

Tutorato AFL

Linpeng Zhang

29 maggio 2019

Sommario

Per errori/dubbi/problemi: linpeng.zhang@studenti.unipd.it.

Indice

1	Lez11	1
1.1	Esercizi	1
1.2	Soluzioni	2

1 Lez11

1.1 Esercizi

1. 4-Color consiste nel colorare i vertici di un grafo non orientato assegnando 4 colori diversi e in modo che due vertici adiacenti abbiano colori differenti. Dire se 4-Color è un problema NP-completo. Dimostrare la propria asserzione.
2. Circuito Toniano consiste nel trovare un ciclo che attraversa almeno la metà dei vertici di un grafo esattamente una volta. Dire se Circuito Toniano è un problema NP-completo. Dimostrare la propria asserzione.
3. Circuito Hamiltoniano pesante consiste nel trovare un ciclo il cui peso sia maggiore o uguale alla metà della somma totale di tutti i pesi del grafo. Dire se Circuito Hamiltoniano pesante è un problema NP-completo. Dimostrare la propria asserzione.
4. LP chiede di trovare il cammino semplice di peso massimo in un grafo non orientato e pesato G . Dire se LP un problema NP-completo. Dimostrare la propria asserzione.

1.2 Soluzioni

1. Il problema è NP-Completo. La dimostrazione consta di due passaggi:
 - (a) il problema è NP: un certificato è una mappa che associa ciascun vertice al proprio colore; si può verificare ciclando sugli archi in tempo certamente polinomiale al numero degli archi;
 - (b) il problema è NP-Hard: si riduce 3-COLOR a 4-COLOR. Data un'istanza g per 3-COLOR la trasformazione $h(g)$ consiste nel collegare ogni vertice in g ad un nodo isolato. In questo modo: se g è 3-Colorabile allora g è 4-Colorabile visto che basta assegnare il quarto colore al nodo aggiunti. Se $h(g)$ è 4-Colorabile, certamente tutti i nodi in g hanno avuto 3 colori perché il nodo aggiunto è collegato a tutti gli altri nodi ed è quindi di un solo colore.
2. Il problema è NP-Completo. La dimostrazione consta di due passaggi:
 - (a) il problema è NP: un certificato è una sequenza di vertici. Stabilire se questi sono collegati, se sono almeno la metà dei vertici e se il primo coincide con l'ultimo richiede tempo polinomiale.
 - (b) il problema è NP-Hard: si riduce Circuito Hamiltoniano a Circuito Toniano. Data un'istanza g di un grafo semplice per Circuito Hamiltoniano la trasformazione $h(g)$ consiste nel raddoppiare il numero di vertici aggiungendo nodi isolati. In questo modo: se g ha un Circuito Hamiltoniano allora $h(g)$ avrà un circuito toniano (che è proprio il circuito hamiltoniano in g , che passa per metà dei vertici). Se $h(g)$ ha un circuito toniano, certamente sarà fatto da tutti e soli i vertici in g , rappresentando quindi un Circuito Hamiltoniano in g .
3. Il problema è NP-Completo. La dimostrazione consta di due passaggi:
 - (a) il problema è NP: un certificato è una sequenza di vertici. Stabilire se questi sono collegati, sommare i pesi e verificare che superi la metà della somma totale degli archi, e verificare se il primo vertice coincide con l'ultimo richiede tempo polinomiale.
 - (b) il problema è NP-Hard: si riduce Circuito Hamiltoniano a Circuito Hamiltoniano pesante. Data un'istanza g di un grafo semplice per Circuito Hamiltoniano la trasformazione $h(g)$ consiste nell'inserire pesi nulli su ogni arco. In questo modo: se g ha un Circuito Hamiltoniano allora $h(g)$ avrà un circuito Hamiltoniano pesante, visto il circuito in g ha come somma dei pesi 0 che è \geq alla somma dei pesi di tutti gli archi. Se $h(g)$ ha un circuito Hamiltoniano pesante allora certamente è anche un circuito Hamiltoniano in g , visto che vertici e archi sono gli stessi a meno dei pesi.

4. Bisogna considerare il problema di decisione: esiste un grafo di peso maggiore o uguale a k ? Tale problema è NP-Hard. La dimostrazione consta di due passaggi:
- (a) il problema è NP: un certificato è una sequenza di vertici e un valore k . Verificare che siano collegati e che il peso sia maggiore o uguale a k avviene in tempo polinomiale percorrendo tali vertici.
 - (b) il problema è NP-Hard: si riduce Circuito Hamiltoniano a LP. Data un'istanza g di un grafo semplice per Circuito Hamiltoniano la trasformazione $h(g)$ consiste nell'inserire pesi unitari su ogni arco. In questo modo: se g ha un Circuito Hamiltoniano allora $h(g)$ avrà un cammino di peso maggiore o uguale al numero di vertici - 1. Se $h(g)$ ha un cammino di peso maggiore o uguale al numero di vertici - 1, certamente ci sarà un Circuito Hamiltoniano in g .