如何理解3D动画中的欧拉角以及死锁?

黑客帝国中酷炫的旋转是怎么通过欧拉角来实现的?

3D游戏或者3D电影中，比如黑客帝国中酷炫的旋转是怎么实现的？

旋转的算法有很多，这里主要介绍其中一种：欧拉角。

1 欧拉角

1.1 欧拉角的算法思想是什么

陌生的你来到了成都，站在盐市口茫然四顾，想知道春熙路怎么走？

这个时候你选择了去问路，得到了两种回答：

- 往东经104°04′、北纬30°40′走
- 右转后一直走

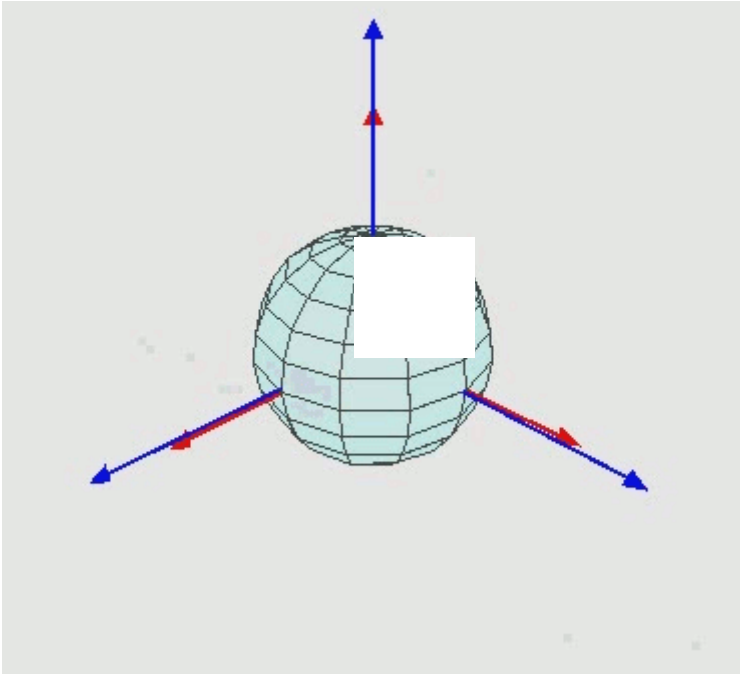
第一种回答，告诉了你春熙路的绝对坐标，可是很反人类啊！

第二种回答，告诉了你春熙路的相对坐标，很具有操作性。

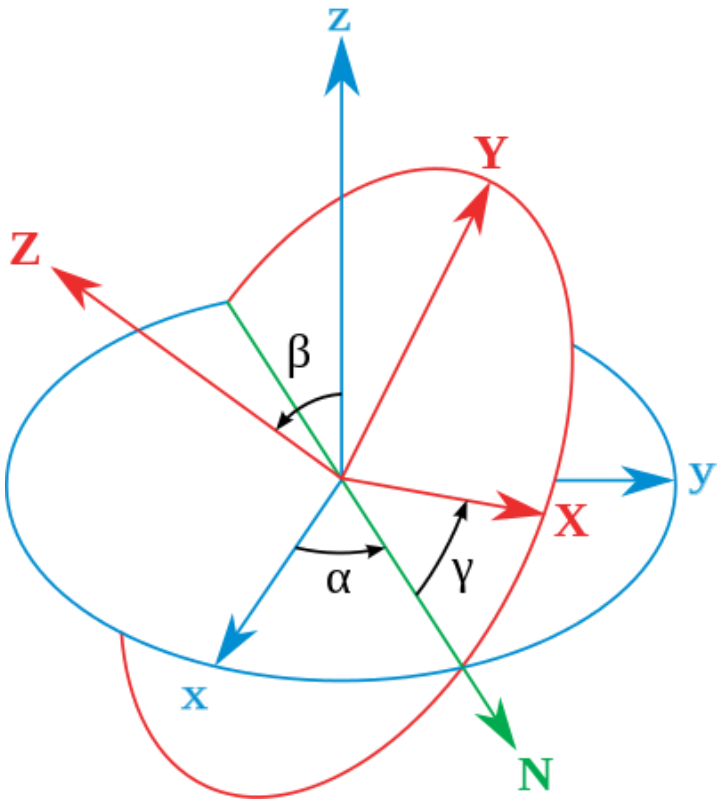
