

应用几何造型 — B-spline曲面拟合

11821095 葛林林

2018 年 12 月 25 日

1 预备知识

1.1 B-spline曲线的表示

B-spline基函数： 定义 $B_{k,m}(t)$ 为B-spline基函数， $m-1$ 为该基函数的阶次， k 代表第几个基函数，其具体表达式如下所示

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{k,m}(t) := \frac{t-t_k}{t_{k+m-1}-t_k} B_{k,m-1}(t) + \frac{t_{k+m}-t}{t_{k+m}-t_{k+1}} B_{k+1,m-1}(t) \\ B_{k,1}(t) := \begin{cases} 1 & t_k < t \leq t_{k+1} \\ 0 & \text{other} \end{cases} \\ \text{assume } \frac{0}{0} := 0 \end{array} \right.$$

B-spline的定义： 在基函数的基础上，定义B-spline曲线方程如下所示

$$P(t) := \sum_{k=0}^M P_k B_{k,m}(t)$$

其中， P_k 代表了控制顶点，总共有 $M+1$ 个控制顶点。而 t 为节点，所有的节点组成了节点向量 $\mathbf{T} = [t_0, t_1, t_2, \dots]^T$ 。由于三次B-spline的一阶和二阶导数都是连续的，并且三次B-spline的阶次比较适中，因此三次B-spline在实际当中最常用。

1.2 B-spline曲面的表示

B-spline曲面的定义：

$$P(u, v) := \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N P_{i,j} B_{i,m}(u) B_{j,n}(v)$$

其中 $B_{i,m}(u), B_{j,n}(v)$ 为B-spline基函数， $P_{i,j}$ 代表控制顶点。

1.3 曲面的拟合