả các tập hợp $A \cap B$; $A \cup B$; $A - B$; $B - A$.

BÀI TẬP

1. **Cho** $A = \{1,2,3,4,5\}$ **và** $B = \{0,3,6\}$**. Tìm:**

   a) $A \cup B$ **b)** $A \cap B$

   c) $A - B$ **d)** $B - A$

2. **Cho** $A = \{a,b,c,d,e\}$ **và** $B = \{a,b,c,d,e,f,g,h\}$**. Tìm:**

   a) $A \cup B$ **b)** $A \cap B$

   c) $A - B$ **d)** $B - A$

3. **Liệt kê tất cả các phần tử của** $A \times B \times C$**, với:**

   A={shirt, pull}, B={jean, trouser, sport}, C={yellow, blue}

Ánh Xạ

Định nghĩa ánh xạ

- Cho X và Y là các tập hợp $\neq \varnothing$. M ánh xạ f từ tập hợp X vào tập hợp Y là phép tương ứng mỗi phần tử $x \in X$ với một phần tử duy nhất $y \in Y$ tương ứng mà ta ký hiệu là f(x) và gọi là ảnh của x.

  Ta viết $f : X \to Y$

  $$x \to y = f(x)$$

- Ví dụ: $f : R \to R$

  $$x \to y = 2x^2$$

  Hay $f(x) = 2x^2$

Định nghĩa ánh xạ

- Hai ánh xạ f và g từ X vào Y được gọi là bằng nhau khi ta có: $\forall x \in X : f(x) = g(x)$
- Ví dụ: Cho 2 ánh xạ:

$$f : R \to [-1, 1]$$
$$x \mapsto f(x) = \cos(x)$$
$$\mathrm{g} : R \to [-1, 1]$$
$$x \mapsto g(x) = \cos(x + 2\pi)$$

Ta có: $\forall x \in R$, $\cos(x) = \cos(x+2\pi)$. Vậy f = g

Cách xác định một ánh xạ

- Ta có thể xác định ánh xạ f từ X vào Y bằng nhiều cách,
  - Liệt kê tất cả các ảnh của từng phần tử của X,
  - Cho một công thức để xác định ảnh f(x) của mỗi phần tử x,
  - Đưa ra một thủ tục xác định để tính ra (hay tìm ra) được phần tử f(x) ứng với mỗi phần tử $x \in X$.
- Ví dụ:
  - $f : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ xác định bởi $f(n) = 2(n+1)$.
  - $g : \{0,1\}^2 \to \{a, b, c\}$ cho bởi $g(0,0) = g(0,1) = a$, $g(1,0) = b$, $g(1,1) = c$.

Ảnh của một tập

- Cho f là một ánh xạ từ X vào Y. Giả sử A là một tập hợp con của X. **Ảnh của tập A qua ánh xạ f,** ký hiệu bởi **f(A)**, là tập hợp con của Y gồm ***tất cả những phần tử*** y sao cho y ***là ảnh của ít nhất một phần tử x thuộc A***.

$$f(A) = \{ y \in Y : y = f(x), x \in A \}$$

- **Ví dụ:**
  Cho ánh xạ f : **Z** (số nguyên) $\rightarrow$ **N** (số tự nhiên) xác định bởi

$$f(n) = n^2+1.$$

Đặt A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3},
Ta có : f(A) = { 1, 2, 5, 10}

Ảnh ngược (hay tạo ảnh) của một tập hợp

- Cho f là một ánh xạ từ X vào Y. Giả sử B là một tập hợp con của Y. Ảnh ngược của tập B bởi ánh xạ f, ký hiệu là $f^{-1}(B)$, là tập hợp con của X gồm tất cả những phần tử x sao cho f(x) thuộc B.

$$f^{-1}(B) = \{ x \in X : f(x) \in B \}$$

- Trong trường hợp tập B chỉ có một phần tử y thì ảnh ngược của B sẽ được viết vắn tắt là $f^{-1}(y)$.
- Chú ý: Tập B luôn có A là tập nghịch ảnh. Nhưng một phần tử nào đó của B có thể không có tập nghịch ảnh nào.