欧拉角算法的思想就是采用的第二种回答的方式，优点在于很好理解。

1.2 具体实现步骤

维基百科中，有这么一副动图，清楚的表明了如何通过欧拉角来完成旋转：



具体来拆解下旋转步骤，先看图：



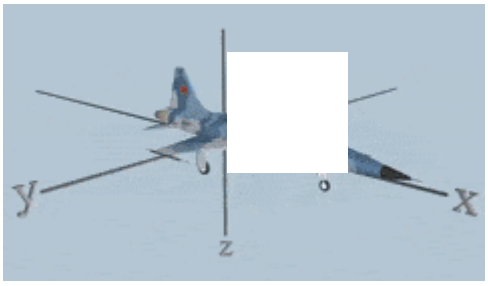
图中有两组坐标：

- xyz 为全局坐标，保持不动
- XYZ 为局部坐标，随着物体一起运动

旋转步骤如下：

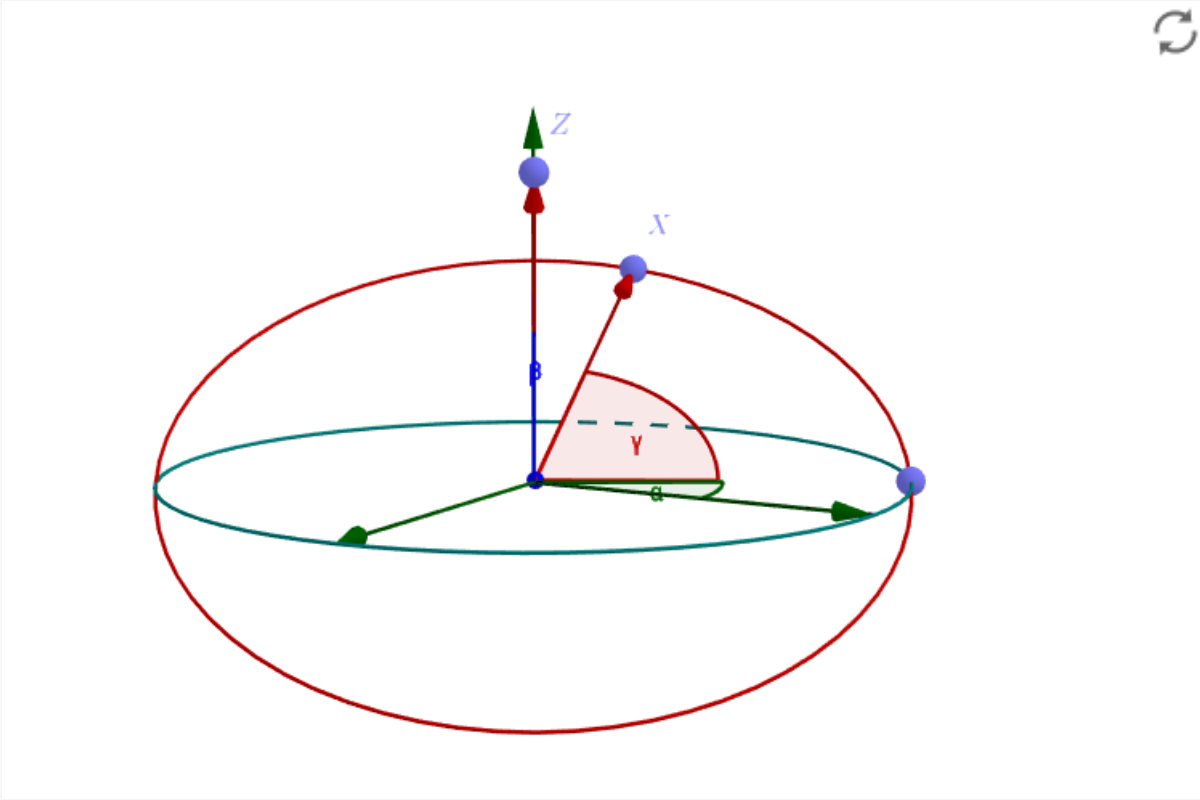
- 物体绕**全局**的 z 轴旋转 α 角
- 继续绕**自己**的 X 轴（也就是图中的 N 轴）旋转 β 角
- 最后绕**自己**的 Z 轴旋转 γ 角

