

知 识 点	敲黑板，本文需要学习的知识点有	
	质点模型	空间维度
	曲率	螺旋曲线
	检测	二次规划

自动驾驶车辆的规划决策模块负责生成车辆的行驶行为，是体现车辆智慧水平的关键。规划决策模块中的运动规划环节负责生成车辆的局部运动轨迹，是决定车辆行驶质量的直接因素。

在大多数情况下，运动规划问题的精确解决方案在计算上是难以处理的。因此，数值近似方法通常在实践中使用。在最流行的数值方法中，变分方法将问题视为函数空间中的非线性优化，图形搜索方法构建车辆状态空间的图形离散化并使用图形搜索测量方法搜索最短路径，此外基于树的增量方法，从车辆的初始状态逐步构造可到达状态的树，然后选择这种树的最佳分支。

以下，ENJOY

运动规划基本方法

本节主要介绍运动规划的一些基本方法，重点从robotics的角度阐释。这些方法主要有RRT、Lattice、Spira、Polynomial、Functional Optimization等，如下图所示。

2

## Motion Planning Approaches

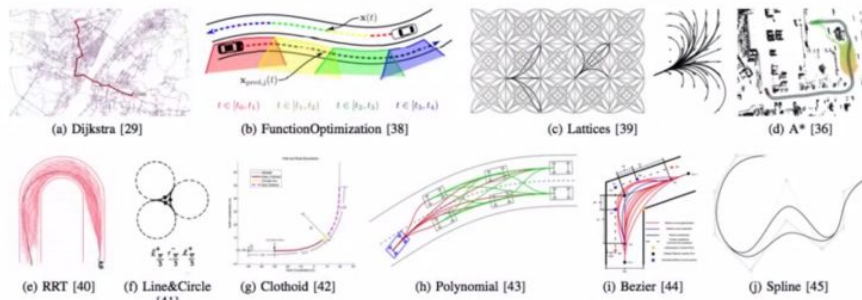


Fig. 2. Planning algorithms as presented in the literature. a) Representation of a global path by the Dijkstra algorithm in [29]. b) Trajectory optimization from [38], taking into account a vehicle in the other lane. c) Lattices and motion primitives as presented in [39]. d) Hybrid A\* as implemented in the DARPA Challenge by Junior [36]. e) RRT\* as showed in [40]. f) Optimal path to turn the vehicle around as proven in [41]. g) Planning a turn for the Audi TTS from Stanford [42]. h) Different motion states, planned with polynomial curves as presented in [43]. i) Evaluation of several Bézier curve in a turn, as showed in [44]. j) Spline behavior when a knot changes place, as presented in [45].

### 运动规划方法

前面讲到决策规划问题，都是从质点模型出发考虑。质点模型将运动轨迹当成一个点，这个点和无人车是不一样的。假设把一个无人车看成一个点，这个点和另一个点不相撞，在数学定义上是点和点没有交集，但是在实际生活中一个车和一个车可是会相撞。下面介绍解决这些问题的一些方法：

**Configuration Space (构造空间)**，也就是说能够控制什么变量。对于刚体而言，不仅是XY坐标，还要有heading信息才能研究跟障碍物之间的关系。对于无人车来说有更多的变量。其复杂性主要体现在两个方面，一个是 Space Dimensionality (空间维度)，另一个 Geometric Complexity (几何复杂性)。例如 bounding box 跟 bounding box 之间怎么相交，一个多面体跟一个多面体之间怎么检测出路径，以避免跟另一个障碍物相交。

3

## Tool: Configuration Space



Problems:

- Geometric complexity
- Space dimensionality

规划问题中涉及到一些约束条件，Constraints（约束）大概分为三类：一个是**Local Constraint**，例如避免和障碍物碰撞。第二是**Differential Constraint**，比如边界曲率。最后是**Global Constraint**。比如最短路径。

## 运动规划框架

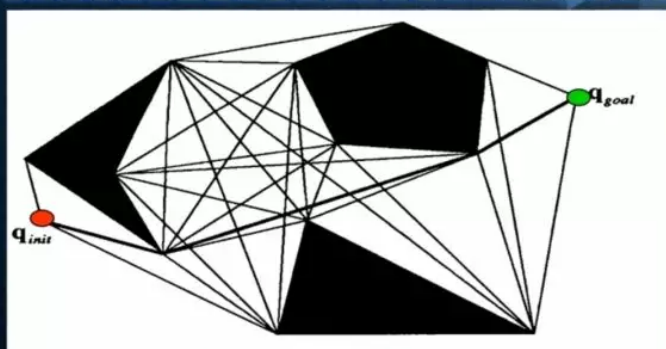
**运动规划**是在连续空间的一种优化，对于连续空间过程的优化往往比较难。因此，通常先将连续空间问题离散化表示，然后寻找对应的解决方案。如下图所示，可以使用图搜索的方法对离散空间问题进行求解。

