

随机过程课程作业-Week3

56-丁力-202328015926048

2023 年 9 月 20 日

目录

| |
|------------|
| 1 随机过程及其分类 |
|------------|

| |
|---|
| 1 |
|---|

1 随机过程及其分类

题 1.1: 5

设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{4}{7}(1 + y + xy), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

试求随机变量 $Y(1 + X)$ 的密度函数。



解:

题 1.2: 6

设 X_1, X_2, X_3 为独立同分布的随机变量, 且服从标准正态分布。令:

$$Y = \frac{X_1 + X_2 X_3}{\sqrt{1 + X_3^2}}$$

(a) 试求随机变量 Y 的分布密度函数; (b) 试问有限个独立正态分布随机变量经过非线性变换是否可以服从正态分布?

证明.

□

题 1.3: 7

设 $\{\xi_n, n \geq 1\}$ 为独立同分布连续型随机变量序列, 令:

$$\tau = \min \{n : n \geq 2, \xi_n > \xi_1\}, \sigma = \min \left\{ n : n > m, \xi_n > \max_{1 \leq k \leq m} \{\xi_k\} \right\}$$

试回答以下问题: (a) 求随机变量 τ 的分布函数, 并确定随机变量 τ 的数学期望是否存在; (b) 求概率 $P\{\sigma > n\} (n \geq m + 1)$ 。



解:

题 1.4: 8

设 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ 与 η 为随机变量, $\eta \sim U[0, 1]$, 而 $\xi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 均以下述条件概率取 1 和 0 两个, 即: $P\{\xi_i = 1 \mid \eta = p\} = p, P\{\xi_i = 0 \mid \eta = p\} = 1 - p$; 并且条件独立, 即对于 $i = 1, 2, \dots, n$, 均有 $x_i = 0, 1$ 时, 有

$$P\{\xi_1 = x_1, \dots, \xi_n = x_n \mid \eta\} = P\{\xi_1 = x_1 \mid \eta\} \cdots P\{\xi_n = x_n \mid \eta\}$$

试回答以下问题: (a) 试求 $P\{\xi_1 = x_1, \dots, \xi_n = x_n\}$; (b) 试求随机变量 $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$ 的分布; (c) 试求条件分布 $P\{\eta \leq p \mid S_n = x\}$, 并求出密度函数, 其中: $x = x_1 + \dots + x_n$; (d) 试问分布 $P\{\eta \leq p \mid S_n = x_1 + \dots + x_n\}$ 与 $P\{\eta \leq p \mid \xi_1 = x_1, \dots, \xi_n = x_n\}$ 是否相同, 其中: $p \in (0, 1)$ 。