这里有一副动图很直观的展示了旋转过程（角度标记的有点不一样：ψ对应α，θ对应β，ϕ对应γ）：



可能你感到奇怪，为什么第一步是绕着全局坐标旋转？因为要和世界保持联系，否则就和世界完全没有关系了。

还不理解？没有关系，自己动手试试（有三个可以操作的点，分别对应三个角度）：



Created with GeoGebra

很显然，按照不同的旋转步骤，旋转的结果是不一样的。

就好比刚才问路的时候，回答你，“左转再右转”，和“右转再左转”，肯定到达的地点是不一样的。

我们需要把上面的旋转步骤按照顺序标记为 zXZ，加上角度就是一个完整的欧拉角：$zXZ-(\alpha,\beta,\gamma)$

2 万向节死锁（Gimbal Lock）

局部坐标是很直观，但是导致欧拉角有一个重大缺陷，万向节死锁！

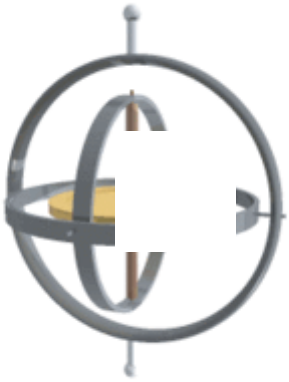
本节大部分参考了博文：欧拉角与万向节死锁（图文版），博主：andrewfan。

2.1 什么是万向节（Gimbal）

平衡环架（英语：Gimbal）为一具有枢纽的装置，使得一物体能以单一轴旋转。由彼此垂直的枢纽轴所组成的一组三只平衡环架，则可使架在最内的环架的物体维持旋转轴不变，而应用在船上的陀螺仪、罗盘、饮料杯架等用途上，而不受船体因波浪上下震动、船身转向的影响。

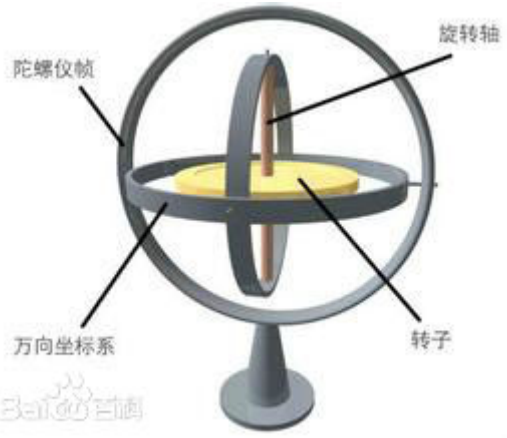
----维基百科

长这个样子：



中间有一根竖轴，穿过一个金属圆盘。金属圆盘称为转子，竖轴称为旋转轴。转子用金属制成，应该是了增加质量，从而增大惯性。竖轴外侧是三层嵌套的圆环，它们互相交叉，带来了三个方向自由度的旋转。