Ảnh ngược (hay tạo ảnh) của một tập hợp

- Ví dụ: Cho ánh xạ f : **Z** → **N** xác định bởi $f(n) = n^2+1$.

  Ta có: $f^{-1}(2) = \{ -1, 1 \}$, $f^{-1}(0) = \varnothing$, $f^{-1}(1) = \{ 0 \}$

  Đặt $B = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$. Ta có : $f^{-1}(B) = \{ -1, 0, 1, -2, 2 \}$

- Ví dụ: Cho ánh xạ $$\begin{aligned} f : R &\to R \\ x &\mapsto f(x) = 2x + 1 \end{aligned}$$

  Xác định f(A), $f^{-1}(A)$ trong các trường hợp

  a) $A = \{2, 3\}$; b) $A=\{-3, -2, 2, 3\}$ c) $A = \{1, 5\}$

  Giải: ??????

Ảnh ngược (hay tạo ảnh) của một tập hợp

- Ví dụ: Cho ánh xạ

$$f: \mathrm{R} \to \mathrm{R}$$
$$\mathrm{x} \mapsto \mathrm{f(x)} = x^2 - 5$$

a) Xác định f(A) trong các trường hợp

A = {-1, 4}; A={-3, -2, 0, 1}

b) Xác định f^{-1}(A) trong các trường hợp:

A={0,5}; A={-1, 0,4}

Giải: ?????

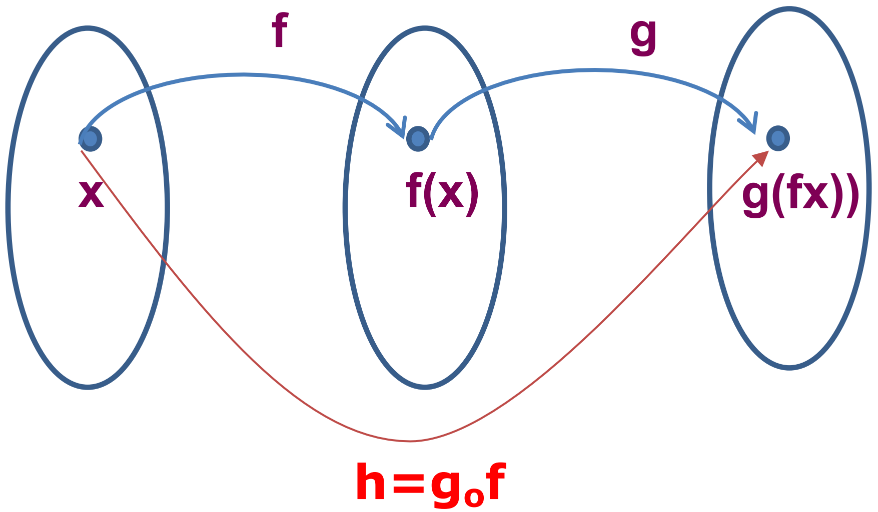
Ánh xạ hợp

- Cho 2 ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$
- Ánh xạ hợp h của f và g là ánh xạ từ X vào Z xác định bởi:

  $h : X \to Z$

  $x \to h(x) = g(f(x))$

  Ta viết $h = g \circ f$



- Ví dụ:

  $f : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ xác định bởi $f(n) = n^2+1$

  $g : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ xác định bởi $g(n) = 3n$

  Khi đó $g \circ f : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ xác định bởi $g(f(n)) = g(n^2+1) = 3(n^2+1)$

Ánh xạ hợp

- Ví dụ: Cho 2 ánh xạ:

$$f : R \to R$$
$$x \mapsto f(x) = x\cos(x+1)$$
$$g : R \to R$$
$$x \mapsto g(x) = 2x - 3$$

Ánh xạ hợp h=g∘f:

$$R \to R$$
$$x \mapsto h(x)$$

- Xác định ánh xạ hợp của h

Giải: ?????

