

```

private int p;
public void power (int x, int n){
    if (x != 0) {
        p = 1;
        while (n != 0) {
            if (n % 2 != 0) p *= x;
            n /= 2; x *= x;
        }
    } else p = 0;
}

```

$$\begin{aligned}
 Pre &\equiv \{ x = \overline{X} \wedge n = \overline{N} \wedge x \geq 0 \wedge n \geq 0 \} \\
 Pos &\equiv \{ p = \overline{X}^{\overline{N}} \} \\
 P &\equiv \{ x \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^{\overline{N}} = p \cdot x^n \} \\
 t &\equiv n
 \end{aligned}$$

### Teoremas

LOOP:

- 1.-  $Q \rightarrow P$
- 2.-  $P \wedge B \rightarrow wp(S, P)$
- 3.-  $P \wedge \neg B \rightarrow R$
- 4.-  $P \wedge B \rightarrow t \geq 0$
- 5.-  $P \wedge B \wedge t \leq T+1 \rightarrow wp(S, t \leq T)$

{Q}  
LOOP  
{R}

IF:

- 1.-  $Q \rightarrow \text{dom}(B)$
- 2.-  $Q \wedge B \rightarrow wp(S1, R)$
- 3.-  $Q \wedge \neg B \rightarrow wp(S2, R)$

{Q}  
IF  
{R}

Empezamos por el IF

$$B \equiv \{ x \neq 0 \}$$

$$S1 \equiv \left\{ \begin{array}{l} p = 1; \\ \text{while } (n \neq 0) \{ \\ \quad \text{if } (n \% 2 \neq 0) \quad p * = x; \\ \quad n /= 2; x * = x; \\ \} \end{array} \right. \quad S2 \equiv \{ p = 0; \}$$

1.-  $Q \rightarrow \text{dom}(B)$  como estamos en un lenguaje fuertemente tipado siempre se cumplirá

$$2.- \underline{Q \wedge B} \rightarrow \underline{wp(S1, P)}$$

$$\begin{aligned}
 Q &\equiv Pre \\
 Q \wedge B &\equiv \{ \overbrace{x = \overline{X} \wedge n = \overline{N} \wedge x \geq 0 \wedge n \geq 0}^Q \wedge \overbrace{x \neq 0}^B \} = \{ x = \overline{X} \wedge n = \overline{N} \wedge x \geq 0 \wedge n \geq 0 \} \\
 &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{Q_1}
 \end{aligned}$$

$$\bullet wp(S1, P)$$

Ahora necesitamos hacer la parte del while que esta dentro de S1  
antes de entrar al while

$$2.1. Q_1 \rightarrow P \quad // Q_1 \equiv Q \wedge B$$

$$\begin{aligned}
 wp(p = 1, P) &\equiv x \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^{\overline{N}} = 1 \cdot x^n \quad \text{Como tenemos que } x = \overline{X} \text{ y } n = \overline{N} \text{ entonces } \equiv \\
 &\equiv x \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \underbrace{x^n = x^n}_{\text{True}} \equiv x \geq 0 \wedge n \geq 0 \supset Q_1
 \end{aligned}$$

Como el conjunto de elementos de la  $wp(p = 1, P)$  es mas grande y  $Q_1 \subset P$  eso implica que  $Q_1 \rightarrow P$

$x > 0 \quad n > 0$ $x = \{1, 2, \dots\}$ $n = \{1, 2, \dots\}$	$x \geq 0 \quad n \geq 0$ $x = \{0, 1, 2, \dots\}$ $n = \{0, 1, 2, \dots\}$
---	---

$$2.2. P \wedge B \rightarrow wp(s, P)$$

$$2.2.1 U \equiv wp(n/=2; x \leftarrow x, P) \equiv (x \neq x) \geq 0 \wedge \frac{n}{2} \geq 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot (x \neq x)^{(N/2)} \equiv \\ \equiv x^2 \geq 0 \wedge n \geq 2 \wedge \overline{X}^N = p \cdot (x)^{\frac{N}{2}} \equiv x^2 \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^n$$

2.2.2 Aplicamos el leorema del IF (Teorema 4)

$$P \wedge \underbrace{n \neq 0}_{\text{B del while}} \rightarrow wp(p \leftarrow x, U)$$

