进阶课程㉕丨Apollo规划技术详解——Optimization Inside Motion Planning

知识点

敲黑板，本文需要学习的知识点有

动态规划　　离散空间

最优解　　EM算法

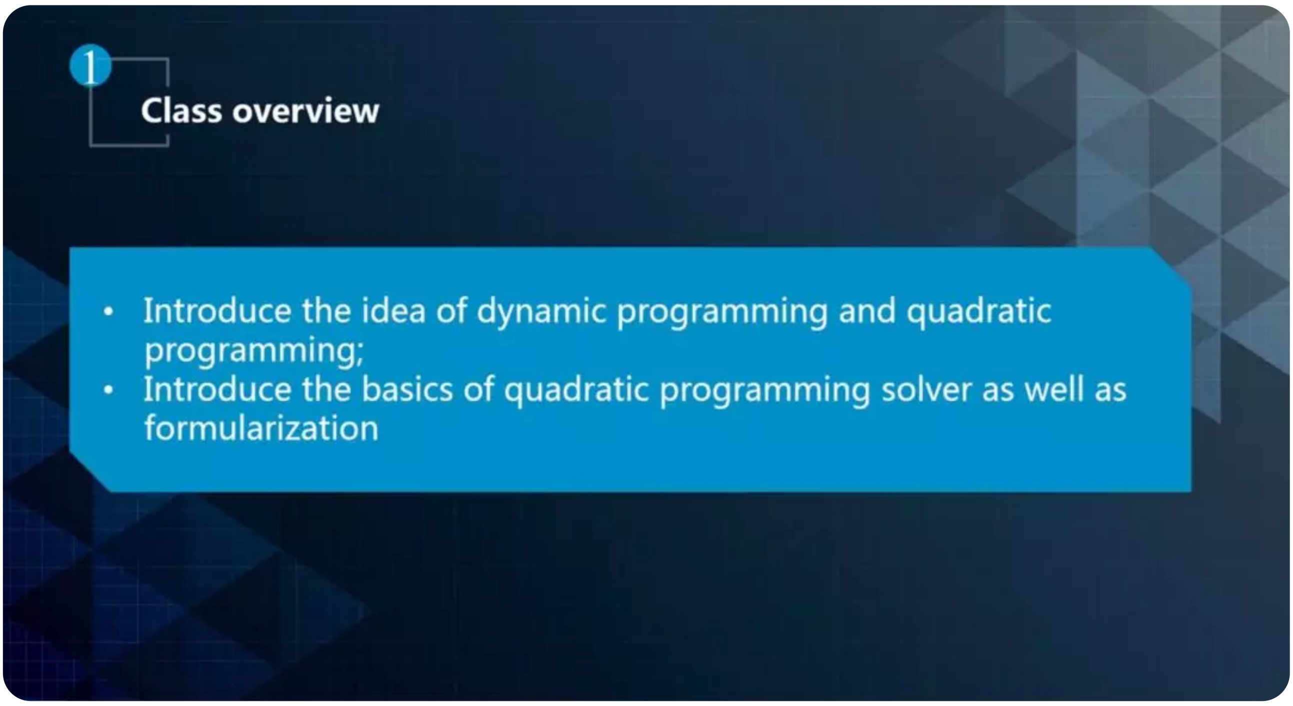
KKT　　启发式方法

在自动驾驶软件的开发中，**运动规划**是最核心的模块之一。它将综合**感知、定位和地图**等信息，规划出无人车未来一段时间（约10秒）的一系列动作指令（方向盘转角、油门、刹车等）。

运动规划的问题——**目标函数（objective function）和约束（constraint）。**运动规划的最终目的就是找出一条最优的运动轨迹，使其能够最小化（或者最大化）目标函数，并且不违背任何约束。

