

模型预测控制(MPC)算法之一MAC算法

引言

随着自动驾驶技术以及机器人控制技术的不断发展及逐渐火热，模型预测控制(MPC)算法作为一种先进的控制算法，其应用范围与领域得到了进一步拓展与延伸。目前提出的模型预测控制算法主要有**基于非参数模型**的模型算法控制(MAC)和动态矩阵控制(DMC)，以及**基于参数模型**的广义预测控制(GPC)和广义预测几点配置控制(GPP)。

虽然模型预测控制算法的种类有多种，但始终离不开这三大要素[4]：

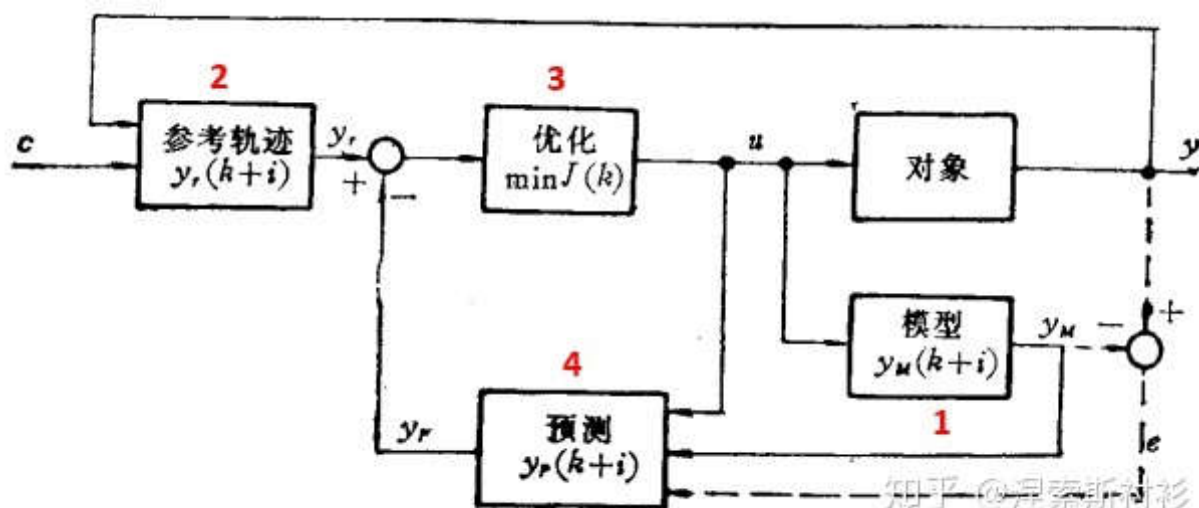
1. **预测模型**——对未来一段时间内的输出进行预测；
2. **滚动优化**——滚动进行有限时域在线优化(最优控制)；
3. **反馈校正**——通过预测误差反馈，修正预测模型，提高预测精度。

本篇以MAC算法作为开篇，对MPC算法的三大要素的流程进行分析，从而加深对模型预测控制算法的了解。



MAC算法

MAC作为一种非参数模型，以**系统脉冲响应**作为内部预测模型，通过过去与当前的输入输出状态，根据系统的预测模型来预测系统未来的输出状态。其开环预测和闭环预测的框图如下所示：



模型算法控制框图

通过上述框图可知，MAC算法主要由图中的四个模块所组成，各模块所代表的意义如下所示。当期望输入为 c 时，获取 k 时刻下的控制输入 $u(k)$ ，首先得经过模块(2)求取此时的参考输出 y_r ，并通过模块(1)求取模型输出 y_M ，通过闭环反馈校正(4)求取预测输出 y_p ，最终通过模块(3)算出此时的最优控制率 $u(k)$ 。注明：不讨论开环预测的情况。