那么，如何去离散化连续空间呢？有种方法叫做**Roadmap**，这个方法使用简单的连通图表示配置空间，类似于城市如何用地铁图表示。其中Visibility Graph是一种常用的Roadmap方法，如下图所示。Visibility Graph将起始节点，所有障碍物的顶点和目标节点相互连接来构建路线图。我们会发现，从红点到绿点的最短路径一定会通过靠近障碍物边界的折线。

6

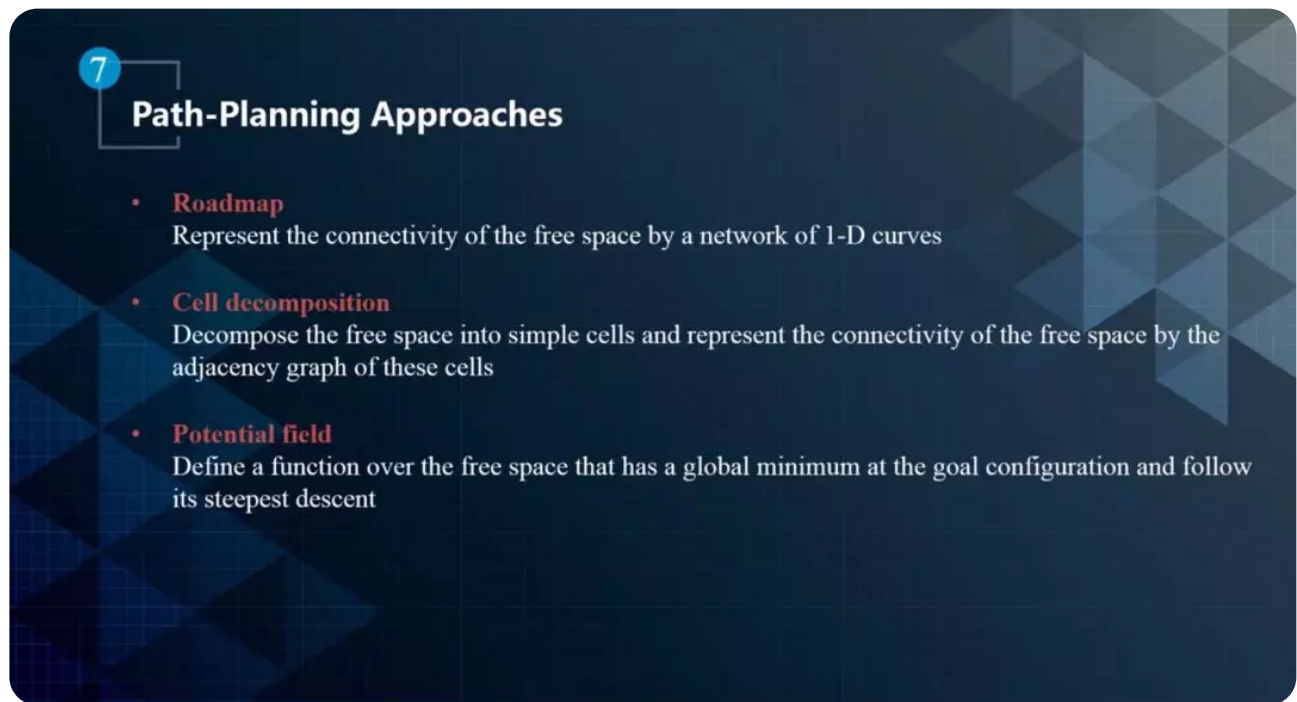
### Roadmap Methods

- Visibility graph  
Introduced in the Shakey project at SRI in the late 60s. Can produce shortest paths in 2-D configuration spaces



图搜索方法

除了Roadmap之外，还有**Cell decomposition ( 网格分解方法 )**和**Potential field ( 势场法 )**等路径规划方法。Cell decomposition将整个空间分割成一个个cell，通过cell的连接图表示自由空间的连接属性。Potential field就是直接用微分方法处理。