以下，ENJOY

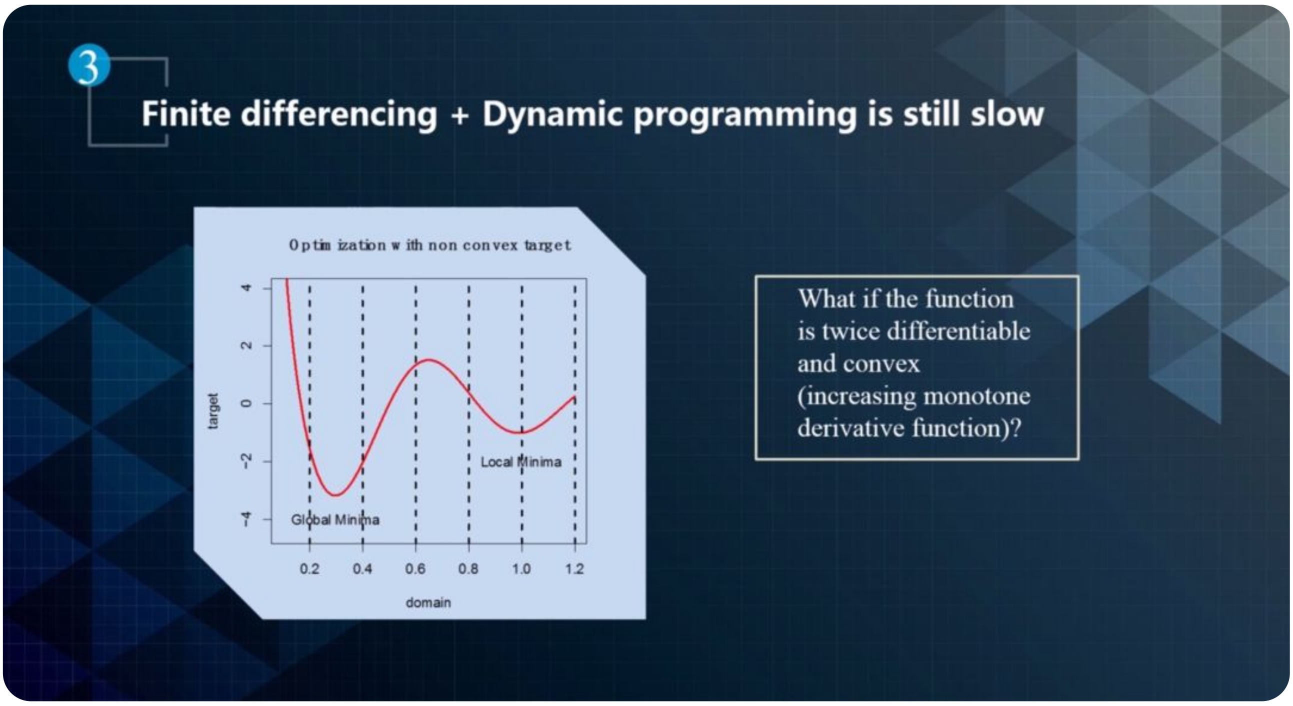
约束问题的核心有三点：第一是**目标函数的定义**，目标函数比较清晰，对于后面的求解更有帮助。第二是**约束**，比如路网约束、交规、动态约束等。第三是**约束问题的优化**，比如动态规划、二次规划等。本节主要介绍动态规划和二次规划的基本概念，以及二次规划问题的求解方法和形式化方法。



▲运动规划的概念

动态规划

动态规划通过类似于有限元的方式，把问题从连续空间抽象成离散空间，然后在离散空间中进行优化。虽然这种方法可以逼近连续空间中的最优解，但是计算复杂度很高。针对计算时间长的问题，可以使用牛顿方法进行优化，它的收敛次数是指数平方，也叫二次收敛。



▲二次规划算法

二次规划

二次规划算法的本质是牛顿法的 Taylor 展开，但是它的求解过程涉及更复杂的情况。因为二次规划方法并不一定是处理一维问题，可能涉及更高阶求导。在实践中，二阶导数基本可以满足问题需求。