1. 预测模型；
2. 参考轨迹；
3. 滚动优化；
4. 反馈校正；

一、预测模型

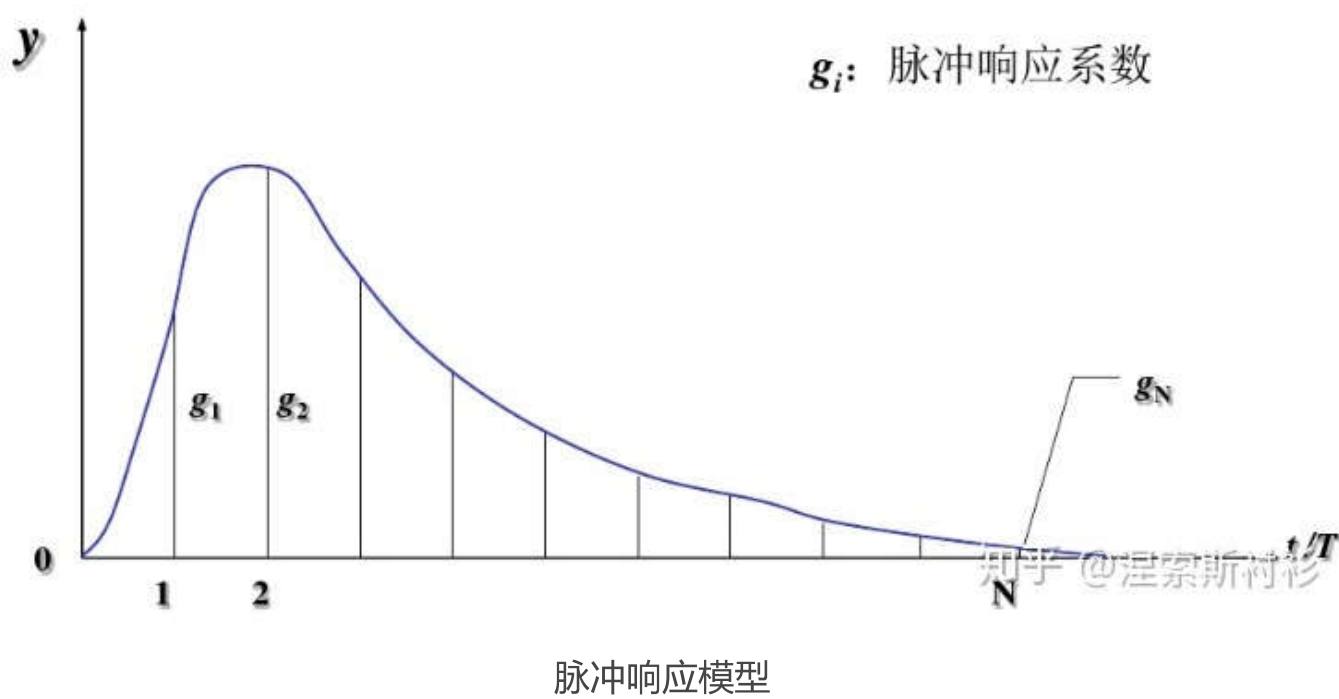
—— $y_M(k+i)$ 的求取



对于线性系统，若已知其单位脉冲响应的采样值 g_1, g_2, \dots, g_N ，则利用离散卷积公式，可知系统的预测模型描述可近似地用一个有限项卷积表示：

$$y_M(k+i) = \sum_{j=1}^N g_j * u(k+i-j) \dots (1)$$

其中， $y_M(k+i)$ 表示系统的模型预测输出； $u(k+i-j)$ 表示系统的控制输入； $G = [g_1, g_2, \dots, g_N]^T$ 表示系统的模型向量，可通过**系统辨识**的方法得到 [1]。



二、参考轨迹

—— $y_r(k+i)$ 的求取

在MAC中，控制系统的期望输出是由现时实际输出 $y(k)$ 出发且向设定值 y_{sp} 光滑过度的一条参考轨迹规定的。在 k 时刻的参考轨迹可由未来时刻的值 $y_r(k+i)$ ， $i = 1, 2, \dots$ ，来描述。其表征形式如下：



$$y_r(k+i) = (1 - \alpha^i)y_{sp} + \alpha^i y(k) - - - (2)$$

其中, $y_r(k+i)$ 为参考输出; α^i 为柔化系数, 且 $0 < \alpha^i < 1$ 。

三、滚动优化

———— $u(k+i)$ 的求取

若有《最优控制》的基础, 不难理解, 模型预测控制(MPC)的滚动优化问题实际上是以一定的**优化准则**来获取最优的控制输入 $u(k)$ 。不失一般性, 采用如下的优化准则:

$$\min J(k) = \sum_{i=1}^P q_i [(y_P(k+i) - y_r(k+i))]^2 + \sum_{j=1}^M r_j u^2(k+j-1) - - - (3)$$

其中, P 为优化时域; M 为控制时域, 一般有 $M < P$; q_i 为输出跟踪加权系数; r_j 为输入加权系数; $y_P(k+i)$ **为预测输出**。

不难发现, 若要根据上述的优化准则获取最优控制输入 $u(k)$, 还必须知道其预测输出 $y_P(k+i)$ 。因此, 针对 $y_P(k+i)$ 的求取, 引入了模型预测控制(MPC)的第三个要素——**反馈校正**。

四、反馈校正

———— $y_P(k+i)$ 的求取

以**闭环预测**为例, k 时刻系统的闭环预测输出可记为

$$y_P(k) = y_M(k) + h * e(k) - - - (4)$$

其中, $y_P(k) = [y_P(k+1), \dots, y_P(k+P)]^T$;

$h = [h_1, \dots, h_P]^T$, h 为反馈系数矩阵;



$$e(k) = y(k) - y_M(k) = y(k) - \sum_{j=1}^N g_j * u(k-j) - \dots (5)$$

五、最优控制率

由前面的分析可知，根据预测模型 (1)、参考轨迹 (2)、闭环预测 (4) 即可求解出性能指标 (3) 下的无约束MAC最优化控制率：

$$u_1(k) = (G_1^T Q G_1 + R)^{-1} G_1^T Q * [y_r(k) - G_2 u_2(k) - h e(k)] - \dots (6)$$

其中, $Q = \text{diag}(q, q_2, \dots, q_P)$, $R = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_M)$ 。

最优即时控制量为：

$$u(k) = d^T * [y_r(k) - G_2 u_2(k) - h e(k)] - \dots (7)$$

其中, $d^T = [1, 0 \dots 0](G_1^T Q G_1 + R)^{-1} G_1^T Q - \dots (8)$

小结

通过分析MAC算法的过程可以大致了解模型预测控制(MPC)的实现过程，但在具体设计时，还有一些设计细节需要注意，如控制时域、预测时域长度的选择，权重矩阵系数的调节等都是需要注意的。