Các ánh xạ đặc biệt – *Đơn ánh*

- Ánh xạ $f : X \to Y$ được gọi là một đơn ánh khi các ảnh của 2 phần tử khác nhau tùy ý thì khác nhau,

  hay $\forall x, x' \in X, x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$

  hay $\forall x, x' \in X, f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$

- Ví dụ

  Ánh xạ $f : \mathbf{Z} \to \mathbf{N}$ xác định bởi $f(n) = n^2+1$ không là một đơn ánh vì $f(-1) = f(1) = 2$ mà $-1 \neq 1$.

  Ánh xạ $f : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ xác định bởi $f(n) = n^2+1$ là một đơn ánh vì ta có thể thấy rằng $\forall n, n' \in \mathbf{N}$ ta có: nếu $f(n) = f(n')$ thì $n = n'$.

Các ánh xạ đặc biệt – *Toàn ánh*

- Ánh xạ f : X → Y được gọi là một toàn ánh khi mọi phần tử của Y đều là ảnh của **ít nhất một** phần tử x thuộc X, nghĩa là f(X) = Y.
- Ví dụ:

  Ánh xạ f: **R → R** xác định bởi f(x) = 2x + 1 vì với mọi số thực y thì phương trình 2x + 1= y có nghiệm thực x = $\frac{y-1}{2}$

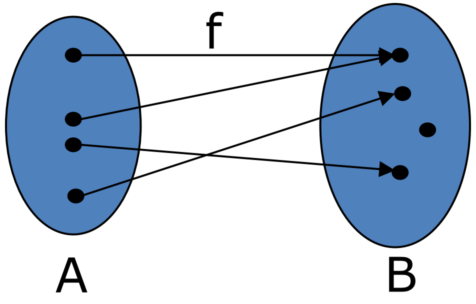
  Ánh xạ f : **Z → N** xác định bởi f(n) = n^2+1 không là một toàn ánh vì chọn y = 0, ta có y = f(n) = n^2+1 = 0 không có nghiệm nguyên, nên y = 0 không là ảnh của phần tử nào

Các ánh xạ đặc biệt – *Song ánh*

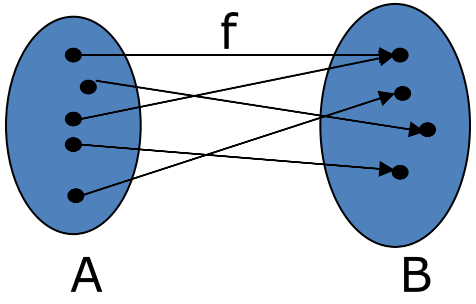
- Ánh xạ $f : X \to Y$ được gọi là một song ánh khi nó **vừa là đơn ánh vừa là toàn ánh**. Khi ấy với mỗi $y \in Y$, có duy nhất phần tử $x \in X$ sao cho $f(x) = y$.
- Khi đó phép tương ứng liên kết y với x sẽ cho ta một ánh xạ từ Y vào X. Ta gọi ánh xạ này là **ánh xạ ngược** của f và ký hiệu là f^{-1}. Vậy ta có $f^{-1} : Y \to X$, xác định bởi $f^{-1}(y) = x$, với $f(x) = y$.

Các ánh xạ đặc biệt – *Song ánh*

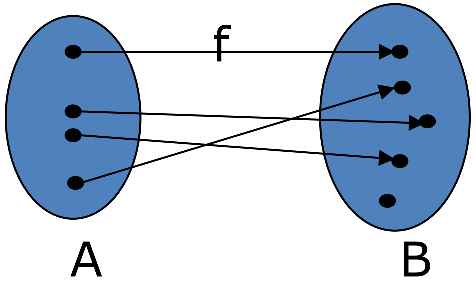
- Ví dụ: Cho a và b là 2 số thực tùy ý và $a \neq 0$.
  Ánh xạ f: **R** $\to$ **R** xác định bởi f(x) = a.x+b là một song ánh vì với mọi số thực y thì phương trình ax + b = y có nghiệm thực x duy nhất là x = (y-b) / a.
  Từ đó ta cũng có ánh xạ ngược được xác định bởi $f^{-1}(y) = (y-b) / a$.