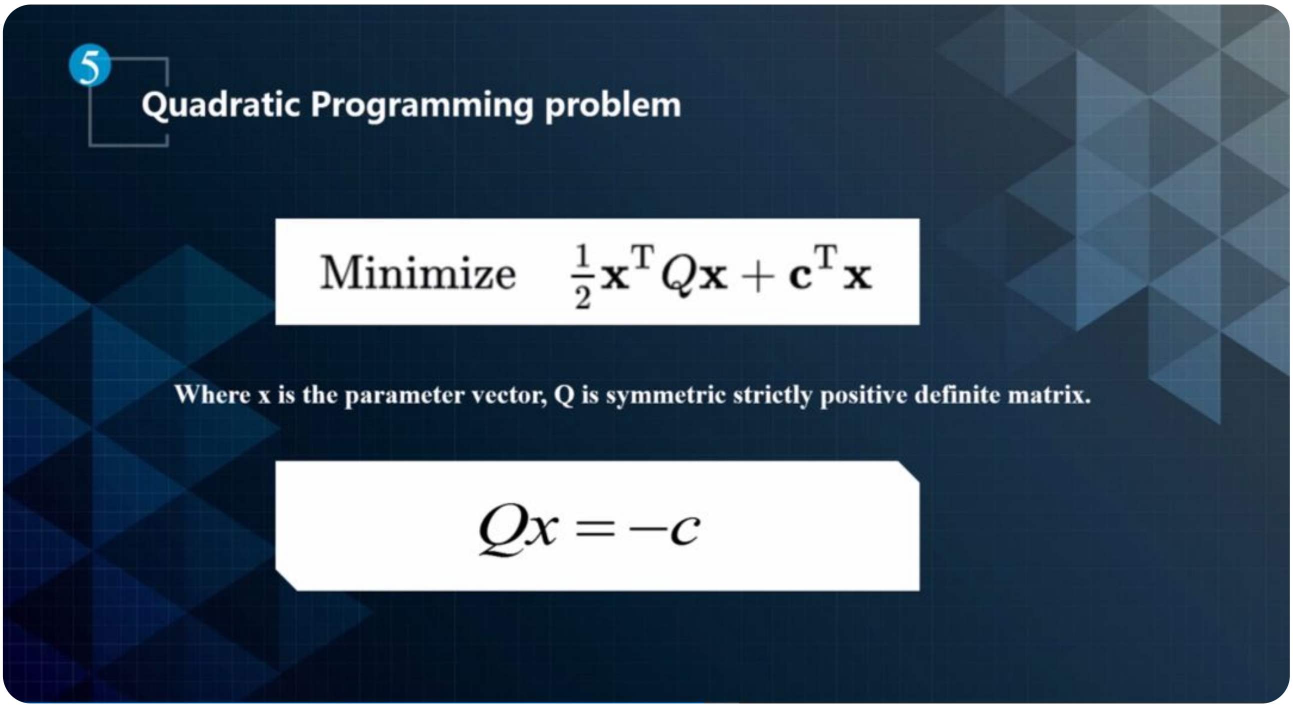
二次规划问题的求解方法

然而，牛顿法要求 locally convex 才能保证收敛，也就是导数是严格单调递增的。但是一般函数并没有这样的特性，动态规划或二次规划都无法获得全局最优解。为了解决这样的问题，通常使用**启发式搜索方法**。

首先通过**动态规划方式**对整个问题有一个粗浅的认识，然后通过**二次规划**进行细化。这种启发式搜索方法也是目前百度 Apollo 的 EM 算法的核心思想。这种方法和人开车的过程是一样的，通常驾驶员会先形成一个大概的指导思想，指明往什么方向开，然后再规划一条最优路径。

