

# מבחן באלגברה מודרנית ח' 104134

מועד א - סמסטר אביב תש"ף (חלק א')

## הנחיות:

1. משך חלק זה הוא 60 דקות.
2. השימוש בכל חומר עזר אסור.
3. יש לנמק כל תשובה ולצטט את המשפטים עליהם אתם מתבססים.
4. יש לרשום ת.ז. ולחתום על כל הדפים הסרוקים.
5. יש להכין דף שער שבו רשום ת.ז., חתימה וסמסטר אליו אתם רשומים: חורף/אביב/חורף+אביב.
6. יש לסרוק את הבחינה יחד עם דף השער לקובץ  $PDF$  ולשמור את הבחינה תחת השם `id_partA`.
7. יש להעלות את הקובץ למשימת ההגשה המתאימה במודל ובנוסף לשלוח אותו למייל `course104134@technion.ac.il`.

## שאלה 1 (סעיף א - שאלת שיעורי בית מהווה 12% מגן )

- נתונה תמורה  $\alpha = (9 \ 3 \ 4 \ 7 \ 5) (7 \ 1 \ 3 \ 5 \ 9 \ 2) \in S_9$ .
- א. (8 נק') מצאו תמורה  $\beta \in S_9$  כך שמתקיים  $\beta^5 = \alpha$ . נמקו.
- ב. (12 נק') נתונה תמורה  $\gamma = (1 \ 8 \ 4 \ 2 \ 5) (1 \ 7 \ 3 \ 5 \ 2 \ 8 \ 4 \ 6)$ .  
מצאו את מספר התמורות  $\sigma$  המקיימות  $\sigma \alpha \sigma^{-1} = \gamma$  ותנו דוגמה לאחת כזו אם יש. נמקו.

## שאלה 2 :

- אין בהכרח קשר בין הסעיפים בשאלה זו.
- תזכורת: עבור חבורות  $(G_1, *)$ ,  $(G_2, \diamond)$ , הקבוצה  $G = G_1 \oplus G_2 = \{(x, y) \mid x \in G_1, y \in G_2\}$  היא חבורה ביחס לפעולה  $(x_1, y_1) \odot (x_2, y_2) = (x_1 * x_2, y_1 \diamond y_2)$ .
- א. נתונה החבורה  $A = \mathbb{Z}^2 = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ , ונתונה  $B = \langle (2, 3) \rangle = \{(2t, 3t) \mid t \in \mathbb{Z}\}$ .  
תת החבורה הציקלית הנוצרת על ידי  $(2, 3)$ .
1. (10 נק') מצאו את כל ערכי  $y \in \mathbb{Z}$  עבורם  $(8, 13) + B = (2, y^2) + B$ . נמקו.
  2. (10 נק') נתון הומומורפיזם  $\varphi : A \rightarrow A$  המקיים:  $\varphi(0, 1) = (4, 0)$  ו-  $\text{Ker} \varphi = B$ .  
חשבו את  $\varphi(2, 0)$ . נמקו.
- ב. (10 נק') נתונה חבורה  $G$  ונתונה  $\Delta = \{(a, a) \mid a \in G\}$  תת חבורה של  $G \oplus G$ .  
הוכיחו כי  $G$  אבליית אס"ם  $\Delta$  תת חבורה נורמלית של  $G \oplus G$ .  
(אין צורך להוכיח ש-  $\Delta$  תת חבורה של  $G \oplus G$ .)