Tarea 2

Lino AA Notarantonio, lino@tec.mx
Entrega: Miércoles, 4 de septiembre de 2019

August 29, 2019

Problema 1 El sueldo, y, de cierto trabajador es una función lineal del número de horas trabajadas por semana, x.
Se observaron los siguientes valores para este trabajador:

$$x_1 = 50, y_1 = 13,500, \qquad x_2 = 58, y_2 = 16,800.$$

- Determina la ecuación del sueldo de este trabajador.
  Solución La pendiente de la recta es
  $$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 412.5;$$
  el intercepto en el origen se puede calcular usando
  $$y_1 = 412.5x_1 + b \ \Rightarrow b = -7,125.$$
  por lo que la ecuación es
  $$Y = 412.5x - 7125.$$

- ¿Cuánto es el sueldo adicional por cada hora más trabajada?
  Solución Es el valor de la pendiente, $m = 412.5$.

- Traza la gráfica de la función resultante. ¿Cuál es el número mínimo de horas que debería trabajar este trabajador?
  Solución El intercepto en el origen, $b = -7125$, es negativo. La gráfica se encuentra en el cuarto cuadrante (con $y < 0$) hasta el valor $x^* = 7125/412.5 = 17$ horas por semana (redondeada a la hora más cercana). La conclusión es que al trabajador no le conviene trabajar menos de 17 horas por semana, porque su sueldo sería negativo.
  Comentario Que el sueldo pueda resultar negativo para ciertos valores de x, puede ser una llamada de atención acerca de la exactitud o adecuación del modelo planteado (en este caso, lineal). Con más información (*i.e.*, datos) se podría encontrar un modelo mejor o quizás justificar estos valores negativos del sueldo.

Problema 2 La curva de aprendizaje de cierta tarea, y, medida en unidades apropiada, se puede expresar mediante la siguiente función cuadrática

$$y = -35x^2 + 22,400x,$$

donde x representa el número de horas dedicadas a aprender la tarea.

- Determina x^*, la coordenada en x del vértice de la parábola.
  Solución $x^* = -b/(2a) = 22400/70 = 320$.

- Calcula e interpreta el valor de la variable dependiente asociada.
  Solución El valor en y del vértice de la parábola es $y^* = 3,584,000$ (unidades). Este valor y^* es el máximo de la curva de aprendizaje en este modelo.

- ¿Cómo interpretas los valores de la parábola con $x > x^*$?
  Solución Corresponden a valores en donde los valores de la curva de aprendizaje son menores al valor máximo. Una posible interpretación es que, en este modelo, dedicar más tiempo de las $x^* = 320$ horas en el aprendizaje de la tarea no es conveniente (desperdicio de recursos), ya que el máximo se logra con menos horas.

Problema 3 El costo del vidrio, C, para recubrir una ventana normanda (cf., clase del 28 de agosto) es una función lineal del área de la misma, A, según la función

$$C = 4A + 5,$$

(en miles de pesos). Si el perímetro de la ventana es igual a 10 metros, determina el costo máximo del vidrio.
Solución El área de la ventana normanda, como función del ancho de la misma $a = x$, es igual a

$$A(x) = -\left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\right] x^2 + 5x$$

Considerando que el máximo del área se logra en

$$x^* = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{2(1/2 + \pi/8)} = 2.80 \text{ metros}$$

entonces resulta que el costo máximo es (**¿por qué?**) $C^* = 4x^* + 5 = 16.2$, que corresponden a \$16,200 MN.
Problema 4 Determina el dominio de las funciones a continuación.

- $f(x) = \ln\left(x^2 - 2x - 3\right)$
  Solución El argumento de un logaritmo no puede ser negativo, o cero. Por lo tanto, se debe resolver

  $$x^2 - 2x - 3 > 0.$$

  Factorizando, $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$, por lo que

  $$\text{Dominio } = \{x : x < -1, x > 3\}.$$

  Comentario Las desigualdades deben ser estrictas, porque el argumento de un logaritmo no puede ser cero.

- $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1}}$
  Solución Sumando las fracciones bajo raíz cuadrada,

  $$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{(x+1) - x}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}.$$

El dominio es igual a $\{x : x(x+1) > 0\}$. Resolviendo la desigualdad, resulta que

$$\text{Dominio } = \{x : x < -1, x > 0\}.$$