决策问题是一个离散空间中的优化问题，它的决定是什么？可以通过动态规划对整个空间先形成一个粗浅的认识，然后以此为启发，用二次规划求最优解。

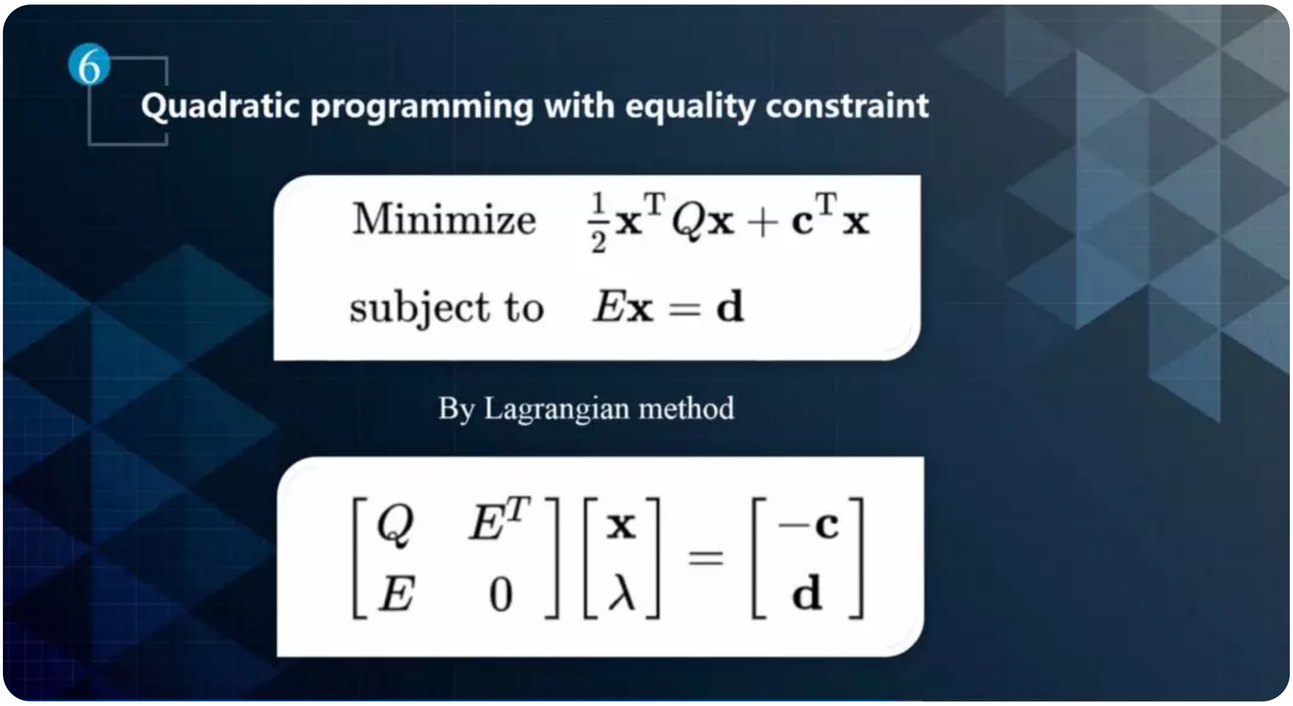
一般来说，二次规划问题会写成一个二次函数，如下图所示。



▲二次规划问题函数表达式

其中，**X** 是向量参数，**Q** 是一个对称的正定矩阵，$c^T x$ 是偏差项。对于这种没有约束的二次规划问题，只需要求导数等于0的那个点，使得 Qx=-C ，即可求解二次规划问题。这是一个线性方程组，它的求解速度是 O（N3）。