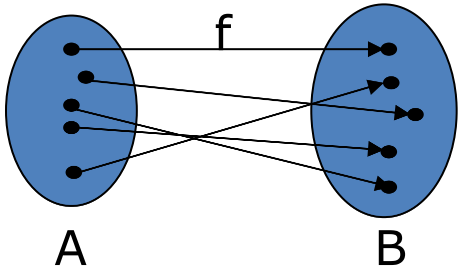
f không đơn ánh, không toàn ánh



f Toàn ánh, không đơn ánh



f đơn ánh, không toàn ánh



f: Toàn ánh, đơn ánh nên f song ánh

Các ánh xạ đặc biệt

- Để chứng minh f: A $\rightarrow$ B là toàn ánh, ta chứng minh mệnh đề sau là hằng đúng:

$$\forall y \in B\ \exists x \in A,\ y = f(x)$$

- Để chứng minh f: A $\rightarrow$ B không là toàn ánh, ta chứng minh mệnh đề sau là hằng đúng:

$$\exists y \in B\ \forall x \in A,\ y \neq f(x)$$

- Để chứng minh f: A $\rightarrow$ B là đơn ánh, ta chứng minh mệnh đề sau là hằng đúng:

$$\forall x_1 \in A\ \forall x_2 \in A,\ x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

- Để chứng minh f: A $\rightarrow$ B không là đơn ánh, ta chứng minh mệnh đề sau là hằng đúng:

$$\exists x_1 \in A\ \exists x_2 \in A,\ x_1 \neq x_2 \land f(x_1) = f(x_2)$$

Các ánh xạ đặc biệt – Đồng nhất

Định nghĩa: Cho ánh xạ

$$id_A : A \to A$$
$$x \mapsto f(x) = x$$

id_A gọi là ánh xạ đồng nhất trên A

Một số tính chất

Mệnh đề 1: Cho $f : X \to Y$. Giả sử A, B là các tập con của X và C, D là các tập con của Y. Khi đó ta có:

$f(f^{-1}(C)) = C \cap f(X)$

$f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

$f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$

$f(A - B) \subset f(A) - f(B)$

$f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$

$f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$

$f^{-1}(A - B) = f^{-1}(A) - f^{-1}(B)$

Một số tính chất

Mệnh đề 2:

Cho $f : X \to Y$ là một song ánh.
Khi đó ánh xạ ngược $f^{-1}: Y \to X$ cũng là một song ánh và ta có:

$$(f^{-1})^{-1} = f$$

$$f^{-1} \circ f = I_d X,$$

$$\text{và } f \circ f^{-1} = I_d Y$$

với $I_d X$ là ánh xạ đồng nhất của tập X, $I_d Y$ là ánh xạ đồng nhất của tập Y

Một số tính chất

Mệnh đề 3:

Cho các ánh xạ $f : X \to Y$, $g : Y \to Z$. Đặt $h = g \circ f$. Ta có:

Nếu f và g đều là đơn ánh thì h cũng là đơn ánh.

Nếu f và g đều là toàn ánh thì h cũng là toàn ánh.

Nếu f và g đều là song ánh thì h cũng là song ánh. Hơn nữa $h^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

BÀI TẬP

Với mỗi ánh xạ $f : Z \rightarrow Z$ dưới đây, xét xem có phải là đơn ánh, toàn ánh, song ánh không?

a) $f(x) = x + 7$

b) $f(x) = 2x – 3$

c) $f(x) = - x +5$

d) $f(x)=x^2$

e) $f(x) = x^2 + x$

f) $f(x) = x^3$

Giải:?????