PROCEDURE

AMPLIFICATORE

1. Z(s)totale
2. G(s)=1+Zf/Zi oppure -Zf/Zi
3. Poli, modi
4. Equazione differenziale (le s diventano D)

*formula del tripolo: i due componenti sopra si sommano + i due componenti moltiplicati fratto il ramo sotto (serie o parallelo)

CIRCUITI

1. Z(s)totale
2. G(s)=1/Z(s) oppure G(s)=Y(S)/U(s) ((Y(s)=Z*I_2
3. Zeri, poli, modi
4. Equazione differenziale (le s diventano D)

CARRELLI

1. Scrivere le equazioni con mD^2x_1= e mD^2x_2= e metterle a sistema
2. Portare le x_1 da una parte, raccogliere i coefficienti di x_1
3. Moltiplicare la parentesi della prima equazione per la seconda da entrambe le parti e fare la stessa cosa con la parentesi della seconda equazione
4. Prendere le due parti di destra delle due equazioni e uguagliarle
5. Portare le x da una parte e le f da un'altra e scrivere la funzione di trasferimento → (le D diventano s) al numeratore i coefficienti che moltiplicano f e al denominatore i coefficienti che moltiplicano x (senza f ed x)
6. Il polinomio caratteristico è uguale al denominatore della funzione di trasferimento

BODE

1. Tutte le parentesi della G(s) devono essere (1+s) o (1+xs) con x=numero
2. G(s) → G(jω)
3. Fare il grafico di bode dei moduli (sulle ordinate ci va |G(jω)|(log10) e sulle ascisse ω(log10)
4. Si fa il limite per ω->+∞ per ogni pezzetto* della G(jω) e le pendenze sono gli esponenti delle parentesi (se sono a denominatore diventano negative)
5. Disegnare ogni linea per ogni pezzetto e poi disegnare la linea della funzione facendo caso a tutte le pendenze (sul grafico vanno specificati i poli perché li cambia la linea)

6. Calcolare le fasi dei vari pezzetti e dell'argomento di G(s)
7. Fare il grafico di bode per la fase (uguale al modulo) tenendo presente la regola del 4,81
8. Disegnare ogni linea per ogni pezzetto e poi disegnare la linea della funzione tenendo conto dei punti in cui cambia e delle pendenze (si deve arrivare alla fase della G(s)

*con pezzetto intendo ogni parte nel senso che se la G(s) = 10(1-s)/s(1+s) i pezzettini sono 10, (1-s), s, (1+s)

<u>NYQUIST</u>

1. Tutte le parentesi della G(s) devono essere (1+s) o (1+xs) con x=numero
2. G(s) → G(jω)
   2.1 **<u>se c'è τ devi prendere la G(s) senza l'1+ e fare denominatore+numeratore, raccogliere τ, mettere K=τ e riscrivere la G(s) come 1+K che moltiplica al numeratore la parte che moltiplica τ e al denominatore quello che resta</u>**
   2.2 **<u>se c'è solo un asintoto il raggio della circonferenza si calcola come la radice quadra del modulo del polo per quello che noi definiamo centro degli asintoti e in questo grafico il centro degli asintoti è il polo</u>**
3. |G(jω)| e arg G(jω)
4. Trovare l'intersezione con l'asse reale
   4.1 arg G(jω)=-π che viene poi messo a tangente tutto ** , l' ω trovato viene messo in |G(jω)| e poi si cambia di segno perché lo si vuole negativo
   4.2 oppure se mi viene per esempio 5arctan(ω)=$\pi/2$, posso fare la tangente di π/10, l' ω trovato viene messo in |G(jω)| e poi si cambia di segno perché lo si vuole negativo
   4.3 oppure, faccio Routh mettendo 1+KG(s), trovo il polinomio caratteristico (lascio stare l'uno e metto il numeratore con la K moltiplicata + il denominatore). Trovo K da Routh e l'intersezione si trova come -1/K
5. Calcolare i limiti per ω→0 e per ω→+∞ del modulo e dell'argomento
6. Disegnare il grafico (le ordinate sono gli immaginari e le ascisse i reali), parte dal limite per ω→0 del modulo e arriva al limite per ω→+∞ del modulo. I limiti delle fasi servono per capire se si parte da sopra o sotto in base alla circonferenza goniometrica. Poi, calcolo delta tao (sommatoria dei poli – la sommatoria degli zeri); se delta tao è >0 allora parte in anticipo (-), al contrario in ritardo (+). Per capire se arrivare in anticipo o in ritardo si fa sommatoria

degli zeri – sommatoria dei poli e vale la stessa regola di delta tao. Si tocca inoltre l'intersezione trovata.

