H 8.2

Teil (a)

$c_V = \text{const.}$

$N_1 \quad T_1 \quad p_1$

$N_2 \quad T_2 \quad p_2$

$$p_1 V_1 = N_1 k T_1 \qquad\qquad p V_1' = N_1 k T$$

$$p_2 V_2 = N_2 k T_2 \quad \longrightarrow \quad p V_2' = N_2 k T$$

$$\frac{V_1'}{V_2'} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$$

$$V_1 = \frac{N_1 k T_1}{p_1}$$

Gesucht sind p und T.

$$V_2 = \frac{N_2 k T_2}{p_2}$$

$$p(V_1' + V_2') = (N_1 + N_2) k T$$

$$p_1 V_1 + p_2 V_2 = (N_1 T_1 + N_2 T_2) k$$

$$\frac{N_1 \cancel{k} T_1}{p_1} + \frac{N_2 \cancel{k} T_2}{p_2} = (N_1 + N_2) \frac{\cancel{k} T}{p}$$

$$\frac{p}{T} = k \frac{N_1 + N_2}{V_1 + V_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{p}{T} = (N_1 + N_2) \left[\frac{N_1 T_1}{p_1} + \frac{N_2 T_2}{p_2} \right]^{-1}$$

$$\frac{p_2 N_1 T_1 + p_1 N_2 T_2}{p_1 + p_2}$$

$$\frac{1}{k}(V_1 + V_2)$$

Geht vielleicht was über die Energie?

$$U = TS - pV + \mu N$$

$$c_V = \left(\frac{\delta Q}{\partial T}\right)_{V,N}$$

$$dU = \delta Q - p\,dV$$

$$= T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{V,N}$$

$$T_1 S_1 - P_1 V_1 + T_2 S_2 - P_2 V_2 = \text{const}$$

Das Gesamtsystem behält seine Energie:

$$\delta Q_1 - P_1\,dV_1 + \delta Q_2 + P_2\,dV_1 = 0 \quad \leftarrow \quad dU_1 + dU_2 = 0$$

$$\downarrow$$

$$c_V\,dT_1 - P_1\,dV_1 + c_V\,dT_2 + P_2\,dV_1 = 0 \quad \leftarrow \quad \delta Q = c_V\,dT$$

$$c_V\,(dT_1 + dT_2) = (P_2 - P_1)\,dV_1$$

Integrieren von Anfang bis Gleichgewicht. Muss aber alles mit einer Variablen ausdrücken.

$$pV = NkT \qquad dp\,V + p\,dV = Nk\,dT$$

$$\frac{c_V}{Nk}\left(dp_1 V_1 + p_1\,dV_1 + dp_2 V_2 + p_2\,dV_2\right) = (p_2 - p_1)\,dV_1$$

Vielleicht kann man den Prozess in mehrere Schritte zerlegen, und trotzdem beim Gleichgewicht ankommen? Es müssen sich für jede Hälfte p, V und T einstellen. Wenn ich erst den Druck anpasse, brauche ich danach eine isobare Expansion. Damit wird sich die Temperatur ändern. Und ich expandiere einfach so lange, bis die Temperaturen gleich sind.

Weiter auf Seite 4.

Noch mal zusammen tragen, was ich schon habe:

Gegeben: $p_1 \quad N_1 \quad T_1 \quad p_2 \quad N_2 \quad T_2$.

Erzeugbar: $V_1 \quad V_2 \quad (V_1' + V_2') \quad \frac{V_1'}{V_2'}, \quad V_1' \quad V_2' \quad \frac{p}{T}$

Gesucht: p, T

Gasgleichung: $p_1 \; N_1 \; T_1 \longmapsto V_1$

Gasgleichung: $p_2 \; N_2 \; T_2 \longmapsto V_2$

Konst. Volumen: $V_1 \; V_2 \longmapsto V_1' + V_2'$

Gleichgewicht $N_1 \; N_2 \longmapsto \frac{V_1'}{V_2'}$

$(V_1 + V_2) \; \frac{V_1}{V_2} \longmapsto V_1' \quad V_2'$

Gasgleichung $N_1 \; V_1' \longmapsto p/T$

Gasgleichung $N_2 \; V_2' \longmapsto p/T$

Wie kommt man jetzt an p und T absolut?

Angenommen, die Systeme wären isoliert und könnten sich nur im Druck anpassen. Dann bekomme ich T daraus, es fehlt allerdings V. Aber da keine Wärme ausgetauscht wird ...

Soll die Expansion isotherm oder adiabatisch sein? Letzteres ist eigentlich einfacher, jedoch fehlt mir der Adiabaten-exponent. Versuchen wir es mal mit isotherm. Jedoch muss dazu Energie zu und abgeführt werden. Die kann ich danach ja mit c_V verrechnen.

$$pV = \text{const.}$$

$$\delta Q_1 = -\int_{V_1}^{V_1'} p\, dV = -\int_{V_1}^{V_1'} \frac{N_1 k T_1}{V} dV = -N_1 k T_1 \ln\left(\frac{V_1'}{V_1}\right)$$

$$\delta Q_2 = -N_2 k T_2 \ln\left(\frac{V_1'}{V_1}\right)$$

Wenn ich die Energie wieder auf T packe, erhöhe ich auch wieder p_1 und das nicht auf beiden Seiten gleich. Also muss der erste Schritt adiabatisch sein. Jetzt ist aber $\varkappa$ unbekannt. $\varkappa = \frac{c_p}{c_V}$ hilft nicht. Ideales einatomiges Gas hat $f=3$ und somit $\varkappa = 5/3$. Damit geht es vielleicht