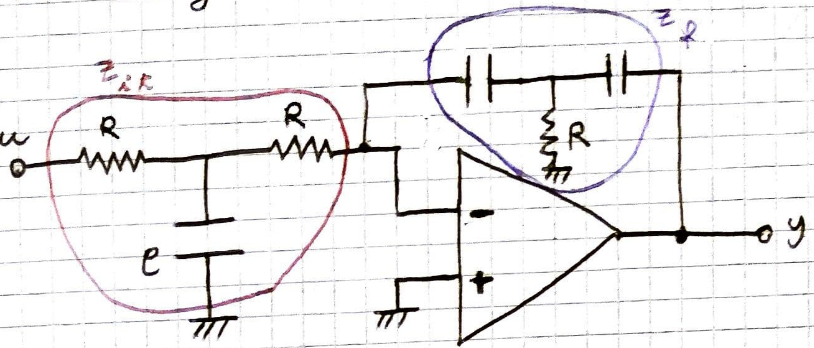
Amplificatori 1

Il seguente schema elettrico definisce un sistema dinamico Σ orientato da u (tensione di ingresso) ad y (tensione d'uscita).



Si assuma l'amplificatore operazionale come ideale e si introduca il parametro $T \triangleq RC$:

1) Determinare la f.d.t. $G(s)$ del sistema Σ.
2) Determinare poli, zeri e modi di Σ.
3) Scrivere l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.

- **Determino Z_f:**

$$Z_f = \boxed{\frac{1}{sC} + \frac{1}{sC} + \frac{\frac{1}{sC} \cdot \frac{1}{sC}}{R}} = \frac{2}{sC} + \frac{1}{R(sC)^2} = \frac{2RCs+1}{R(sC)^2}$$

- **Determino Z_{it}:**

$$Z_{it} = \boxed{R + R + \frac{R \cdot R}{\frac{1}{sC}}} = 2R + R^2 \cdot sC = R(2 + RsC)$$

- **Determino la f.d.t:**

$$G(s) = -\frac{Z_f}{Z_{it}} = -\frac{2RCs+1}{R(sC)^2} \cdot \frac{1}{R(2+RCs)} = \frac{-(2RCs+1)}{R^2(sC)^2(2+RCs)} = \frac{-(2RCs+1)}{2(RCs)^2\left(1+\frac{RCs}{2}\right)}$$

- **Determino poli, zeri e modi di Σ:**

Zeri: $-\frac{1}{2RC}$ Poli: 0 (molt. 2), $-\frac{2}{RC}$ Modi: $\left\{ e^{0t},\ t\,e^{0t},\ \exp\left(-\frac{2t}{RC}\right) \right\}$

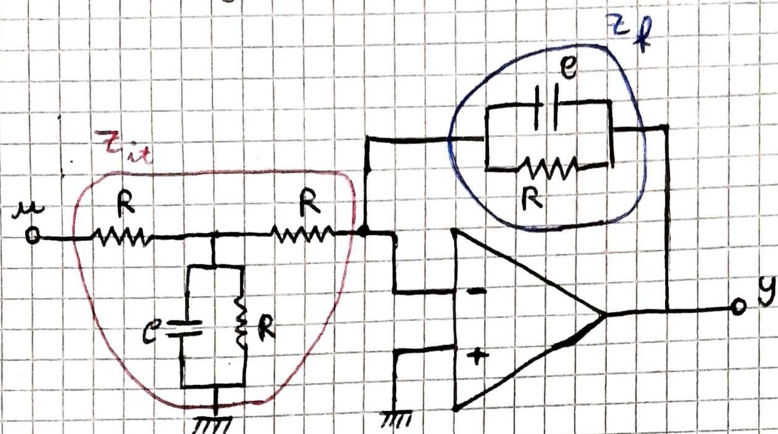
- **Eq. differenziale di Σ:**

$$G(s) = \frac{-2RCs-1}{2R^2C^2s^2 + R^3C^2s^2} = \frac{-2RCs-1}{R^3C^3s^3 + 2R^2C^2s^2}$$

$$R^3C^3D^3y(t) + 2R^2C^2D^2y(t) = -2RC\,Du(t) - u(t)$$

Amplificatori 2

Il seguente schema elettrico definisce un sistema dinamico Σ orientato da u (tensione di ingresso) ad y (tensione d'uscita).



