模式识别与机器学习第二章作业

♠ 201628017729xxx Rio Lin ♠

2016 年12 月10 日

1 求两类模式之间的贝叶斯判别界面的方程式

设以下模式类别具有正态概率密度函数：

$$\omega_1 : \{(0,0)^T, (2,0)^T, (2,2)^T, (0,2)^T\}$$
$$\omega_1 : \{(4,4)^T, (6,4)^T, (6,6)^T, (4,6)^T\}$$

第一问: 设$P(\omega_1) = P(\omega_2) = 1/2$。求这两类模式之间的贝叶斯判别界面的方程式。

solution:
模式的均值向量m_i和协方差矩阵C_i可用下式估计:

$$m_i = \frac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{N_i} x_{ij}, i = 1,2$$

$$C_i = \frac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{N_i}(x_{ij} - m_i)(x_{ij} - m_i)^T, i = 1,2$$

其中N_i为类别ω_i中模式的数目，x_{ij}代表在第i个类别中的第j个模式。由上式可求出:

$$m_1 = (1,1)$$

$$m_2 = (5,5)$$

$$C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

因此

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由于$P(\omega_1) = P(\omega_2) = 1/2$。并且$C_1 = C_2$, 并且$C$ 为对称矩阵。则判别界面为:

$$d_1(x) - d_2(x) = lnP(\omega_1) - lnP(\omega_2) + (m_1 - m_2)^T C^{-1} x - \frac{1}{2} m_1^T C^{-1} m_1 + \frac{1}{2} m_2^T C^{-1} m_2 = 0$$

化简后：

$$d_1(x) - d_2(x) = (m_1 - m_2)^T C^{-1} x - \frac{1}{2} m_1^T C^{-1} m_1 + \frac{1}{2} m_2^T C^{-1} m_2 = 0$$

把之前得到的m_1, m_2, C 代入，得到：

$$x_1 + x_2 - 6 = 0$$

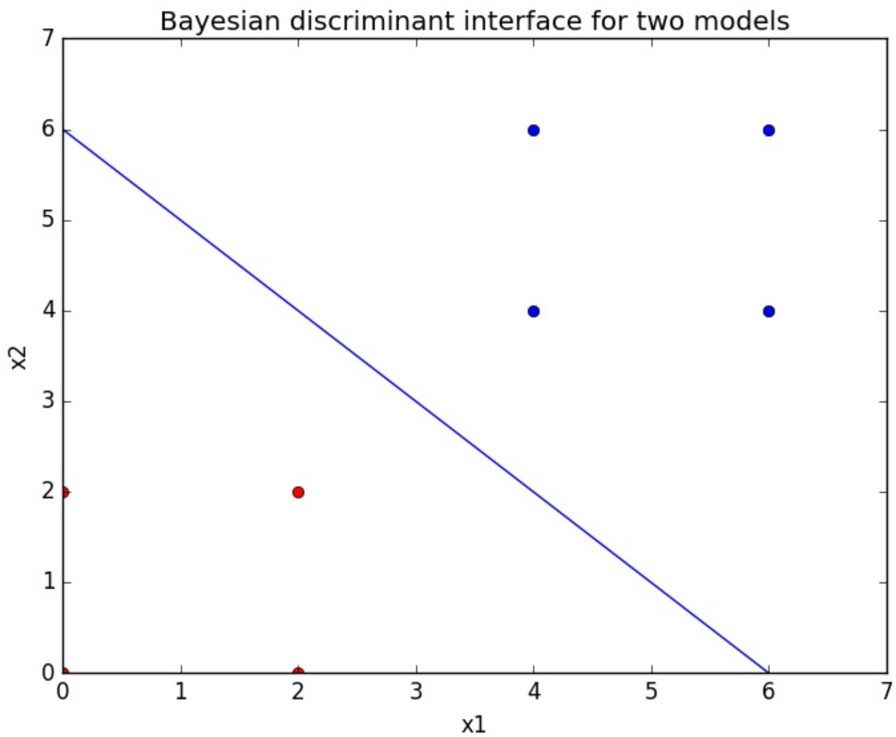

Figure 1: Bayes Classification face

第二问: 绘出判别界面。如图1 所示。红色圆圈点代表ω_1 类, 蓝色圆圈点代表ω_2 类。

2 编写两类正态分布模式的贝叶斯分类程序。（可选例题或上述作业题为分类模式）

参考附件的.py 程序