Esame di Applicazioni Industriali Elettriche

Appello III: 30/07/2020

Note

Il tempo massimo per l'esecuzione della prova è di 90 minuti. Inserire di seguito la matricola per trovare i coefficienti da usare per determinare i parametri degli esercizi proposti.

Matricola:

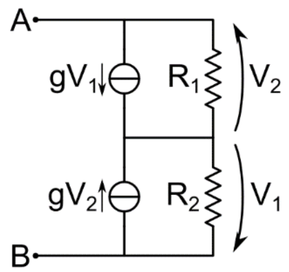
k_6	k_5	k_4	k_3	k_2	k_1

Esercizio 1

Si determini la **resistenza equivalente** ai terminali A e B del circuito in figura.

$g = 1\,S$

$R_1 = R_2 = R = (1 + k_1) \cdot 10\Omega$



Esercizio 2

Si determini l'**espressione temporale** della tensione $v_C(t)$ sulla capacità, considerando il circuito operante in stato stazionario sinusoidale.

$i_0(t) = I_0\,cos(\omega t + \phi_0)$

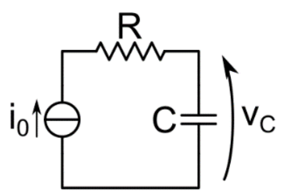
$I_0 = 10A$

$\phi_0 = 30°$

$\omega = 100\pi\;rad/s$

$R = (1 + k_2)\;\Omega$

$C = 10\;\mu F$



Esercizio 3

Il circuito in figura è studiato a partire dall'istante $t = 0$, momento in cui la tensione sul condensatore è $v_C(0) = V_0$. Si determini l'**espressione temporale** della tensione sul condensatore $v_C(t)$ e il **valore della stessa all'istante t_a.**

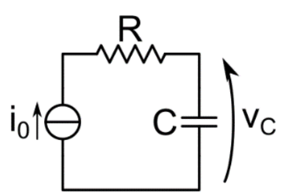
$i_0(t) = I_0 = 1\;A$ (costante)

$V_0 = 10\;V$

$R = (1 + k_3)\;\Omega$

$C = 10\;\mu F$

$t_a = RC$



Soluzioni Appello III del 30/07/2020

Alessandro Soldati

30/07/2020

Esercizio 1

Poiché il circuito contiene generatori pilotati, è indispensabile utilizzare il metodo del generatore di prova per la determinazione della resistenza equivalente. Inserendo un generatore di corrente I_x alla porta AB (corrente di I_x entrante al nodo A), si risolve il circuito col metodo del nodi. Ponendo il nodo di riferimento al punto comune di collegamento dei due generatori, si ottiene una descrizione simmetrica del circuito e, inoltre, le tensioni di nodo coincidono con quelle controllanti i generatori stessi. Le equazioni di Kirchhoff ai nodi A e B sono quindi:

$$\begin{cases} I_x - gV_1 - G_1V_2 & = 0 \\ -I_x - gV_2 - G_2V_1 & = 0 \end{cases} \tag{1}$$

che possono essere riscritte nella forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} g & G_1 \\ G_2 & g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x \\ -I_x \end{bmatrix} \tag{2}$$

Risolvendo, si ottengono le tensioni di nodo $V_2 = V_A$ e $V_1 = V_B$:

$$V_1 = I_x \frac{g + G_1}{g^2 - G_1G_2} \tag{3}$$

$$V_2 = -I_x \frac{g + G_2}{g^2 - G_1G_2} \tag{4}$$

Osservando poi che $G_1 = G_2 = G = 1/R$ e che $V_x = V_2 - V_1$ si ottiene

$$R_{eq} = \frac{V_x}{I_x} = \frac{V_2 - V_1}{I_x} = \frac{-g - G - g - G}{g^2 - G^2} = \frac{-2(g + G)}{(g + G)(g - G)} = \frac{2}{G - g} \tag{5}$$

Si osserva che, insolitamente, $R_{eq} < 0$ per tutti i valori di R proposti, essendo verificato $g > G$. Questo è possibile in quanto il circuito contiene dei generatori (comandati) e ha interessanti applicazioni pratiche (oscillatori, . . .).

Esercizio 2

Si trasforma il circuito nel dominio dei fasori. Il fasore di corrente è

$$\mathbf{I_0} = I_0 e^{j\phi_0} \tag{6}$$

Poiché R e C sono in serie ad un generatore di corrente ideale, la resistenza R non può cambiare il valore di tensione sulla capacità, determinato esclusivamente dalla corrente che lo attraversa. Si ottiene quindi il fasore $\mathbf{V_c}$ moltiplicando l'impedenza del condensatore per la corrente $\mathbf{I_0}$ che lo attraversa.

$$\mathbf{V_c} = \mathbf{Z_c}\mathbf{I_0} = \frac{1}{j\omega C} I_0 e^{j\phi_0} = \frac{I_0}{\omega C} e^{j(\phi_0 - \pi/2)} \tag{7}$$

Si ottiene quindi l'espressione temporale richiesta di v_c tornando nel dominio del tempo:

$$v_c(t) = \Re\left\{\mathbf{V_c} e^{j\omega t}\right\} = \Re\left\{\frac{I_0}{\omega C} e^{j(\omega t + \phi_0 - \pi/2)}\right\} = \frac{I_0}{\omega C}\cos(\omega t + \phi_0 - \pi/2) = \frac{I_0}{\omega C}\sin(\omega t + \phi_0) \tag{8}$$

Esercizio 3

$$i_c(t) = C\frac{\mathrm{d}v_c}{\mathrm{d}t} = I_0 \quad \Rightarrow \quad v_c(t) = V_0 \int_0^t \frac{I_0}{C}\,\mathrm{d}t = V_0 + \frac{I_0}{C}t \quad \Rightarrow \quad v_c(t_a) = V_0 + \frac{I_0}{C}RC = V_0 + RI_0 \tag{9}$$