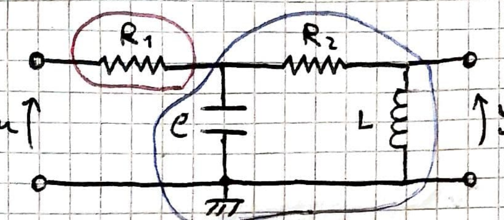
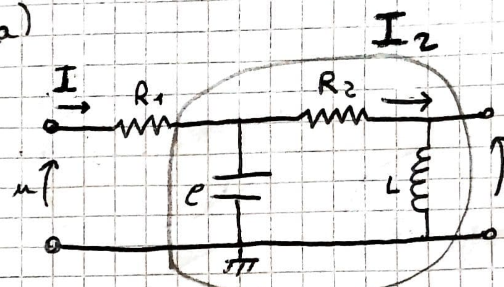
Circuiti 1

Il circuito elettrico di figura definisce un sistema dinamico orientato da u (tensione elettrica) ad y (tensione elettrica)





Determinare per questo sistema:

1) La funzione di trasferimento.
2) L'equazione differenziale.
3) Il guadagno statico.

- **Determino la relazione fra i bipoli:**

$$Z(s) = \boxed{R_1} + \boxed{\frac{\frac{1}{sC}\cdot(R_2+Ls)}{\frac{1}{sC}+(R_2+Ls)}}$$

Sapendo che: $I(s) = \frac{U(s)}{Z(s)}$

- **Determino la corrente I_2 dalla stella dei bipoli:**

$$I_2 = I(s)\cdot \boxed{\frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC}+R_2+Ls}}$$

Sapendo che: $Y(s) = Ls\cdot I_2$

- **Determino la tensione d'uscita $Y(s)$:**

$$Y(s) = Ls\cdot I_2 = Ls\cdot I(s)\cdot\frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC}+R_2+Ls} = Ls\cdot\frac{U(s)}{Z(s)}\cdot\frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC}+R_2+Ls}$$

$$= Ls\cdot\frac{U(s)}{R_1+\frac{\frac{1}{sC}\cdot(R_2+Ls)}{\frac{1}{sC}+R_2+Ls}}\cdot\frac{1}{1+R_2Cs+LCs^2} =$$

$$= Ls\cdot\frac{U(s)}{R_1+\frac{(R_2+Ls)}{1+R_2Cs+LCs^2}}\cdot\frac{1}{1+R_2Cs+LCs^2} = LsU(s)\cdot\frac{1}{\frac{R_1+R_1R_2Cs+R_1LCs^2+R_2+Ls}{1+R_2Cs+LCs^2}}\cdot\frac{1}{1+R_2Cs+LCs^2}$$

$$= Ls\cdot U(s)\cdot\frac{1+R_2Cs+LCs^2}{R_1+R_1R_2Cs+R_1LCs^2+R_2+Ls}\cdot\frac{1}{1+R_2Cs+LCs^2}$$

$$= \frac{L\cdot s}{R_1LCs^2+(L+R_1R_2C)s+R_1+R_2}\cdot U(s)$$

sapendo che: $Y(s) = G(s)\cdot U(s)$

- **Determino la f.d.t.:**

$$G(s) = \frac{Ls}{R_1LCs^2+(L+R_1R_2C)s+R_1+R_2}$$

- **Guadagno statico:**

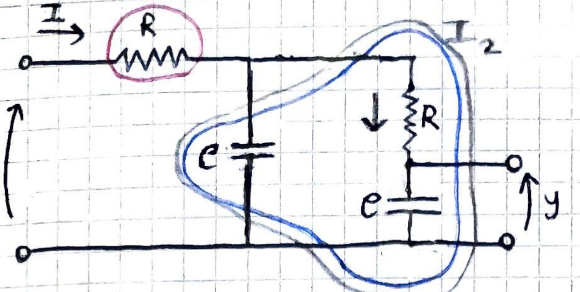
$$G(0) = 0$$

- **eq. diff.:**

$$R_1LCD^2y(t)+(L+R_1R_2C)Dy(t)+(R_1+R_2)y(t) = LDu(t)$$

Circuiti 2

Il circuito elettrico in figura definisce un sistema dinamico orientato da u (tensione elettrica) ad y (tensione elettrica)



