# Primer examen parcial – Pensamiento Matemático 1 – A

## Dr Lino AA Notarantonio

La duración del examen es de 80 minutos, entre las 07:00 y las 08:20 horas. Por cada minuto, o fracción, de retraso en la entrega, se restarán 5 puntos de la calificación del examen.
**No puedes preguntar nada acerca de la solución que vas a ofrecer**. Respuestas sin justificación matemática no contarán. No puedes comunicare de niguna forma con nadie durante el examen. De hacerlo, se tomarán las medidas disciplinarias correspondientes.
**Cada problema vale 20 puntos**.

**Problema 1** Determina el dominio de las funciones a continuación:

1. (**10 puntos**) $f(x) = \ln(4 - x^2)$.
   **Solución** El argumento de un logaritmo debe ser positivo: $4 - x^2 > 0$. Resolviendo la desigualdad, se encuentra que $-2 < x < 2$, por lo que el dominio de la función es $\{x : -2 < x < 2\}$.

2. (**10 puntos**) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$.
   **Solución** El argumento de una raíz cuadrada debe ser positivo, o nulo: $x^2 - 1 \geq 0$. Resolviendo la desigualdad, se encuentra que $x < -1$ ó $x > 1$ por lo que el dominio de la función es $\{x : x < -1,\ x > 1\}$.

**Problema 2** Las funciones de demanda y oferta de cierto artículo están dadas por

$$D = 90 - 5P$$
$$S = 15 + 5P$$

Determina los valores de cantidad y precio de equilibrio, respectivamente.
**Solución** El precio de equilibrio se obtiene cuando la cantidad de oferta y demanda son iguales:

$$90 - 5P = 15 + 5P \ \Rightarrow\ 10P = 75 \Rightarrow P^e = 7.5.$$

La cantidad de equilibrio se obtiene por sustitución en cualquiera de las dos ecuaciones: $Q^e = 15 + 5(7.5) = 52.5$.

**Problema 3** José invierta \$200,000 en dos instrumentos financieros con rendimientos anuales de 8% y 9%, respectivamente. ¿Cuánto debe invertir en cada instrumento si quiere recibir, después de un año, por lo menos \$17,000 de interés total?
**Solución** Sea $x$ la cantidad invertida en el instrumenta que regresa el 8% anual; entonces,

$$.08x + .09(200000 - x) \geq 17000 \ \Rightarrow .08x + 18000 - .09x \geq 17000,$$

que da $.01x \leq 1000$, que tiene como solución $x \leq 100000$. Entonces, José debe invertir cuando mucho \$100,000 en el instrumento que da el 8% y por lo menos \$100,000 en el otro instrumento.

**Problema 4** La función de consumo de cierto artículo depende de manera lineal del ingreso, $C(x) = a + bx$. Determina los valores de $a$, $b$ si por cada 150 pesos adicionales de ingreso, el consumo aumenta en 50 pesos; además, el consumo es igual a \$3000 con un ingreso de \$7500.

**Solución** La pendiente es igual a $b = 50/150 = 1/3$. Después, $3000 = (1/3)(7500) + a$, que da $a = 500$. La ecuación es, entonces,

$$y = \frac{x}{3} + 500.$$

**Problema 5** En un monopolio, el costo de producción de cierto artículo es $C(Q) = 3Q + 8Q^2$ con un precio de venta $P(Q) = 12 - 3Q$. ¿Cuánto vale la ganancia máxima?

**Solución** La función ganancia es la diferencia entre el ingreso, $I(Q) = QP(Q)$ y el costo $C(Q)$:

$$G(Q) = 12Q - 3Q^2 - 3Q - 8Q^2 = 9Q - 11Q^2.$$

La función ganancia es una parábola con concavidad hacia abajo, que cruza el eje $Q$ en $Q = 0$, $Q = 9/11$. El vértice $(Q^*, G(Q^*))$ de la parábola corresponde al punto de máximo de la función ganancia, con valor

$$Q^* = \frac{9}{22},\ G(Q^*) = \frac{81}{44}.$$

# Primer examen parcial – Pensamiento Matemático 1 – B

## Dr Lino AA Notarantonio

La duración del examen es de 80 minutos, entre las 07:00 y las 08:20 horas. Por cada minuto, o fracción, de retraso en la entrega, se restarán 5 puntos de la calificación del examen.
**No puedes preguntar nada acerca de la solución que vas a ofrecer**. Respuestas sin justificación matemática no contarán. No puedes comunicare de niguna forma con nadie durante el examen. De hacerlo, se tomarán las medidas disciplinarias correspondientes.
**Cada problema vale 20 puntos**.