2.2.2.1  $Q \rightarrow \text{dom}(B)$  se cumple siempre por ser un lenguaje altamente tipado

$$2.2.2.2 \quad \underbrace{P \wedge n \neq 0 \wedge n \neq 2 \neq 0}_{\uparrow \quad \uparrow} \rightarrow \underline{wp(p \leftarrow x, U)}$$

$$\bullet \quad wp(p \leftarrow x, x^2 \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^n) \equiv x^2 \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x \cdot x^n \equiv \\ \equiv x^2 \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^{n+1}$$

$$\bullet \quad x \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^n \wedge n \neq 0 \wedge \overbrace{n \neq 2 \neq 0}^{\text{impar}} \\ (n-1) \quad \quad \quad n \neq 2; x \leftarrow x;$$

$$\Rightarrow x \geq 0 \wedge n \geq 1 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^{(n-1)} \wedge (n-1) \neq 2 \neq 0 \equiv x^2 \geq 0 \wedge n \geq 2 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^{n-2}$$

dado que  $\bullet$  es un subconjunto de  $\bullet$  entonces  $\bullet \rightarrow \bullet$

2.2.2.3

$$\underline{P \wedge n \neq 0 \wedge n \neq 2 \neq 0} \Rightarrow \underline{wp(\text{null}, U)}$$

$$\bullet \quad wp(\text{null}, U) \equiv x^2 \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^n$$

$$\bullet \quad x \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^n \wedge n \neq 0 \wedge \overbrace{n \neq 2 \neq 0}^{\text{par}(n)} \equiv \\ \equiv x \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^n$$

dado que  $\bullet$  es un subconjunto de  $\bullet$  entonces  $\bullet \rightarrow \bullet$

$$2.3. \underline{P \wedge \neg B} \rightarrow \underline{R}$$

$$\bullet \quad R \equiv \{ p = \overline{X}^N \}$$

$$\bullet \quad P \wedge \neg B \equiv x \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^n \wedge n = 0 \equiv x \geq 0 \wedge n = 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot 1 \equiv$$

$$\equiv x \geq 0 \wedge n = 0 \wedge p = \overline{X}^N$$

dado que  $\bullet$  es  $\bullet$  entonces  $\bullet \rightarrow \bullet$

$$2.4. \underline{P \wedge B} \rightarrow \underline{t > 0}$$

$$\bullet \quad t > 0 \equiv n > 0$$

$$\bullet \quad x \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^n \wedge n \neq 0 \equiv x \geq 0 \wedge \underline{n > 0} \wedge \overline{X}^N = p \cdot x^n$$

dado que  $n > 0$  entonces  $t > 0$ .

$$2.5. \quad \underline{P \wedge B \wedge n \leq T+1} \rightarrow \underline{wp(s, n \leq T)}$$

$$\bullet \quad \frac{n}{2} \leq T$$

$$\bullet \quad x \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge \underline{\overline{x}^n} = p \cdot x^n \wedge n! = 0 \wedge n \leq T+1 \rightarrow$$

n puede llegar a ser igual a T+1, entonces substituímos

$$\rightarrow n > 0 \wedge n \leq T+1 \xrightarrow{\uparrow} \frac{n}{2} < n \wedge n \leq T+1 \rightarrow \frac{n}{2} < T+1 \xrightarrow{\uparrow} \frac{n}{2} \leq T$$

Como  $n > 0$  (positivo) siempre se cumplirá que  $\frac{n}{2} < n$  si le quitamos el '+1',  $\frac{n}{2}$  puede llegar a ser T

de esta forma hemos demostrado que  $\bullet \rightarrow \bullet$

ahora seguimos con la parte de el IF exterior

$$wp(s1, P) \equiv \underline{\overline{x}^n} = 1 \cdot x^n$$

$$Q \wedge B \equiv \underline{x = \overline{x} \wedge n = \overline{n} \wedge x \geq 0 \wedge n > 0 \wedge x! = 0}$$

Como  $x = \overline{x} \wedge n = \overline{n}$  entonces si substituímos  $\underline{x^n = x^n}$

$$3. \quad \underline{Q \wedge \neg B} \rightarrow \underline{wp(s2, P)}$$

$$\bullet \quad x = \overline{x} \wedge n = \overline{n} \wedge x \geq 0 \wedge n > 0 \wedge x = 0 \equiv x = \overline{x} \wedge n = \overline{n} \wedge \underline{x = 0 \wedge n > 0}$$

$$\bullet \quad \underline{\overline{x}^n} = 0 \cdot x^n \wedge x \geq 0 \wedge n > 0$$

si  $\underline{x = 0}$  y  $n > 0$  entonces  $\underline{\overline{x}^n} = 0$  se cumple entonces