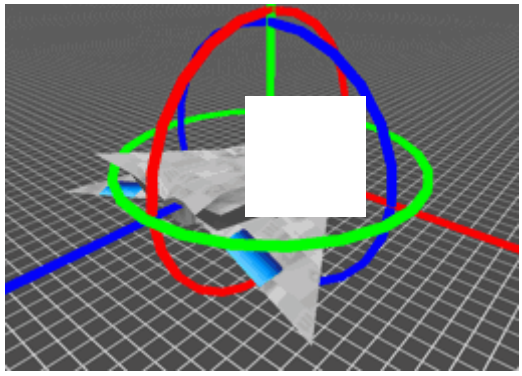
看着不停转来转去，有点晕，接下来看下静态的。图来自百度百科：



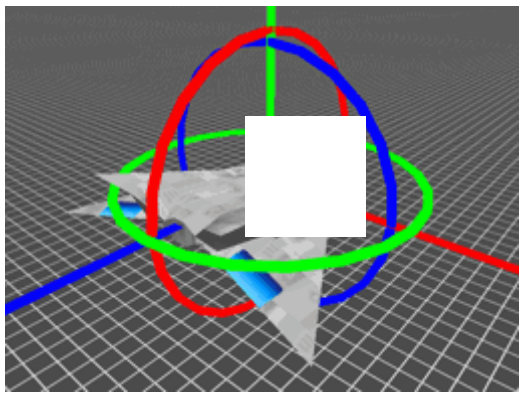
2.2 欧拉角与万向节

其实欧拉角的工作方式与万向节几乎一样。看几幅动图就知道（图来自欧拉角、四元数´ ¨阵的对比）。

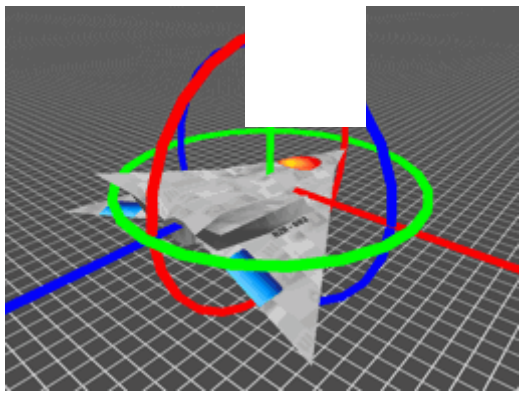
这个旋转叫pitch，中文是俯仰：



这个旋转叫Yaw，中文叫偏航：



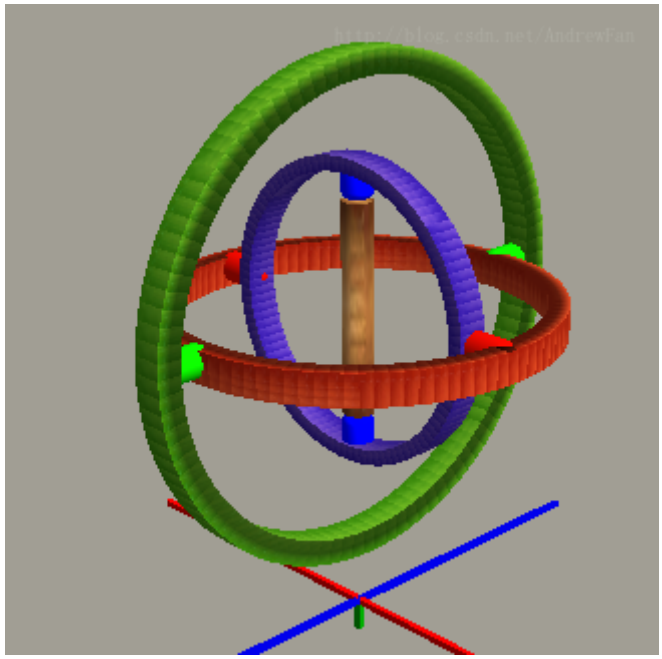
这个旋转叫Roll，中文叫桶滚：



可以看出，确实工作方式和万向节一样。

2.3 死锁的产生

