

# ADAS系统横纵向控制策略之碰撞时间计算方法

ADAS作为先进的智能驾驶辅助控制系统，其纵向控制主要关注本车与前车是否在一定跟车距离前提下，当前车制动时，自车能够实现舒适制动或转向辅助而避撞。其控制系统设计的关键控制量表示为纵向碰撞时间（TTC，Time to collision）和转向避撞时间（TTS，Time to steering），本文将详细介绍TTC和TTS的计算方法。

## 1、TTC ( Time to collision ) 计算方法

计算TTC首先需要考虑自车与对象在纵向运动方向上是否一致（以下情况中假设自车和前车在相同的运动方向上）。

### 1.1、自车运动VS前车运动

如下图，假设自车和目标车在纵向上均以一定的速度运动，自车保持恒定加速度。且两车碰撞时均处于运动状态。

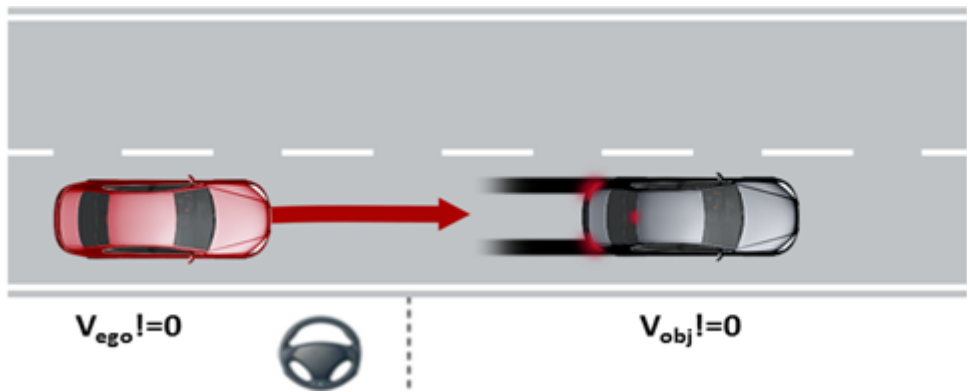


图3 碰撞时两车均运动

其纵向绝对运动方程为：

目标以恒定加速度，其纵向绝对运动位移为：

$$X_{ego}(t) = V_{x,ego,0} * t + \frac{1}{2} a_{x,ego,0} * t^2$$
$$V_{x,ego}(t) = V_{x,ego,0} + a_{x,ego,0} * t$$

目标以恒定加速度，其纵向绝对运动位移为：

$$X_{obj}(t) = V_{x,obj,0} * t + 1/2 a_{x,obj,0} * t^2$$

$$V_{x,obj}(t) = V_{x,obj,0} + a_{x,obj,0} * t$$

针对自车有最近碰撞目标的情况，其 TTC 表示为：

$$X_{obj}(TTC) = X_{ego}(TTC)$$

$$\Leftrightarrow X_{obj}(TTC) - X_{ego}(TTC) = 0$$

$$\Leftrightarrow X_{rel,0} + V_{x,rel,0} * TTC + \frac{1}{2} a_{x,rel,0} * TTC^2 = X_{rel}(TTC) = 0$$

$$\text{其中, } X_{rel,0} = X_{obj,0} - X_{ego,0}$$

碰撞解为：

二次方程的一般解为如下：

$$0 = X_{rel,0} + V_{x,rel,0} * TTC + \frac{1}{2} a_{x,rel,0} * TTC^2 = A * TTC^2 + B * TTC + C$$

当  $A = \frac{1}{2} a_{x,rel,0} = 0; B = V_{x,rel,0} = 0; C = X_{rel,0} = 0$  时，等式中的每个 TTC 的值都是解，但是这种情况

不应该出现，因为目标位置和自车位置不可能完全相同，则  $TTC = \{0\}$

- 当  $A = \frac{1}{2}a_{x,rel,0} = 0; B = V_{x,rel,0} = 0; C = X_{rel,0} \neq 0$  时，自车与目标车有偏移时，该方程将无解，

$$\text{则 } TTC = \{ \}$$

- 当  $A = \frac{1}{2}a_{x,rel,0} = 0; B = V_{x,rel,0} \neq 0$  时，该二次方程解的形式可表示为线性等式；

$$TTC = \left\{ -\frac{C}{B} \right\}$$

- 当  $A = \frac{1}{2}a_{x,rel,0} \neq 0$  时，该二次方程的判别式是  $D = B^2 - 4 * A * C$ ;

$$\text{当 } D=0 \text{ 时，该方程有两个相同的解： } TTC = \left\{ -\frac{B}{2 * A} \right\};$$

$$\text{当 } D < 0 \text{ 时，该方程无解： } TTC = \{ \};$$

$$\text{当 } D > 0 \text{ 时，该方程有两个不同解： } TTC_{12} = \left\{ \frac{-B \pm \sqrt{D}}{2 * A} \right\}$$