Determinare per questo sistema:

1) La funzione di trasferimento
2) L'equazione differenziale
3) I modi

- Determino la relazione fra i lapl:

$$Z(s) = R + \boxed{\frac{\frac{1}{Cs}\cdot\left(R+\frac{1}{Cs}\right)}{\frac{1}{Cs}+R+\frac{1}{Cs}}} = R + \frac{\left(R+\frac{1}{Cs}\right)}{2+RCs} = \frac{2R+R^2Cs+R+\frac{1}{Cs}}{2+RCs} = \frac{3R+R^2Cs+\frac{1}{Cs}}{2+RCs}$$

- Determino la corrente I_2 dalla stella dei lapl:

$$I_2 = I(s)\cdot\boxed{\frac{\frac{1}{sC}}{R+\frac{2}{Cs}}} = I(s)\cdot\frac{1}{RCs+2}$$

Sapendo che: $I(s) = \frac{U(s)}{Z(s)}$ $\quad Y(s) = \frac{1}{Cs}\cdot I_2$

- Determino la tensione d'uscita $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{1}{Cs}\cdot I_2 = \frac{1}{Cs}\cdot\frac{U(s)}{Z(s)}\cdot\frac{1}{RCs+2} = \frac{1}{Cs}\cdot U(s)\cdot\frac{2+RCs}{3R+R^2Cs+\frac{1}{Cs}}\cdot\frac{1}{2+RCs}$$

$$= \frac{U(s)}{3RCs+R^2C^2s^2+1}$$

sapendo che $Y(s) = G(s)\cdot U(s)$

- Determino la f.d.t:

$$G(s) = \frac{1}{3RCs+R^2C^2s^2+1} = \frac{1}{T^2s^2+3Ts+1} \Rightarrow s = \begin{cases} \frac{-3T+\sqrt{9T^2-4T^2}}{2T^2} = \frac{-3+\sqrt{5}}{2T} \\ \frac{-3T-\sqrt{5}}{2T} \end{cases}$$

$$= \frac{1}{\left(s-\left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2T}\right)\right)\cdot\left(s-\left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2T}\right)\right)}$$

- Guadagno statico: $G(0) = 1$

- Determino i poli e modi:

Poli: $\frac{-3+\sqrt{5}}{2T}$, $\frac{-3-\sqrt{5}}{2T}$

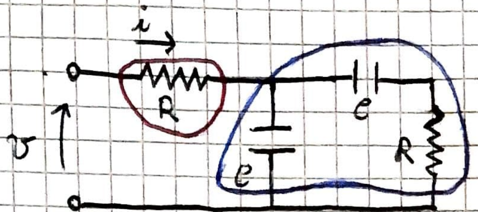
Modi: $\left\{\exp\left[\left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2T}\right)\cdot t\right], \exp\left[\left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2T}\right)\cdot t\right]\right\}$

- Eq. diff:

$$T^2D^2y(t) + 3TDy(t) + y(t) = u(t)$$

Circuiti 3

Il circuito elettrico in figura definisce un sistema dinamico orientato da v (tensione elettrica) ad i (corrente)



Determinare per questo sistema:

1) La funzione di trasferimento
2) Gli zeri, i poli ed i modi
3) Il guadagno statico
4) L'equazione differenziale

- **Determino la relazione fra i bipoli:**

$$Z(s) = \boxed{R} + \boxed{\frac{\frac{1}{Cs}\cdot\left(\frac{1}{Cs}+R\right)}{\frac{1}{Cs}+\frac{1}{Cs}+R}} = R + \frac{(Cs)^{-1}+R}{2+RCs} = \frac{2R+R^2Cs+\frac{1}{Cs}+R}{2+RCs}$$

$$= \frac{2RCs+R^2C^2s^2+1+RCs}{Cs}\cdot\frac{1}{2+RCs^2} = \frac{2RCs+R^2C^2s^2+1+RCs}{2Cs+RC^2s^2}$$

$$= \frac{R^2C^2s^2+3RCs+1}{Cs(2+RCs)}$$

Sapendo che: $I(s) = \frac{V(s)}{Z(s)}$ $\quad G(s) = \frac{1}{Z(s)}$

- **Determino la f.d.t:**

$$G(s) = (Z(s))^{-1} = \frac{Cs(2+RCs)}{R^2C^2s^2+3RCs+1} \Rightarrow \frac{-3RC \pm\sqrt{9R^2C^2-4R^2C^2}}{2R^2C^2} = \frac{-3\pm\sqrt{5}}{2RC}$$