## 7 Path-Planning Approaches

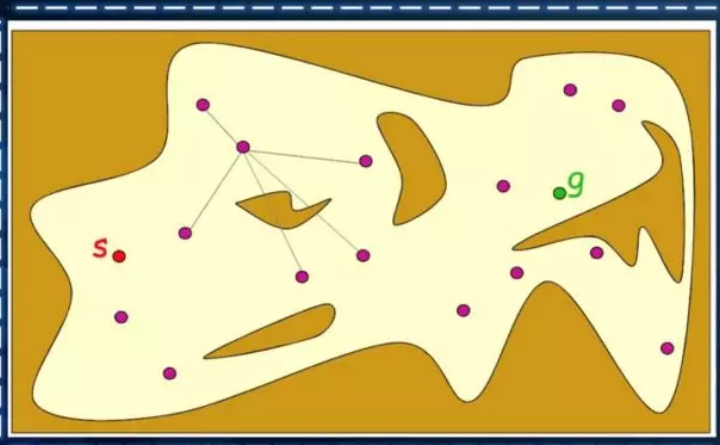
- **Roadmap**  
Represent the connectivity of the free space by a network of 1-D curves
- **Cell decomposition**  
Decompose the free space into simple cells and represent the connectivity of the free space by the adjacency graph of these cells
- **Potential field**  
Define a function over the free space that has a global minimum at the goal configuration and follow its steepest descent

### 路径规划方法

一种常用的抽象连续空间的方法叫做**PRM**。它在整个配置空间随机采样一些点，如果点在障碍物上则去掉，然后将这些点连接起来，如下图所示的紫色点。从点s到g的最短路径就可以利用A-Star算法进行求解。但是该方法要求是对全局感知，而无人车是一个部分感知的应用场景，因此有RRT的改进方法。

10

## Path-Planning Approaches



### Construction Phase

- Random Samples in configuration space
- Nearest Neighbor Connections

### Search Phase:

- Dijkstra's shortest path

PRM 方法

# RRT（基于快速扩展随机树算法）

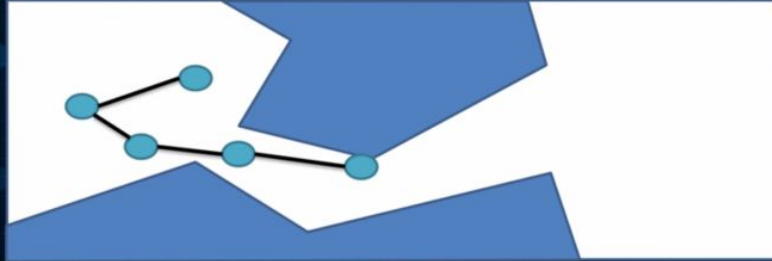
如下图所示，它构造一个根结点为起始点的配置空间树，通过随机采样增加叶子节点的方式，生成一个随机扩展树，当随机树中的叶子节点包含了目标点或进入了目标区域，便可以在随机树中找到一条由从初始点到目标点的路径。如果叶子节点和目标节点之间的连接被障碍物阻挡，则需要重新采样。



12

## RRT

- Build a tree  $T$  of configurations, starting at  $x_{start}$
- Extend:
  - Sample a configuration  $x_{rand}$  from  $C$  at random
  - Find the node  $x_{near}$  in  $T$  that is closest to  $x_{rand}$
  - Extend a short path from  $x_{near}$  toward  $x_{rand}$



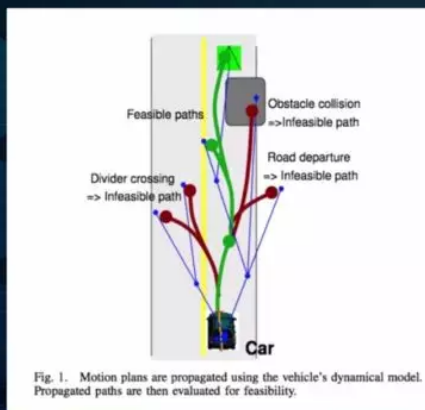
## 基于快速扩展随机树算法

通过这种方式离散化的线是不适合无人车行驶的，因为这些线的curvature不连续，甚至curvature都没有。针对这一问题MIT提出使用平滑曲线进行连接的方法，如下图所示。但是该方法得到的路径可能还是不够平滑，另外对动态障碍物的处理也存在问题。

13

## RRT' s problem and refinement

- Incremental random search with consideration of vehicle dynamics



- Smooth enough?
- What about dynamic obstacles?