7. Per capire quanti giri fa si calcola la variazione di fase:
   - **7.1** Per i poli stabili (negativi) diminuisce di π/2
   - **7.2** Per i poli instabili (positivi) aumenta di π/2
   - **7.3** Per gli zeri stabili (negativi) aumenta di π/2
   - **7.4** Per gli zeri instabili (positivi) diminuisce di π/2
8. Fare il diagramma completo per valutare la stabilità e toccare tutti i punti dell'asse reale che interseca la G(s) (se non tocca ne' circonda -1 è asintoticamente stabile)
9. Se chiede il margine di ampiezza si fa -1/l'intersezione trovata
10. Se chiede il margine di fase devi
    - **10.1.1** Prende il modulo e metterlo =1, in questo modo trovi ω
    - **10.1.2** Metti l'ω trovare nella fase e la calcoli
    - **10.1.3** Il margine di fase lo calcoli come π-|argG(jω$_{\text{(trovato)}}$)|
11. Se chiede l'asintoto si calcola come K(p_i-z_i) dove K è il numero che moltiplica la G(jω)

**tanα+tanβ= tanα+tanβ/1-(tanα*tanβ)

LUOGO DELLE RADICI

1. La funzione deve essere per forza nella forma 1+K(N/D)*
2. Trovare gli zeri e i poli
3. Il numero di poli – numero degli zeri = numero di asintoti
4. Calcolare il centro degli asintoti

$$\sigma_{asintoti} = \frac{1}{\underset{\text{nr. poli}}{n} - \underset{\text{nr. zeri}}{m}}\left(\sum_{i=1}^{n} p_i - \sum_{i=1}^{m} z_i\right)$$

5. Calcolare gli angoli degli asintoti (non sempre, non so perché)

$$\vartheta_{a,\nu} = \frac{(2\nu+1)\pi}{n-m} \qquad \nu = 0, 1, \ldots, n-m-1$$

6. Calcolare le radici doppie

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{s-p_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{s-z_i} = 0$$

7. Disegnare il grafico come quello di Nyquist (i poli sono disegnate con delle x e le linee partono da loro, si concludo sugli zeri (che sono cerchi vuoti) o all'infinito, se ci sono degli asintoti si ci avvicinano, le linee toccano sempre le radici doppie). IL GRAFICO è SPECCHIATO RISPETTO L'ASSE REALE

*N è il numerato e D è il denominatore, invece K è proprio K

SISTEMI DINAMICI ELEMENTARI

$$L\left[t^{n}\right] = \frac{n!}{s^{n+1}} \qquad \mathcal{L}[e^{at}] = \frac{1}{s-a}$$

1. U(s)=L[u(t)]
2. Y(s)=U(s)*G(s)
3. Y(s)=k1/.. +k2/… +k3/….
4. Calcolare i k
5. $y(t)=L^{-1}[Y(s)]$
6. Può chiedere la stabilità col criterio di Routh

CRITERIO DI ROUTH

Si prende il polinomio caratteristico

Serve per capire la stabilità asintotica di un sistema elementare: per essere stabile deve avere tutte le radici della prima colonna positive

1. Condizione necessaria ma non sufficiente è che tutti i coefficienti ($a_0 … a_n$) del polinomio siano positivi
2. Nella tabella va messo a sinistra in ordine decrescente l'esponente di s fino a 0
3. Nelle prime due righe vanno messi i coefficienti (uno sopra, uno sotto, uno sopra e uno sotto

$$\begin{array}{c|cccc}
n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots \\
n-1 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots \\
\hline
n-2 & \dots & \dots & \dots & \\
n-3 & \dots & \dots & \dots & \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \\
2 & \dots & \dots & \dots & \\
1 & \dots & \dots & \dots & \\
0 & \dots & \dots & \dots &
\end{array}$$

