

## 网络金融交易分配问题

网络金融，是指在国际互联网(Internet)上开展的金融业务（包括网络银行、网络证券、网络保险，网络股票、期权等金融服务及相关内容），它不同于传统的以物理形态存在的金融活动，是存在于电子空间中的金融活动，其存在形态是虚拟化的、运行方式是网络化的。它是信息技术特别是互联网技术飞速发展的产物，是适应电子商务发展需要而产生的网络时代的金融运行模式。在此，我们探讨的网络金融交易问题场景设定如下：某一时间段 $t$ 内，共有  $m$  个网络支付平台（下简称平台）和  $n$  笔可能要发生的交易，每笔交易 $T_i(1 \leq i \leq n)$ 都需经平台进行，每笔交易 $T_i(1 \leq i \leq n)$ 都有其相应的交易量 $w_i$ 和交易费用 $f_i$ （注：此项交易费用完全归处理交易 $T_i$ 的平台 $P_j$ 所有）。为了降低金融风险和维护现有  $m$  个平台的共同发展，金融监管部门依据历史数据对于每个平台都设置其最大允许交易量，即平台 $P_j(1 \leq j \leq m)$ 的最大允许交易量为 $C_j$ ，假设所有交易都必须由金融监管部门统一分配。请解答下面两个问题：

问题（1）：部分交易完成（最大化最小总交易费用）。由于平台有最大允许交易量的限制，故此时不能保证每笔交易都能成功进行，平台为了追求自身利益将会有选择性的进行交易，但是每笔交易 $T_i$ 最多只能在其中某一个平台上进行（即单笔交易不能拆分）。为了维护现有  $m$  个平台的共同发展和重点扶持小微平台，请你们为金融监管部门设置可行交易分配方案使得总交易费用最少的平台其总交易费用最大。试建立此问题的一般数学模型并设计快速高效的求解算法，利用附件中的实例 1-4 进行检验，将计算结果具体信息以附件形式提交，并对计算结果的优劣进行分析。

问题（2）：全部交易完成（最小化总交易费用）。假设必须要完成所有  $n$  笔交易且有 $\sum_{i=1}^n w_i = \sum_{j=1}^m C_j$ 成立，即每个平台的最大允许交易量都要满足。不同于问题（1），此时，交易 $T_i$ 可能会在多个平台上进行（即单笔交易可拆分），不管交易 $T_i$ 在平台 $P_j$ 上进行交易的交易量大小如何，只要交易 $T_i$ 在平台 $P_j$ 上进行了交易或者部分交易，那么平台 $P_j$ 都会收取相应的交易费用 $f_i$ 。金融监管部门希望社会总成本最小，即总交易费用最小，也就是说尽量使得单笔交易不要拆分或者尽可能少的拆分，请你们为金融监管部门设置可行交易分配方案使得总交易费用最小。试建立此问题的一般数学模型并设计快速高效的求解算法，利用附件中的实例 5-8 进行检验，将计算结果具体信息以附件形式提交，并对计算结果的优劣进行分析。

**注：**建议大家优先自行设计算法进行计算求解，之后有条件的话再借助求解器进行对比验证。不要只是仅仅利用求解器进行计算。