Cognome:______________________________ Nome:______________________________

Esame di Applicazioni Industriali Elettriche / Elettronica

Appello VI: 14/01/2020

Note

Il tempo massimo per l'esecuzione della prova è di due ore. Inserire di seguito la matricola per trovare i coefficienti da usare per determinare i parametri degli esercizi proposti.

Matricola:

k_6	k_5	k_4	k_3	k_2	k_1

Esercizio 1 (Modulo 1 – Tutti)

Determinare le correnti dei due generatori di tensione del circuito riportato in figura. Si supponga il circuito in condizioni stazionarie in continua e si adotti la convenzione del generatore per le correnti cercate.

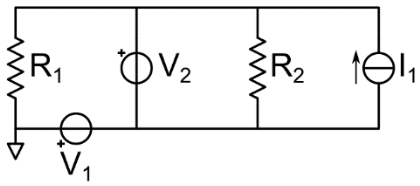
$V_1 = 10\ V$

$V_2 = 15\ V$

$I_1 = (k_1 + 5)\ A$

$R_1 = 4\ \Omega$

$R_2 = 100\ \Omega$



Esercizio 2 (Modulo 1 – Tutti)

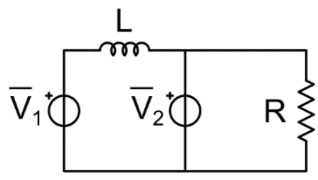
Determinare il valore del fasore $\bar{V}_1$ in modo che $\bar{V}_2$ non eroghi potenza reattiva e che la potenza attiva erogata al carico R sia ripartita equamente fra i due generatori, supponendo il circuito in condizioni stazionarie sinusoidali. La frequenza delle sorgenti è f_0. Si considerino i fasori delle ampiezze e non quelli efficaci.

$\bar{V}_2 = (325\ \angle 30°)\ V$

$f_0 = 50\ Hz$

$R\ =\ 10\ \Omega$

$L = (k_2 +\ 1)\ mH$



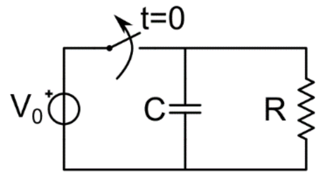
Esercizio 3 (Modulo 1 – Tutti)

L'interruttore è inizialmente chiuso; all'istante t=0 viene aperto. Determinare il tempo minimo necessario affinché la tensione sul condensatore scenda al di sotto di 60 V.

$V_0 = 325\ V$

$C\ =\ 33\ \mu F$

$R = (k_3 + 1)\ k\Omega$



Soluzioni Appello VI del 14/01/2020

Alessandro Soldati

14/01/2020

Esercizio 1

La convezione del generatore impone che il verso convenzionale delle correnti sia uscente dal terminale a potenziale maggiore. Ciò significa che la corrente punta a sinistra per V_1 e in alto per V_2 (considerando la figura data). Il nodo di riferimento inserito in figura è arbitrario e, in questo caso, volutamente fuorviante; l'analisi esposta di seguito è tuttavia indipendente da come si sceglie tale nodo.

Si scriva quindi l'equazione di Kirchhoff delle correnti (KCL) al nodo identificato dal terminale positivo di V_2:

$$I_{V1} + I_{V2} + I_1 - I_{R2} = 0$$

Si osserva che:

$$I_{V1} = \frac{V_1 - V_2}{R_1}, \qquad I_{R2} = \frac{V_2}{R_2}$$

Per sostituzione si ottiene quindi:

$$I_{V2} = I_{R2} - I_{V1} - I_1 = \frac{V_2}{R_2} - \frac{V_1 - V_2}{R_1} - I_1 = V_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - \frac{V_1}{R_1} - I_1.$$

Esercizio 2

Per rispondere al quesito occorre determinare il valore di potenza complessa $\bar{S}_2$ in forma simbolica; per farlo è prima necessario individuare la corrente $\bar{I}_2$ erogata da $\bar{V}_2$ come funzione della tensione complessa $\bar{V}_1$. Si segue un procedimento in analogia con quanto già fatto nell'Esercizio 1. Si consideri $\bar{I}_1$ la corrente fasoriale di $\bar{V}_1$. $\bar{Z}$ è l'impedenza dell'induttanza L:

$$\bar{Z} = j\omega L = j2\pi f_0 L$$

Procedendo con il calcolo delle correnti incognite e della potenza complessa $\bar{S}_2$:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{\bar{Z}}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_2}{R} - \bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_2}{R} - \frac{\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{\bar{Z}} = \bar{V}_2\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\bar{Z}}\right) - \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}} = \bar{V}_2\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\bar{Z}} - \frac{\bar{V}_1/\bar{V}_2}{\bar{Z}}\right) = \bar{V}_2\left(\frac{1}{R} + \frac{1-\bar{a}}{\bar{Z}}\right)$$