为了解释清楚问题，画了一个简单的万向节示意图（金属圆盘就省略了，丑点儿也就别管了）：

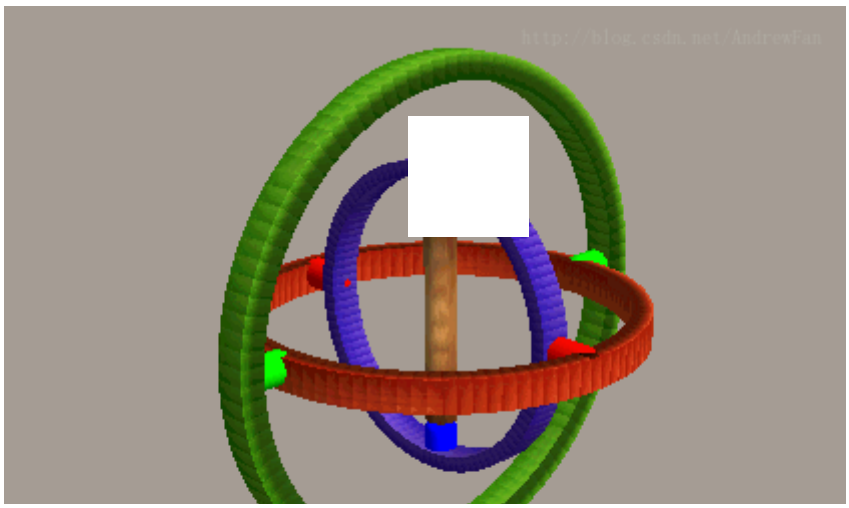


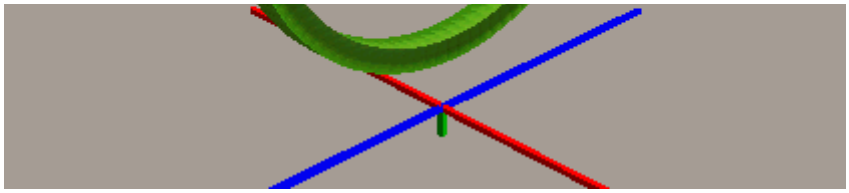
把三个Gimbal环用不同的颜色做了标记，底部三个轴向，RGB分别对应 XYZ 。

假设现在这个万向节被放在一艘船上，船头的方向沿着+Z轴，也就是右前方。

2.3.1 桶滚

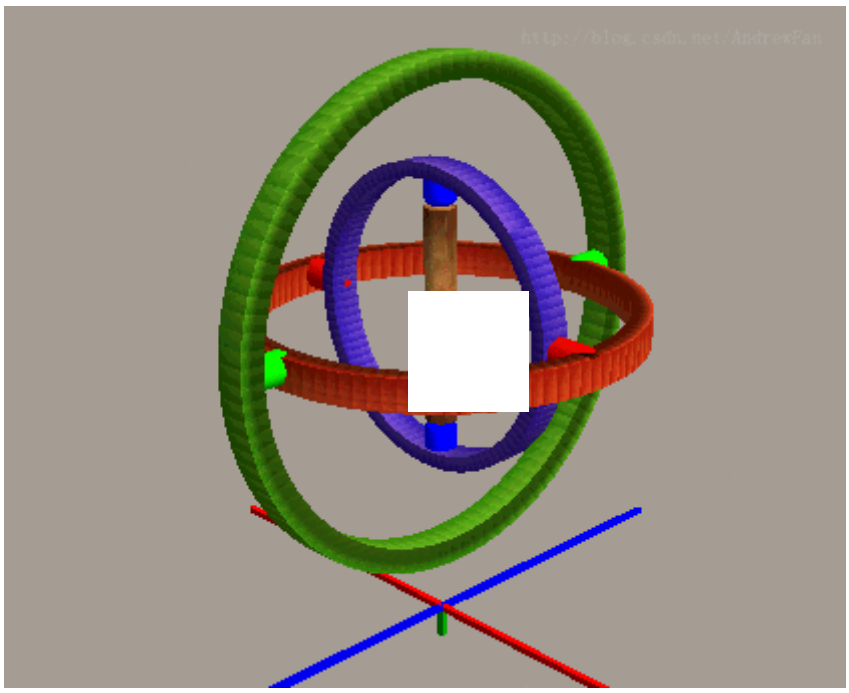
现在假设，船体发生了摇晃，是沿着前方进行旋转的摇晃，也就是桶滚。由于转子和旋转轴具有较大的惯性，只要没有直接施加扭矩，就会保持原有的姿态。由于上图中绿色的活动的连接头处是可以灵活转动的，此时将发生相对旋转，从而出现以下的情形：