对于  $C \neq 0$  和  $D < 0$  的情况，TTC 被设置为最大值来表示无效值。对小于 0 的每个解都是无意义的，此时该值也被设置为最大值。最终，最小的正数解被设置为 TTC 正确的解。

## 1.2、自车或前车停止

如果碰撞时自车或目标车在某一个方向上不再移动（也即其速度为 0 时）停下来，自车或目标的停止时间  $t_{x,X,stop}$  将被计算出来和 TTC 的结果进行比较。

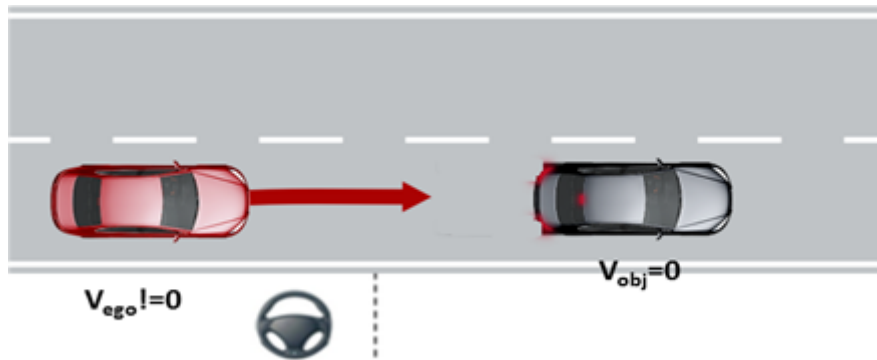


图2 碰撞时前车速度为0

对于辆车中有一车停止情况表示如下：

$$1) \quad x = 0 = V_{x,X}(t_{x,X,stop}) = V_{x,X,0} + a_{x,X,0} * t_{x,X,stop}$$

以上方程相应的解为：

当  $a_{x,X,0} = 0, V_{x,X,0} = 0$  时，自车已经停止， $t_{x,X,stop} = \{0\}$

当  $a_{x,X,0} = 0, V_{x,X,0} \neq 0$  时，自车还未停止， $t_{x,X,stop} = \{\}$

当  $a_{x,X,0} \neq 0$  时， $t_{x,X,stop} = \{-\frac{V_{x,X,0}}{a_{x,X,0}}\}$

对于  $a_{x,X,0} = 0, V_{x,X,0} \neq 0$  的情况下， $t_{x,X,stop}$  可以被设置为最大值。

以上几种情况中，如果  $t_{x,X,stop}$  中的其中一个值是正值且小于 TTC，则 TTC 将使用  $t_{x,X,stop}$  中较小值作为初始值被重新计算。

如果目标先停止（即  $t_{x,ego,stop} > t_{x,obj,stop}$ ），则初始值为

$$X_{rel,0} = X_{obj}(t_{obj,stop}), V_{x,rel,0} = -V_{x,ego,0}, a_{x,rel,0} = -a_{x,ego,0}$$

如果自车先停止（即  $t_{x,ego,stop} < t_{x,obj,stop}$ ），则初始值为

$$X_{rel,0} = X_{obj,0} - X_{ego}(t_{ego,stop}), V_{x,rel,0} = -V_{x,obj,0}, a_{x,rel,0} = a_{x,obj,0}$$

如果自车和目标停止时，且针对首次停止计算的TTC大于其他情况计算的 $t_{x,X,stop}$ ，将不会发生碰撞，且TTC将被设置为最大值。

## 2、TTS ( Time to steering ) 计算方法

在计算TTS的时候需要运用横向运动学原理，当横向偏移量大于一个给定阈值时，自车可以在纵向碰撞点（TTC时刻）通过转向来避免碰撞，该阈值大于等于自车和目标对象的车宽总和的一半。即