4. Per calcolare gli altri coefficienti facciamo il determinante di una matrice che ha nella prima colonna i due coefficiente delle due righe sopra e nella seconda

colonna e gli cambio di segno, posso moltiplicare o dividere il risultato per un numero positivo che è sempre il primo della riga sopra

(Esempio $P(s)=s^4+6s^3+13s^2+12s+4$

$$\begin{array}{c|ccc} 4 & 1 & 13 & 4 \\ 3 & 6 & 12 & 0 \\ 2 & x1 & x2 & \\ 1 & y1 & & \\ 0 & & & \end{array}$$

E così via)

$x1=-\begin{vmatrix} 1 & 13 \\ 6 & 12 \end{vmatrix}$ = -(12-(13*6))=-(-66)=66 che decido di dividere per 6 e x1= 11

$x2=-\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 0 \end{vmatrix}$=24/6=4

$y1=-\begin{vmatrix} 6 & 12 \\ 11 & 4 \end{vmatrix} = 108$

SISTEMI DINAMICI A TEMPO DISCRETO

$$\boldsymbol{Z\left[\frac{1}{n}K^n\right] = \frac{z}{(z-1)^{n+1}}} \qquad \boldsymbol{Z\left[\frac{1}{n}K^n\right] = \frac{z}{(z-a)^{n+1}}}$$

1. U(z) = Z[u(k)]
2. Y(z)=H(z)*U(z)
3. Y(z) → riscritta coi fratti semplici (con le c invece che le k)
4. Calcolo delle c
5. Calcolare y(k)

SECONDO ESERCIZIO A TEMPO DISCRETO

1. Se le parentesi sono tutte negative sostituisco a k la parentesi più grande cambiata di segno e poi k=0 e scrivo la H(z) con le y(t) e le u(t) che diventano z e k come esponente (la parte con le u va al numeratore e quella con le y va al denominatore)
2. Se le parentesi sono tutte positive sostituisco a k la parentesi più grande cambiata di segno e poi k=n* e scrivo la H(z) con le y(t) e le u(t) che diventano z e k come esponente (la parte con le u va al numeratore e quella con le y va al denominatore)
3. Viene poi chiesto di solito di dichiarare la stabilità col criterio di jury

*n è l'ordine del sistema e si calcola facendo la parentesi più grande delle y(t) – la parentesi più piccola delle y(t) (esempio (k+5)-(k+1))

CRITERIO DI JURY

(promemoria H(z)=b(z)/a(z)), n è sempre l'ordine del sistema

Serve per capire la stabilità asintotica di un sistema a tempo discreto: per essere stabile, in generale, deve soddisfare le 5 condizioni:

1. a(1)>0
2. $(-1)^n a(1)>0$ (se n è pari, vuol dire che cambia il segno solo i coefficienti del denominatore che sono moltiplicati per una z che ha esponente dispari (es. z^3)
3. $|a_0|<a_n$
4. $|b_0|>|b_3|$ *
5. $|c_0|>|c_2|$ **
6. Si costruisce la tabelle

$$\mathbf{J}(p) = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \dots & \dots & a_{n-1} & a_n \\ a_n & a_{n-1} & \dots & \dots & a_1 & a_0 \\ b_0 & b_1 & \dots & b_{n-2} & b_{n-1} & \\ b_{n-1} & b_{n-2} & \dots & b_1 & b_0 & \\ c_0 & \dots & \dots & c_{n-2} & & \\ \vdots & & & & & \\ q_0 & q_1 & q_2 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$*b_k = \begin{vmatrix} a_0 & a_{n-k} \\ a_n & a_k \end{vmatrix}$$

$$**c_k = \begin{vmatrix} b_0 & b_{n-k-1} \\ b_{n-1} & b_k \end{vmatrix}$$