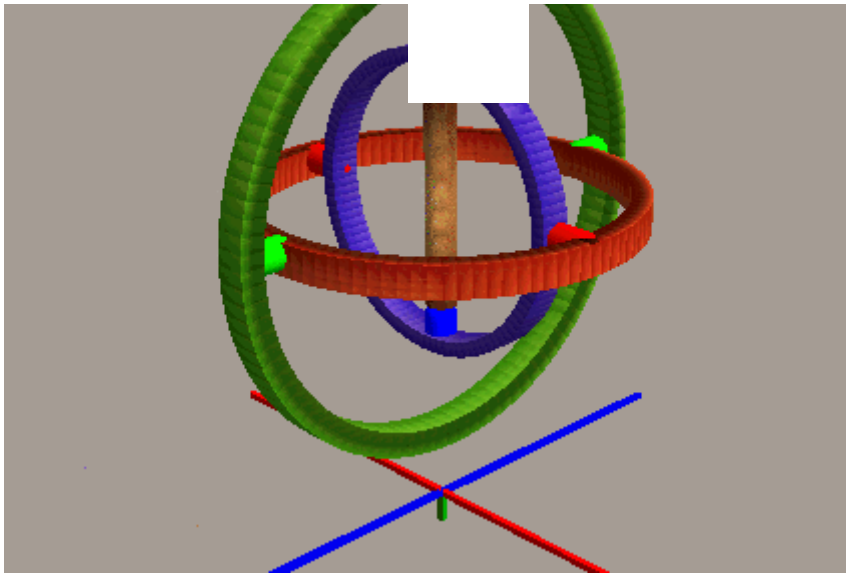
2.3.2 俯仰

再次假设，船体发生了pitch摇晃，也就是俯仰。同样，由于存在相应方向的可以相对旋转的连接头（红色连接头），转子和旋转轴将仍然保持平衡，如下图：



2.3.3 偏航

最后假设，船体发生了yaw摇晃，也就是偏航，此时船体在发生水平旋转。相对旋转发生在蓝色连接头。如下图：

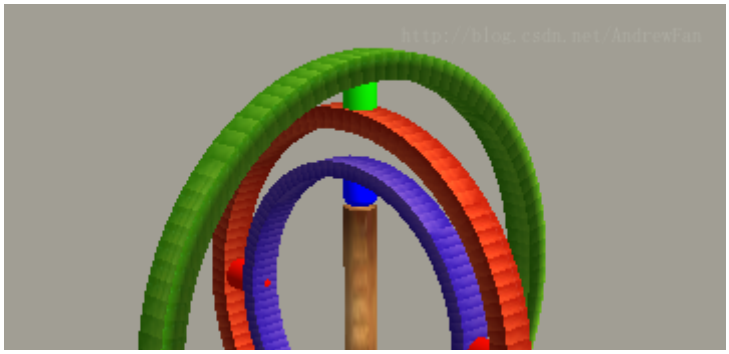


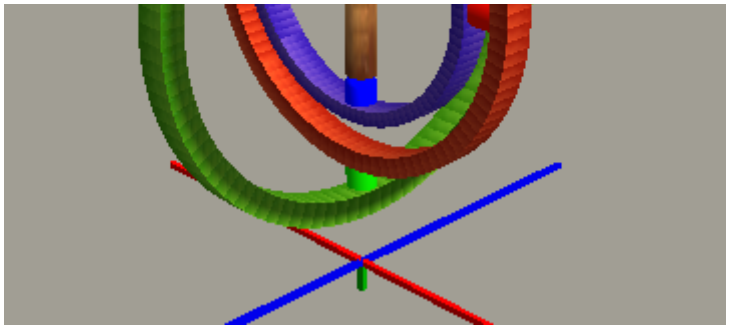
最终，在船体发生Pitch、Yaw、Roll的情况下，万向节都可以通过自身的调节，而让转子和旋转轴保持平衡。

