

【自动驾驶】运动规划 | 轨迹规划 | 贝塞尔Bezier曲线

贝塞尔(Bezier)曲线由一组多边折线（特征多边形）的各个顶点唯一定义，只需要很少的控制点就能够生成较复杂的平滑曲线。该方法能够保证输入的控制点与生成的曲线之间的关系非常简洁、明确，并且可以很方便的改变曲线的形状和阶次。

几种Bezier曲线介绍

贝塞尔曲线分为几种，一般2阶、3阶、4阶，或者更高阶的比较少见到。

1. 一阶Bezier曲线：很显然是一条直线

$$B(t) = P_0 + (P_1 - P_0)t = (1-t)P_0 + tP_1, t \in [0, 1]$$

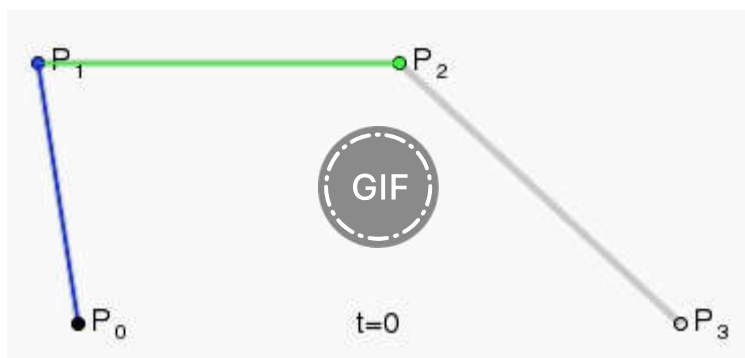
2. 二阶Bezier曲线：

$$B(t) = (1-t)^2 P_0 + 2t(1-t)P_1 + t^2 P_2, t \in [0, 1]$$

3. 三阶Bezier曲线：

$$B(t) = P_0 (1-t)^3 + 3P_1 t(1-t)^2 + 3P_2 t^2(1-t) + P_3 t^3, t \in [0, 1]$$



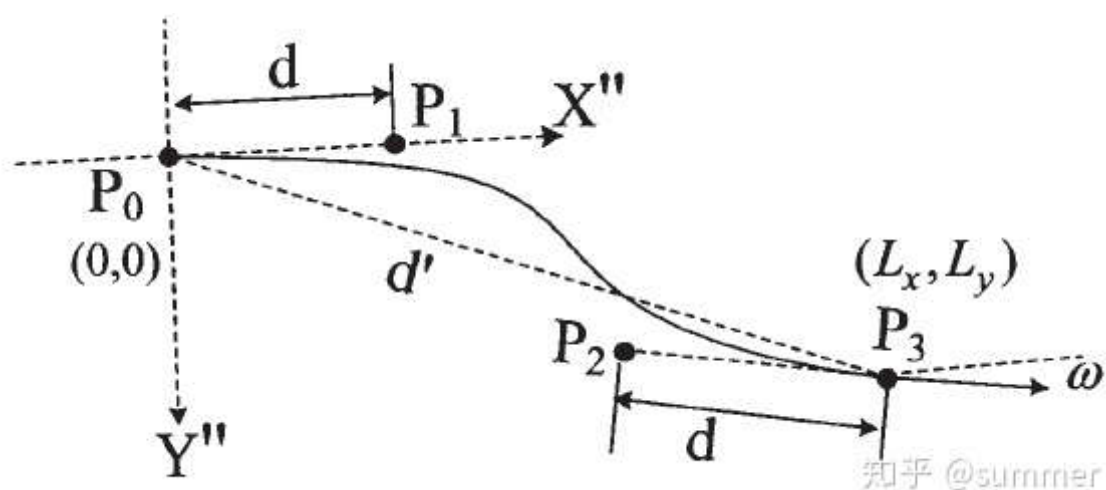


贝塞尔曲线具有众多特性，例如凸包性、对称性、几何不变性、仿射不变性、拟局部性，保证了生成曲线的平滑性、连续性和可控性。

三阶Bezier曲线的控制点确定

假设道路上已经有 $(n+1)$ 个采样点 $P_i (i=0, 1, \dots, n)$ ，需要在相邻的每两个点 $P(i)$ 和 $P(i+1)$ 之间，用一条3次Bezier曲线连接。即由4个点确定， P_0 为起点、 P_3 为终点，另外中间2个控制点 P_1 和 P_2 。

由四个控制点定义的平面三阶贝塞尔曲线可以形式化地表示为：



如图所示，在轨迹生成过程中，将目标车辆的中心点坐标作为起点 P_0 ，以目标车辆的驶意图为引导推理得到的目标点作为 P_3 ，其他两个控制点由车辆的

条件计算得到。

由于车辆在运动过程中无法进行原地滑动移动，所以生成的曲线需要满足起点方向约束。另外,在执行换道和转弯动作时，在终点处行驶轨迹要遵从道路结构化特征的约束，行驶轨迹的切线方向和道路的走势要相同，所以生成轨迹的终点需要满足终点方向约束。为了满足上述方向约束，P1和P2分别通过以起点坐标为起点沿起点航向向前移动距离d，以终点P3为起点沿终点航向的反方向向后移动距离d得到。

简单来说，考虑到车辆起止点速度方向的连续性，即要求曲线函数的一阶导数连续。

```
clear ;clc;
tic
%建立求径空间
figure('NumberTitle','off','Name','S-L图生成');
axis([-50,300,-40,40])
hold on
xlabel('x轴/纵向位移S');ylabel('y轴/横向位移L')
grid on;
%该部分决定了车辆切换不同轨迹的平滑程度
x0=0;    y0=0;    %车辆中心点
x1=50;   y1=0;    %水平采样的起点
plot([x0,x1],[y0,y1],'m','LineWidth',1)
%该部分的长度和车辆速度密切相关，速度越快，rolin部分应越长，使轨迹越平滑
x0=0;    y0=0;
x1=50;   y1=0;    %水平采样起点P0
x2=150;  y2=20    %平行采样起点P3
x3=200;  y3=y2
```



%确定3阶贝塞尔曲线(P_1-P_2)之间2个控制点A和B (即水平采样点)

$a=1/4$;

$Ax=x_1+a*(x_2-x_0)$

$Ay=y_1$

$b=1/4$;

$Bx=x_2-b*(x_3-x_1)$

$By=y_2$

% bezier3(p_0,p_1,p_2,p_3)四个控制参数点确定, 一阶导连续

bezier3([50,0],[Ax,Ay],[Bx,By],[150,20])

$x=150:50:300$;

$y=20$

$y=y'$

$y=y*\text{ones}(1,4)$

plot(x,y, 'm');

legend('轨迹曲线');