$$y_{offset} \geq y_{dist,min} = (width_{ego} + width_{obj}) / 2$$

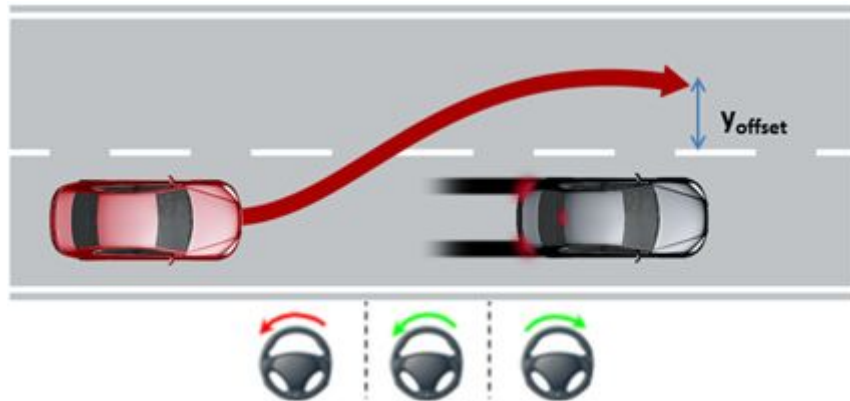


图3 TTS计算图示

自车在保持恒定的加速度时的绝对横向运动表示如下：

$$y_{ego}(t) = V_{y,ego} * t + \frac{1}{2} a_{y,ego,0} * t^2$$

$$V_{y,ego}(t) = V_{y,ego} * t + \frac{1}{2} a_{y,ego,0} * t$$

自车在TTS时刻进行转向时，其以恒定加速度运动的横向控制方程如下：

$$y_{ego}(t) = y_{ego,TTS} + V_{y,ego,TTS} * (t - TTS) + \frac{1}{2} a_{y,ego,steer} * (t - TTS)^2$$

$$\Leftrightarrow y_{ego}(t) = V_{y,ego,0} * TTS + \frac{1}{2} a_{y,ego,0} * TTS^2 + (V_{y,ego,0} + a_{y,ego,0} * TTS) * (t - TTS) + \frac{1}{2} a_{y,ego,steer} * (t - TTS)^2$$

$$\Leftrightarrow y_{ego}(t) = -\frac{1}{2} (a_{y,ego,0} - a_{y,ego,steer}) * TTS^2 + (a_{y,ego,0} - a_{y,ego,steer}) * t * TTS + V_{y,ego,0} * t + \frac{1}{2} a_{y,ego,steer} * t^2$$

在自车坐标系中，目标车的绝对横向运动表示如下：

$$y_{obj}(t) = y_{obj,0} + V_{y,obj,0} * t + \frac{1}{2} a_{y,obj,0} * t^2$$

$$V_{y,obj}(t) = V_{y,obj,0} + a_{y,obj,0} * t$$

1) 当自车与目标车在TTC时刻无转向运动时，其横向偏移如下：

$$y_{rel}(TTC) = y_{rel,0} + V_{y,rel,0} * TTC + \frac{1}{2} a_{y,rel,0} * TTC^2$$

其中， $y_{rel,0} = y_{obj,0} - y_{ego,0}$ ， $V_{y,rel,0} = V_{y,obj,0} - V_{y,ego,0}$ ， $a_{y,rel,0} = a_{y,obj,0} - a_{y,ego,0}$

2) 当自车在TTC时刻转向时，其横向偏移量大于等于 $y_{offset}$ ：

$$y_{offset} = y_{rel,steer}(TTC)$$

$$\Leftrightarrow y_{offset} = \frac{1}{2} a_{y,ego,rel} * TTS^2 - a_{y,ego,rel} * TTC * TTS + V_{y,rel,0} * TTC + \frac{1}{2} a_{y,rel,steer} * TTC^2 + y_{rel,0}$$

$$\Leftrightarrow 0 = A_{TTS} * TTS^2 + B_{TTS} * TTS + C_{TTS}$$

$$\text{其中 } \begin{aligned} a_{y,rel,steer} &= a_{y,obj,0} - a_{y,ego,steer} \\ a_{y,ego,rel} &= a_{y,ego,0} - a_{y,ego,steer} \end{aligned}$$

当向左转向时（即 $a_{y,ego,steer} > 0$ ），其目标相对于自车向右边运动（即 $y_{offset} < 0$ ），当向

右转向时（即 $a_{y,ego,steer} < 0$ ），其目标相对于自车向右边运动（即 $y_{offset} > 0$ ）

对转向控制的2次方程求解如下：假设分析自车向左转向时情况（即 $a_{y,ego,steer} > 0$ ），其目标相对于自车向右边运动（即 $y_{offset} < 0$ ）

- 1) 当  $|y_{rel}(TTC)| \geq |y_{offset}|$  时，即自车无转向驶向前车，则  $TTS = \{\}$
- 2) 当  $sign(a_{y,ego,steer}) * \frac{1}{2}a_{y,ego,rel} \geq 0$  时，自车在假定的加速期间已经转向，则  $TTS = \{\}$
- 3) 当  $sign(a_{y,ego,steer}) * \frac{1}{2}a_{y,ego,rel} < 0$  时，该转向控制 2 次方程有解（可参照 TTC 的计算方法）

如果 TTS 无解，则相应的值将被设置为无效值。TTS 的有效值小于 0 则意味着通过转向也无法避免碰撞，如果停止时间小于 TTS 则 TTS 将在不同的初始值下进行重新计算（可参照上述  $t_{x,x,stop}$  的计算方法）

---