

应用统计参营经历分享

19 应统杜举国

上交数院应统（线上）

6.26

开始先拿起身份证宣读个人诚信承诺

数学分析

函数严格单调和反函数存在是否是充分必要条件，为什么？

函数在闭区间 $[a,b]$ 上连续，反函数是否连续？为什么？

高等代数

写出 Cauchy 不等式，并说出等号成立的条件。

给出一个五维向量 β （好像 $\beta = (1, 0, -1, 0, 1)$ ），寻找五维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ ，问使

得 $\beta, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ 线性无关的最大的 k 是多少？为什么？

概率论

说出你知道的大数定律。

定义随机变量的意义？

数理统计

p 值是统计量吗？为什么？

综面

老师 1：你刚刚说的都是弱大数定律，请问你知道哪些强大数定律？又问了引进随机变量的意义。

老师 2：问了条件最小二乘估计，但我当时忘了，就改问了线性回归中参数的估计是什么？最小二乘估计有哪些优缺点？有哪些稳健的估计？

老师 3：问的编程，给你一个向量，请你编程提取其中的奇数，代码手写，编程语言自选，我选的 R 语言。

老师 4：问的英语，无自我介绍，两个问题：你最值得自豪的事情是什么？请介绍你的家乡。

一、面试题

开头先检查身份证和人脸识别。

头一天晚上老师通知准备一个 1-2min 的英语自我介绍，因此面试刚开始就先说自我介绍。接着是两个英语问题，其中一个记不得了，另一个是你觉得人生最重要的阶段是哪个阶段？为什么？

接着是政治提问：先说了一段习近平讲话的背景，然后问为什么要振兴乡村。

接下来第一个老师问我专业问题（数理统计，概率论和随机过程）

数理统计

检验是什么？然后举了一个例子，假定给了节食前和节食后的体重数据，问怎么判断节食减肥有没有效果？用什么检验？然后假定 p 值是 0.03，问减肥是有效还是无效？为什么？

概率论

两个正态随机变量之和是不是正态随机变量？有哪些分布满足可加性？

随机过程

马路口经过的车辆数服从什么分布？两辆车经过的时间差服从什么分布？如果给定一段时间通过的车辆数，问这段时间经过的车辆的到达时间服从什么分布？（最后一个问题当时没反应过来，老师说是均匀分布我才想起来）

接下来第二个老师提问我科研相关问题

问我想不想读博？问我在做科研中遇到哪些困难？怎么克服的？

最后第三个老师问我数学分析的问题

数学分析

实数系的完备性指的是什么？（我回答指的是柯西收敛原理，即实数基本数列收敛于实数极限，接着说还有四个等价定理）

然后老师接着问四个等价定理是什么？（我回答完时间就到了）

不同面试老师问的问题不一样，和我一起面试的江芬学姐就被问到了寿险精算方面的问题。具体面试题可咨询她。

二、笔试题

1、(10 分) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 且已知 $g(0) = g'(0) = 0, g''(0) = 2$, 求 $f'(0)$ 。

2、(15 分) 若 $f(x)$ 是定义在 $[0,1]$ 上的连续函数, 求

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 n t^n e^{f(t)(1-t)} dt$$

3、(10 分) 设 $\alpha_1, \dots, \alpha_s$ 是线性空间 V 中的向量组, $\beta = \sum_{i=1}^s \alpha_i$, 证明

$$r(\alpha_1, \dots, \alpha_s) = r(\beta - \alpha_1, \dots, \beta - \alpha_s)$$

4、(15 分) 设 A, B 为 n 阶实对称矩阵, 其中 A 半正定, 而 λ_{\min} 为 B 的最小特征值, 证明

$$\text{tr}(AB) \geq \lambda_{\min} \text{tr}(A)$$

5、(10 分) 设随机变量 (X, Y) 具有概率密度函数

$$p(x, y) = \begin{cases} e^{-x-y} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

请计算条件数学期望 $E(X+Y | X < Y)$ 。

6、(15 分) 设随机变量 X 服从均匀分布 $U(1,2)$ 在已知 $X = x (1 < x < 2)$ 时随机变量

Y 的条件分布为指数分布 $Exp(x)$ ，请利用重期望公式求随机变量 $T=XY$ 的分布函数。

7、（10 分）设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态分布 $N(\mu, 1)$ 的简单随机样本，用 \bar{X} 表示样本均值，用 $X_{(\frac{n}{2})}$ 表示样本中位数，已知

$$\sqrt{n}(X_{(\frac{n}{2})} - \mu) \times 2\phi(0) \xrightarrow{d} N(0, 1)$$

其中 $\phi(x)$ 表示标准正态分布密度，对于检验问题 $H_0: \mu \leq 1 \leftrightarrow H_1: \mu > 1$ ，考虑两种检验统计量

$$T_1 = \sqrt{n}(\bar{X} - 1) \quad T_2 = 2\phi(0) \cdot \sqrt{n}(X_{(\frac{n}{2})} - 1)$$

在显著性水平 0.05 下，根据 T_1 和 T_2 分别为上述检验问题构造一种检验方法，记作 φ_1 和 φ_2 （给出它们的拒绝域即可），并比较它们的功效大小（标准正态分布的 0.95 分位数是 1.645）

8、（15 分）设 x_1, \dots, x_n 是独立同分布随机变量， $0 < \theta < 1$ ，

$$p(x_1 = -1) = \frac{1-\theta}{2}, p(x_1 = 0) = \frac{1}{2}, p(x_1 = 1) = \frac{\theta}{2}$$

（1）求 θ 的 MLE θ_1 ，它是 θ 的无偏估计吗？为什么？

（2）求 θ 的无偏估计方差的 C-R 下界。

开头在大屏幕上放出一道题，就当考察基础知识掌握度了，可谓一题定生死：

设随机变量 $X \sim N(0, \sigma^2)$ ，求：

- (1) $E(|X|), \text{Var}(|X|)$
- (2) 令 $Y = |X|$ ，问 X 和 Y 是否不相关？为什么？
- (3) X 和 Y 是否独立？为什么？

接着问我科研方方面面的问题，我只记得问我知道哪些稳健估计方法了。

不同的人抽到的题目不一样，一起面科大的我知道还有江芬学姐，包恒嘉学姐（管理科学），吴诗妍学姐，具体试题可以咨询她们。