2.3.4 死锁

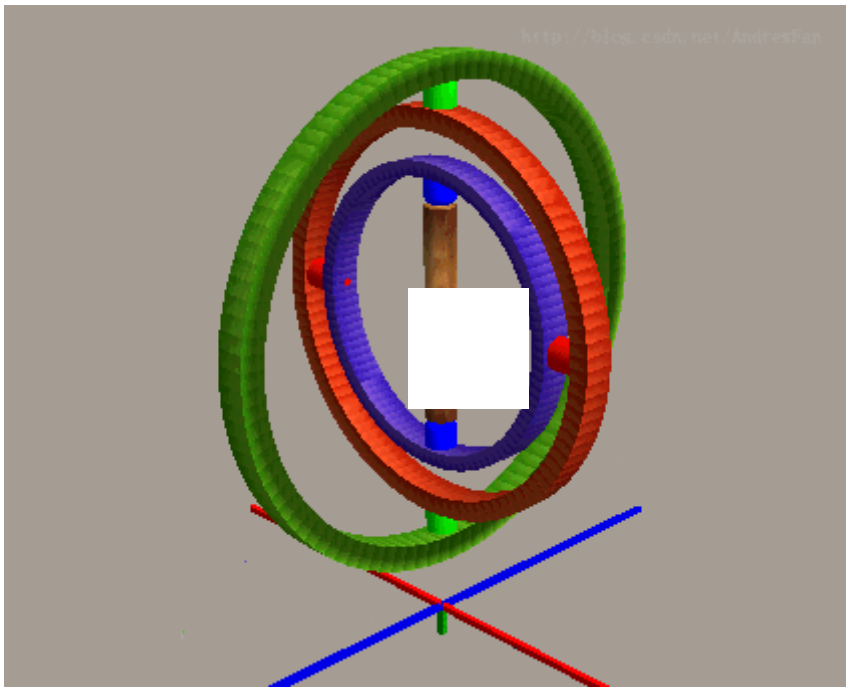
现在看起来，这个万向节一切正常，在船体发生任意方向摇晃都可以通过自身调节来应对。然而，真的是这样吗？

假如，船体发生了剧烈的变化，此时船首仰起了90度（这是要翻船的节奏。。。。），此时的陀螺仪调节状态如下图：





此时，船体再次发生转动，沿着当前世界坐标的+Z轴（蓝色轴，应该正指向船底）进行转动，那么来看看发生了什么情况：



现在，转子不平衡了，万向节的三板斧不起作用了。它失去了自身的调节能力。那么这是为什么呢？

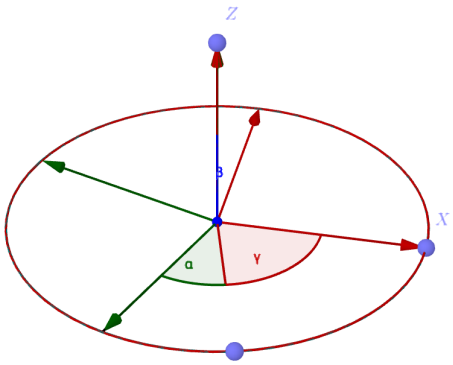
之前万向节之所以能通过自身调节，保持平衡，是因为存在可以相对旋转的连接头。在这种情况下，已经不存在可以相对旋转的连接头了。

那么连接头呢？去了哪里？显然，它还是在那里，只不过从上图中，我们清楚地看到：

- 红色连接头：可以给予一个相对俯仰的自由度。
- 绿色连接头：可以给予一个相对偏航的自由度。
- 蓝色连接头：可以给予一个相对偏航的自由度。

没错，三个连接头，提供的自由度只对应了俯仰和偏航两个自由度，桶滚自由度丢失了。

我们可以回头去试试之前的操作页面，在下面这样子的情况下其实就是死锁了：



3 总结

在编程中很难规避死锁问题，所以现在很多时候都使用四元数实现旋转，四元数那又是另外的话题了。

标签与声明

标签： 欧拉角

关注马同学

微信公众号：matongxue314