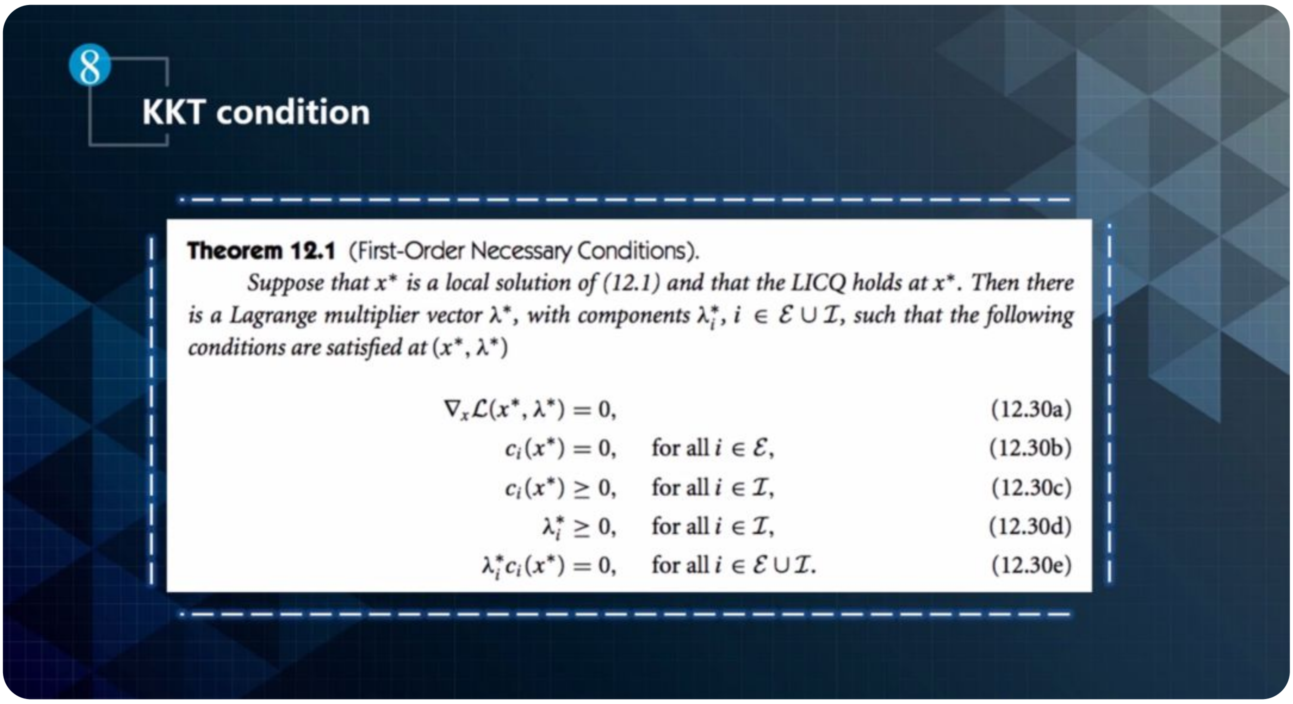
对于带约束的二次规划问题，情况就相对复杂一点，如下图所示。



▲带约束的二次规划问题函数表达式

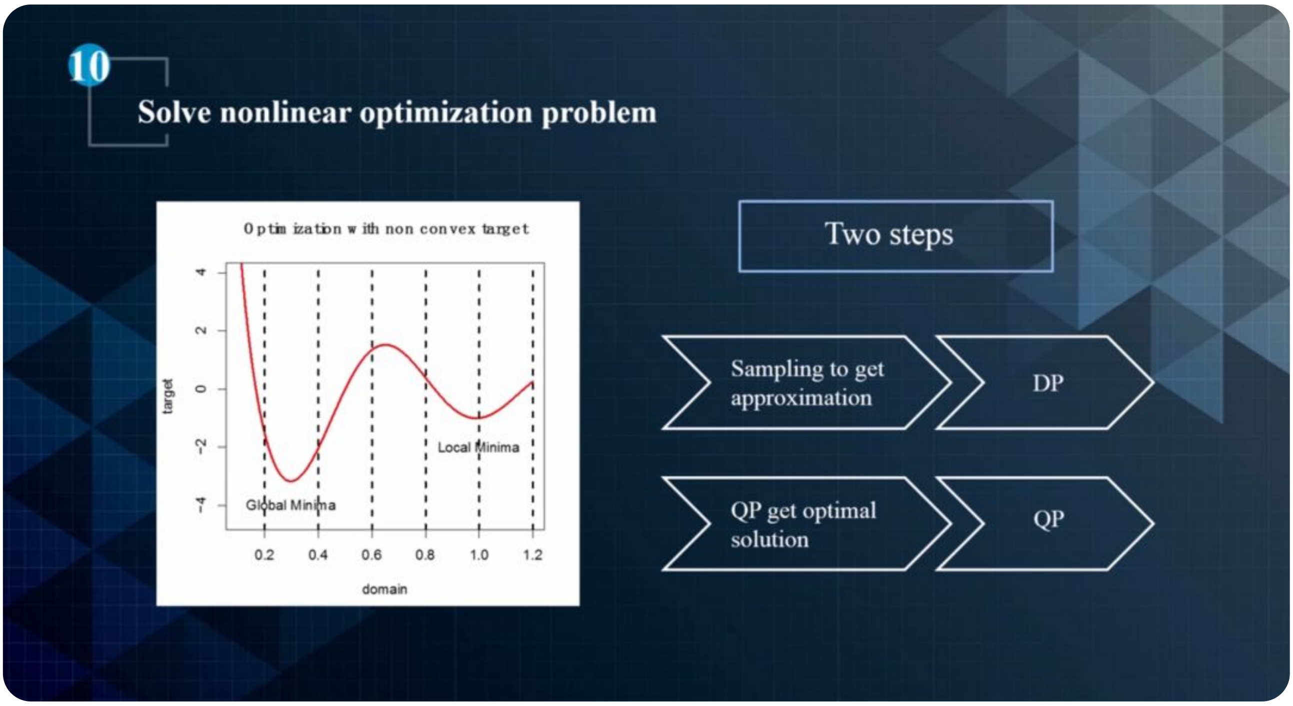
这种情况可以有很多种解法，其中一种把限制条件放到上面的式子中，通过换元，变成一个全新的 QP 问题求解，但是这种方法很慢。另一种方法是 **Lagrangian method** ，通过增加松弛变量的方式去掉约束条件，变成一个可以解决的问题。

对于不等式的约束条件，如何去求解呢？可以使用 **active set method**，其主要出发点是最后解，可能落到边界上，如果真的是边界最优，不等式约束就可以转化为等式约束问题求解。有人总结出求解二次规划问题的方法 KKT，其主要思想如下图所示。



▲ **KKT条件**

总的来说，对于求解非线性优化问题（自动驾驶中的规划基本都是非线性的），通常就是用启发式方法来求解。先用动态规划给出一个粗略解，给出一个凸空间。然后用二次规划方法在凸空间里去寻找最优解，如下图所示。



▲求解非线性优化问题

END