- **Determino zeri, poli, modi:**

Zeri: $0, -\frac{2}{RC}$ Poli: $\frac{-3+\sqrt{5}}{2RC}, \frac{-3-\sqrt{5}}{2RC}$ Modi: $\left\{\exp\left[\left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2RC}\right)t\right], \exp\left[\left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2RC}\right)t\right]\right\}$

- **Guadagno statico:**

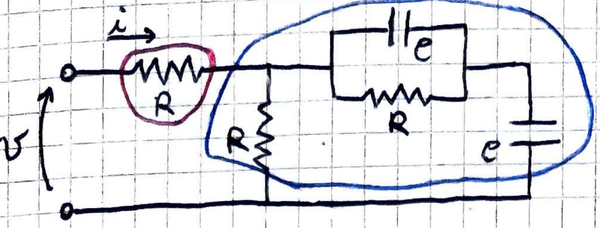
$G(0) = 0$

- **Eq. differenziale:**

$$R^2C^2D^2i(t) + 3RCDi(t) + i(t) = RC^2D^2v(t) + 2CDv(t)$$

Circuiti 4

Il circuito elettrico in figura definisce un sistema dinamico orientato da v (tensione elettrica) ad i (corrente)



Determinare per questo sistema:

1) La funzione di trasferimento
2) Gli zeri, i poli ed i modi
3) L'equazione differenziale

• **Determino la relazione fra i bipoli:**

$$Z(s) = \boxed{R} + \boxed{\frac{R\cdot\left(\frac{\frac{1}{Cs}\cdot R}{\frac{1}{Cs}+R} + \frac{1}{Cs}\right)}{R + \frac{\frac{1}{Cs}\cdot R}{\frac{1}{Cs}+R} + \frac{1}{Cs}}} = R + \frac{R\cdot\left(\frac{R}{1+RCs}+\frac{1}{Cs}\right)}{R+\frac{R}{1+RCs}+\frac{1}{Cs}} = R + \frac{\frac{R^2}{1+RCs}+\frac{R}{Cs}}{\frac{RCs(1+RCs)+RCs+1+RCs}{Cs\cdot(1+RCs)}}$$

$$= R + \left(\frac{R^2Cs+R+R^2Cs}{\cancel{Cs(1+RCs)}}\cdot\frac{\cancel{Cs(1+RCs)}}{RCs+R^2C^2s^2+2RCs+1}\right) = R + \frac{R^2Cs+R+R^2Cs}{3RCs+R^2C^2s^2+1}$$

$$= \frac{3R^2Cs+R^3C^2s^2+R+2R^2Cs+R}{R^2C^2s^2+3RCs+1} = \frac{R\cdot(R^2C^2s^2+5RCs+2)}{R^2C^2s^2+3RCs+1}$$

• **Determino la f. d. t:**

$$G(s) = (Z(s))^{-1} = \frac{T^2s^2+3Ts+1}{R\cdot(T^2s^2+5Ts+2)} \Rightarrow \quad s_n = \frac{-3T\pm\sqrt{9T^2-4T^2}}{2T^2} = \frac{-3\pm\sqrt{5}}{2T}$$

$$s_d = \frac{-5T\pm\sqrt{25T^2-8T^2}}{2T^2} = \frac{-5\pm\sqrt{17}}{2T}$$

• **Determino zeri, poli, modi:**

Zeri: $\frac{-3+\sqrt{5}}{2T}, \frac{-3-\sqrt{5}}{2T}$ Poli: $\frac{-5+\sqrt{17}}{2T}, \frac{-5-\sqrt{17}}{2T}$ Modi: $\left\{\exp\left[\left(\frac{-5+\sqrt{17}}{2T}\right)t\right], \exp\left[\left(\frac{-5-\sqrt{17}}{2T}\right)t\right]\right\}$

• **Eq. differenziale:**

$$RT^2D^2i(t) + 5RTDi(t) + 2Ri(t) = T^2D^2v(t) + 3TDv(t) + v(t)$$