Dove nell'ultimo passaggio si è posto, per comodità, $\bar{V}_1 = \bar{a}\bar{V}_2$, dove $\bar{a} = b + jc$ è una costante adimensionale complessa da determinare.

$$\bar{S}_2 = \frac{1}{2}\bar{V}_2\bar{I}_2^* = \frac{1}{2}\bar{V}_2\bar{V}_2^*\left(\frac{1}{R} + \frac{1-\bar{a}}{\bar{Z}}\right)^* = \frac{|\bar{V}_2|^2}{2}\left(\frac{1}{R} + \frac{1-\bar{a}}{\bar{Z}}\right)^* = \frac{|\bar{V}_2|^2}{2}\left(\frac{1}{R} + \frac{1-\bar{a}^*}{\bar{Z}^*}\right)$$

Dove nell'ultimo passaggio si sono applicate le proprietà dell'operatore di coniugazione per i numeri complessi. Si vuole che $\bar{V}_2$ eroghi solo potenza attiva, che è equivalente a chiedere che $\bar{S}_2$ sia un numero puramente reale:

$$\Im\left\{\bar{S}_2\right\} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \Im\left\{\frac{|\bar{V}_2|^2}{2}\left(\frac{1}{R} + \frac{1-\bar{a}^*}{\bar{Z}^*}\right)\right\} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \Im\left\{\frac{1}{R} + \frac{1-\bar{a}^*}{\bar{Z}^*}\right\} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \Im\left\{\frac{1-\bar{a}^*}{\bar{Z}^*}\right\} = 0 \quad\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\quad \Im\left\{\frac{\bar{Z}(1-\bar{a}^*)}{|\bar{Z}|^2}\right\} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \Im\left\{\bar{Z}(1-\bar{a}^*)\right\} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \Im\left\{j\omega L(1-b+jc)\right\} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \omega L(1-b) = 0$$

La condizione è soddisfatta da $b = 1$, cioè occorre che sia $\Re\left\{\bar{a}\right\} = 1$.

Per determinare $\Im\left\{\bar{a}\right\}$, occorre imporre l'equa ripartizione della potenza attiva del carico sui due generatori. La potenza assorbita carico R è $P_R = |\bar{V}_2|^2/(2R)$, indipendente da $\bar{V}_1$. Occorre quindi imporre:

$$\Re\left\{\bar{S}_2\right\} = P_R/2 \quad\Leftrightarrow\quad \Re\left\{\frac{|\bar{V}_2|^2}{2}\left(\frac{1}{R} + \frac{1-\bar{a}^*}{\bar{Z}^*}\right)\right\} = \frac{|\bar{V}_2|^2}{4R} \quad\Leftrightarrow\quad \Re\left\{\frac{|\bar{V}_2|^2}{2}\left(\frac{1}{R} + \frac{1-1+jc}{-j\omega L}\right)\right\} = \frac{|\bar{V}_2|^2}{4R} \quad\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{|\bar{V}_2|^2}{2}\left(\frac{1}{R}-\frac{c}{\omega L}\right)=\frac{|\bar{V}_2|^2}{4R} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{R}-\frac{c}{\omega L}=\frac{1}{2R} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{c}{\omega L}=\frac{1}{2R} \quad \Leftrightarrow \quad c=\frac{\omega L}{2R}$$

Unendo i due risultati precedenti, si ottiene infine:

$$\bar{a}=1+j\frac{\omega L}{2R}.$$

Esercizio 3

Finché l'interruttore è chiuso, C è carico alla tensione V_0. All'instante $t=0$ l'interruttore si apre e inizia il transitorio di scarica di C su R. La tensione sul condensatore è quindi:

$$v_C(t)=V_0 e^{-t/(RC)}$$

Chiamata V_A la tensione limite cercata (60 V nell'esercizio), si cerca quindi il tempo t_A tale che $t>t_A \implies v_C(t)<V_A$.

$$v_C(t)<V_A \quad \Leftrightarrow \quad V_0 e^{-t/(RC)}<V_A \quad \Leftrightarrow \quad e^{-t/(RC)}<\frac{V_A}{V_0} \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{t}{RC}<\ln\frac{V_A}{V_0} \quad \Leftrightarrow \quad t>RC\ln\frac{V_0}{V_A}$$

Il tempo cercato è quindi

$$t_A=RC\ln\frac{V_0}{V_A}.$$