Esame di Applicazioni Industriali Elettriche

Appello II: 07/07/2020

Note

Il tempo massimo per l'esecuzione della prova è di 90 minuti. Inserire di seguito la matricola per trovare i coefficienti da usare per determinare i parametri degli esercizi proposti.

Matricola:

k_6	k_5	k_4	k_3	k_2	k_1

Esercizio 1

Dato il circuito in figura, si determini il valore della tensione V_1.

$V_1 = r\, I_{R_3}$

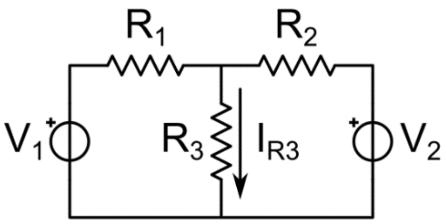
$V_2 = (10 + k_1)\, V$

$R_1 = 1\, \Omega$

$R_2 = 2\, \Omega$

$R_3 = 3\, \Omega$

$r = 4\, \Omega$



Esercizio 2

Si determini il fattore di potenza del carico alimentato dal generatore in figura. Si consideri il circuito operante in stato stazionario sinusoidale.

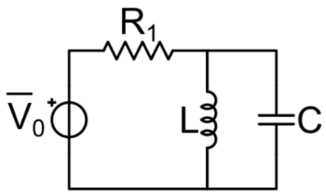
$\bar{V}_0 = (325\, \angle 0°)\, V$

$R_1 = 4\, \Omega$

$\mathrm{C} = 10\, \mu\mathrm{F}$

$L = (1 + k_2)\, mH$

$\omega = 100\pi\, rad/s$



Esercizio 3

Il circuito in figura, in condizioni transitorie, è osservato a partire dall'istante $t = 0$, nel quale viene **aperto** l'interruttore. Si determini dal circuito il valore iniziale della tensione sul condensatore v_C e l'espressione temporale di quest'ultima.

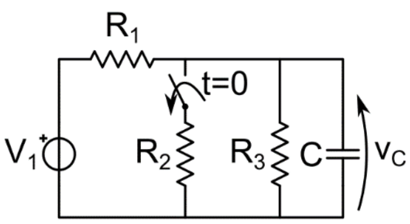
$V_1 = (10 + k_3)\, V$

$C = 10\, \mu F$

$R_1 = 1\, \Omega$

$R_2 = 2\, \Omega$

$R_3 = 3\, \Omega$



Soluzioni Appello II del 07/07/2020

Alessandro Soldati

07/07/2020

Esercizio 1

Il circuito può essere risolto facilmente sia col metodo delle maglie che col metodo dei nodi. Il primo presenta il vantaggio di esporre direttamente la grandezza di controllo I_{R3}, ma richiede un sistema di due equazioni. Il secondo richiede invece una sola equazione.

Applicando il metodo dei nodi al nodo A che appartiene a tutte e tre le resistenze presenti, si ha

$$\begin{cases} G_1(V_1 - V_A) + G_2(V_2 - V_A) - G_3 V_A = 0 \\ V_1 = r I_{R3} = r G_3 V_A \end{cases} \tag{1}$$

dalle quali si ottiene facilmente la richiesta

$$V_1 = r G_3 V_A = \frac{r G_2 G_3 V_2}{G_1 + G_2 + G_3 + r G_1 G_3} = \frac{r R_1 V_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 - r R_2} \tag{2}$$

Esercizio 2

Come primo passo occorre calcolare l'impedenza complessiva $\mathbf{Z}$ del carico, osservando che è costituita dalla serie di R_1 con il parallelo di L e C.

$$\mathbf{Z} = R_1 + \left(j\omega L \parallel \frac{1}{j\omega C} \right) = R_1 + \frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = R_1 + \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC} = Z \angle \varphi \tag{3}$$

Il fattore di potenza (PF) è quindi calcolato come rapporto fra potenza attiva P e potenza apparente S:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\mathbf{V_0}\mathbf{I}^* = \frac{1}{2}\mathbf{V_0}\left(\frac{\mathbf{V_0}}{\mathbf{Z}}\right)^* = \frac{V_0^2}{2\mathbf{Z}^*} = \frac{V_0^2}{2Z^2}\mathbf{Z} = S\angle\varphi \tag{4}$$

$$\mathrm{PF} = \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{R_1}{Z} = \cos\arctan\left[\frac{\omega L}{R_1(1-\omega^2 LC)}\right] = \sqrt{\frac{R_1^2(1-\omega^2 LC)^2}{R_1^2(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2}} \tag{5}$$

Esercizio 3

Il problema studiato rappresenta il transitorio, forzato, di un circuito RC del primo ordine. L'unica condizione iniziale si determina osservando che la tensione sul condensatore è imposta da un partitore di tensione costituito da R_1 e da $R_2 \parallel R_3$:

$$v_C(0) = V_1 \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + R_2 \parallel R_3} = \frac{R_2 R_3 V_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \tag{6}$$

Il transitorio si avvia escludendo R_2 mediante apertura dell'interruttore; si può quindi calcolare l'equivalente di Thévenin ai terminali della capacità C:

$$V_{th} = V_1 \frac{R_3}{R_1 + R_3} \tag{7}$$

$$R_{eq} = R_1 \parallel R_3 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \tag{8}$$

Si ha quindi l'equazione del circuito

$$\frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} + \frac{v_C}{R_{eq}C} = \frac{V_{th}}{R_{eq}C} \tag{9}$$

Che, abbinata alla condizione iniziale (6), porta alla soluzione

$$v_C(t) = V_{th}(1 - e^{-t/\tau}) + v_C(0)e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq}C \tag{10}$$