## 平滑曲线进行连接的方法

# Lattice网络方法

针对上述问题，就有人提出了Lattice网格方法。

14

## Lattice Sampling

Vehicle moving states are discretized into lattice

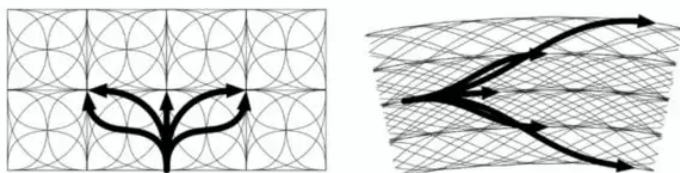


Fig. 1. Left: regular state lattice in an unstructured environment. The same five paths are rigidly transformed to create a graph of kinematically feasible actions. Right: state lattice conformed to a structured environment. Each path must be optimized to fit its endpoints.

**Pros:**  
Suitable for on road motion planning  
**Cons:** Discretizing both spatial and temporal parameters, search space grows exponentially!

McNaughton, Matthew, et al. "Motion planning for autonomous driving with a conformal spatiotemporal lattice." *Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on. IEEE, 2011.*

### Lattice网络方法

如上图所示，最原始的Lattice网格方法非常简单，它在XY世界坐标系中，以1米为单位进行网格划分，然后用无人车可以行进的、曲率连续的曲线将起始点和目标点连接起来。但是这种方法还是不能满足需求。对于道路来说，这种抽象方式并不合适。Lattice Sampling撒点不能在规则化坐标系下去撒点，因为道路并不是一个完全XY的坐标系。因此提出了在sl坐标系下进行离散的方法Lattice in Frenet Frame。

# Polynomial方法

当抽象出这些点之后，如何使用平化曲线连接呢？有一种使用螺旋曲线的方法，即**Splines方法**。此外，还可以使用路径-速度迭代优化的方法对Lattice方法进行优化，也就是**Polynomial方法**。它将问题降维，分成了path 和 speed两个维度逐渐优化，这是一种iterative的处理方式。

16

## Optimization in lattice – Path speed iterative methods

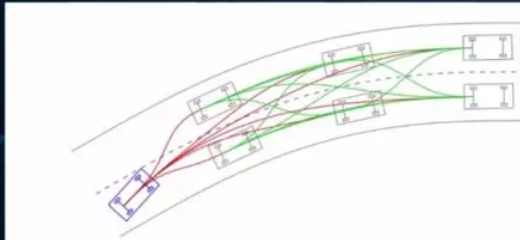


Fig. 2: Path set. The blue vehicle represents the current vehicle pose, and grey vehicles represent sampled endpoints. The red paths are quartic curvature polynomials and the green paths are cubic ones.

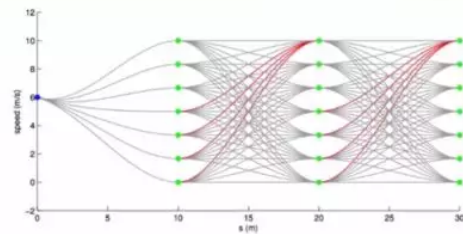


Fig. 4: Speed set. The green points are sampled speeds, the red curves are beyond the acceleration limit, and the grey curves are valid ones.

*Xu, Wenda, et al. "A real-time motion planner with trajectory optimization for autonomous vehicles." Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on. IEEE, 2012.*

### Polynomial方法

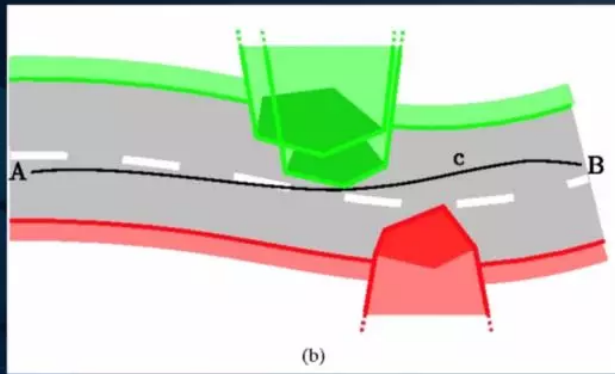
# Functional Optimization方法

还可以用**Functional Optimization方法**对运动规划进行处理，对整个问题建模，设计相应的代价函数。二次规划就是其中一种常用的方法。



17

## Quadratic Programming Approach



**Pros:** Finite differencing to model a trajectory, local continuity

**Cons:** Not smooth enough, need decision to find a tunnel

Ziegler, Julius, et al. "Trajectory planning for Bertha—A local, continuous method." Intelligent Vehicles Symposium Proceedings, 2014 IEEE. IEEE, 2014.

Functional Optimization方法

END