**Problema 1** Determina el dominio de las funciones a continuación:

1. (**10 puntos**) $f(x) = \ln(x^2 - 1)$.
   **Solución** El argumento de un logaritmo debe ser positivo: $x^2 - 1 > 0$. Resolviendo la desigualdad, se encuentra que $x < -1$ ó $x > 1$, por lo que el dominio de la función es $\{x : x < -1,\ x > 1\}$.

2. (**10 puntos**) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$.
   **Solución** El argumento de una raíz cuadrada debe ser positivo, o nulo: $9 - x^2 \geq 0$. Resolviendo la desigualdad, se encuentra que $-3 \leq x \leq 3$, por lo que el dominio de la función es $\{x : -3 \leq x \leq 3\}$.

**Problema 2** Las funciones de demanda y oferta de cierto artículo están dadas por

$$D = 75 - 3P$$
$$S = -15 + 7P$$

Determina los valores de cantidad y precio de equilibrio, respectivamente.
**Solución** El precio de equilibrio se obtiene cuando la cantidad de oferta y demanda son iguales:

$$75 - 3P = -15 + 7P \ \Rightarrow\ 10P = 90 \Rightarrow P^e = 9.$$

La cantidad de equilibrio se obtiene por sustitución en cualquiera de las dos ecuaciones: $Q^e = -15 + 7(9) = 48$.

**Problema 3** José invierta \$400,000 en dos instrumentos financieros con rendimientos anuales de 9% y 10%, respectivamente. ¿Cuánto debe invertir en cada instrumento si quiere recibir, después de un año, cuando mucho \$38,000 de interés total?
**Solución** Sea $x$ la cantidad invertida en el instrumenta que regresa el 9% anual; entonces,

$$.09x + .10(400000 - x) \leq 38000 \ \Rightarrow .09x + 40000 - .10x \leq 38000,$$

que da $.01x \geq 2000$, que tiene como solución $x \leq 200000$. Entonces, José debe invertir por lo menos \$200,000 en el instrumento que da el 9% y cuando mucho \$200,000 en el otro instrumento.

**Problema 4** La función de consumo de cierto artículo depende de manera lineal del ingreso, $C(x) = a + bx$. Determina los valores de $a$, $b$ si por cada 200 pesos adicionales de ingreso, el consumo aumenta en 75 pesos; además, el consumo es igual a \$3000 con un ingreso de \$9000.

**Solución** La pendiente es igual a $b = 75/200 = 3/8$. Después, $3000 = (3/8)(9000) + a$, que da $a = -375$. La ecuación es, entonces,

$$y = \frac{3}{8}x - 375.$$

**Problema 5** En un monopolio, el costo de producción de cierto artículo es $C(Q) = 5Q + 3Q^2$ con un precio de venta $P(Q) = 9 - 2Q$. ¿Cuánto vale la ganancia máxima?
**Solución** La función ganancia es la diferencia entre el ingreso, $I(Q) = QP(Q)$ y el costo $C(Q)$:

$$G(Q) = 9Q - 2Q^2 - 5Q - 3Q^2 = 4Q - 5Q^2.$$

La función ganancia es una parábola con concavidad hacia abajo, que cruza el eje $Q$ en $Q = 0$, $Q = 4/5$. El vértice $(Q^*, G(Q^*))$ de la parábola corresponde al punto de máximo de la función ganancia, con valor

$$Q^* = \frac{2}{5},\ G(Q^*) = \frac{4}{5}.$$