

2022 年第二届长三角高校数学建模竞赛题目

(请先阅读“长三角高校数学建模竞赛论文格式规范”)

C 题 隧道的升级改造与设计

某地现存一旧式双洞隧道，现计划将该隧道在旧貌基础上升级改造。在升级改造前，需进行定标与设计。考虑到该隧道洞壁附着特殊涂料，无人机在洞内通信信号较差，实地测量存在人身安全风险，建设指挥部已经通过某种技术手段得到该隧道从正上方俯拍的 CAD 航拍图（图 1，更清晰图像见附件 1）。现计划通过数学建模方法进行每个洞的中轴线的百米定标、安全评估与设计改造。

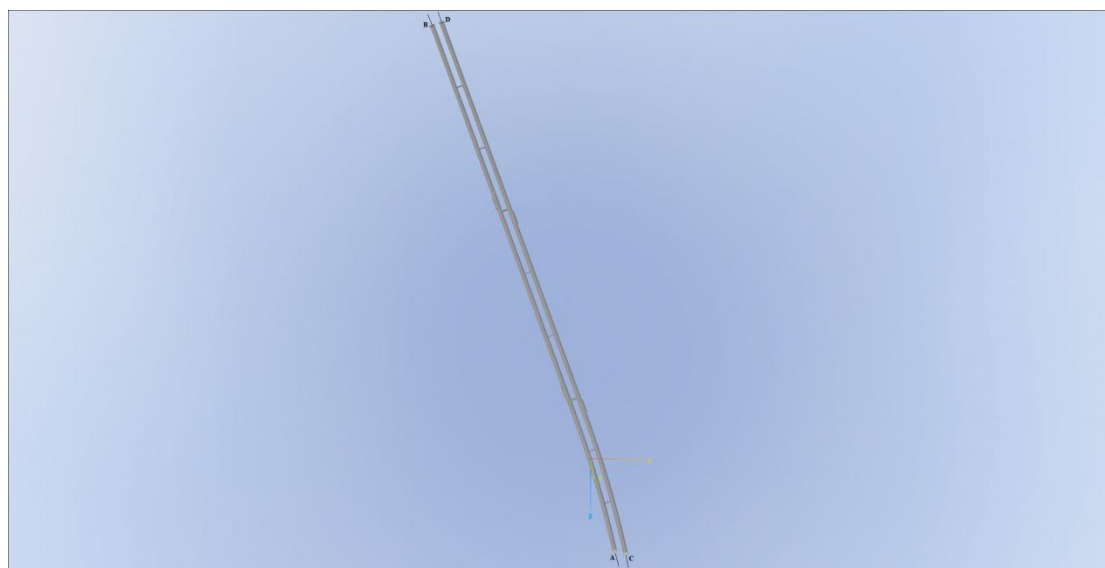


图 1. 隧道正上方二维 X-Z 平面俯拍图

图 1 为隧道正上方俯拍图，即二维 X-Z 平面图。左洞起点坐标为 $A(91, 7, 349)$ ，左洞终点坐标为 $B(-617, 48, -1672)$ ，单位为米（下同）；右洞起点坐标为 $C(134, 7, 357)$ ，右洞终点坐标为 $D(-580, 48, -1685)$ 。左洞行车方向为 AB ，右洞行车方向为 DC 。起点和终点均落在隧道单洞中轴线上。附件 2 是测得的隧道中轴线的 Z-Y 高程数据。为安全起见，在修建过程中，该隧道的坡度一般不大于 3%；同时为利于排水，坡度一般不小于 0.3%。其中，坡度 $a\%$ 指的是沿着 Z 方向每前进 1 米，Y 方向上升或下降 $a\%$ 米。此外，为防止降雨天气对安全造成影响，隧道应尽量避免有积水区域。X、Y、Z 坐标轴方向参照图 1 中标示。请建立数学模型，解决以下问题：

- 1、建立隧道左右两洞的中轴线空间定标模型，计算左右两个隧道的长度，并给出左右两个隧道的百米定标。
- 2、根据隧道的空间定标和隧道建设安全要求，量化评价隧道的安全性。

3、隧道改造设计过程中，在尽可能满足隧道安全要求的前提下，还应考虑节省人力、物力资源的消耗。请从安全、经济等方面出发，研究如何对该隧道进行优化改造设计。改造后的结果请填入附件 3，并将其作为附件材料提交至参赛系统中。

相关说明

定标：即坐标的标定，其中空间定标是指准确标定出被描述物体的三维空间坐标。

百米定标：沿行车方向标定隧道通行长度整百米处（如 100 米，200 米，300 米，.....）的三维空间坐标。

隧道长度：隧道的通行长度。