Si assuma l'amplificatore operazionale come ideale.

1) Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema Σ.

2) Determinare poli e modi di Σ.

3) Scrivere l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.

- **Determino Z_f:**

$$Z_f = \boxed{\frac{\frac{1}{sC}\cdot R}{\frac{1}{sC}+R}} = \frac{R}{sC\cdot\left(\frac{1}{sC}+R\right)} = \frac{R}{1+RCs}$$

- **Determino Z_{it}:**

$$Z_{it} = \boxed{R+R+\frac{R^2}{\frac{\frac{1}{sC}\cdot R}{\frac{1}{sC}+R}}} = 2R + R^2\cdot\frac{\frac{1}{sC}+R}{\frac{1}{sC}\cdot R} = 2R+\left(\frac{R}{sC}+R^2\right)sC = 2R+(R+R^2sC)$$

$$= 2R+R(1+RCs) = R\cdot(2+1+RCs)$$

- **Determino la f.d.t:**

$$G(s) = -\frac{Z_f}{Z_{it}} = \frac{-R}{1+RCs}\cdot\frac{1}{R(3+RCs)} = \frac{-R}{R\cdot(3+RCs)(1+RCs)}$$

$$= \frac{1}{3\cdot\left(1+\frac{RCs}{3}\right)(1+RCs)}$$

- **Determino poli e modi di Σ.**

Poli: $-\frac{1}{RC}, -\frac{3}{RC}$ **Modi:** $\left\{\exp\left(-\frac{t}{RC}\right), \exp\left(-\frac{3t}{RC}\right)\right\}$

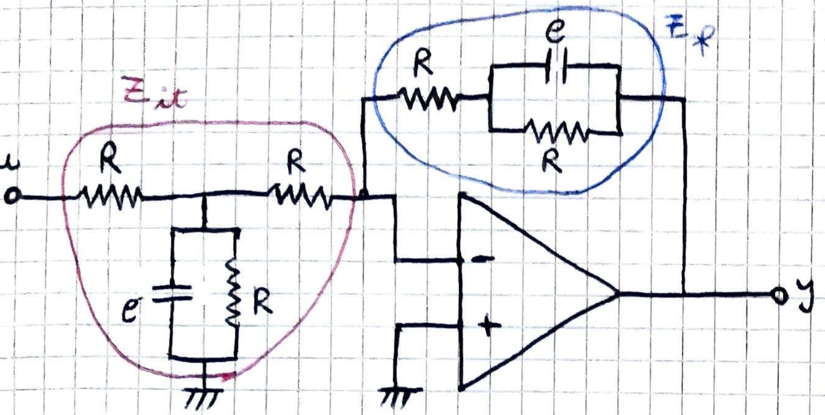
- **Eq. differenziale di Σ:**

$$G(s) = \frac{-1}{3+3RCs+RCs+R^2C^2s^2} = \frac{-1}{R^2C^2s^2+4RCs+3}$$

$$(RC)^2D^2y(t) + 4RCDy(t) + 3y(t) = -u(t)$$

Amplificatori 3

Il seguente schema elettrico definisce un sistema dinamico Σ orientato da u (tensione di ingresso) ad y (tensione d'uscita).



Di questo sistema si determino:

1) Determinare la funzione di trasferimento.
2) L'equazione differenziale
3) Gli zeri, i poli e i modi

- **Determino Z_f:**

$$Z_f = \boxed{R + \frac{\frac{1}{sC}\cdot R}{\frac{1}{sC}+R}} = R + \frac{R}{sC\left(\frac{1}{sC}+R\right)} = R + \frac{R}{1+RCs} = \frac{R+R^2Cs+R}{1+RCs} = \frac{R(2+RCs)}{1+RCs}$$

- **Determino Z_{it}:**

$$Z_{it} = \boxed{R+R+\frac{R^2}{\frac{\frac{1}{sC}\cdot R}{\frac{1}{sC}+R}}} = 2R + R^{\cancel{2}}\cdot\frac{(1+RCs)}{\cancel{R}} = 2R+R+R^2Cs = R(3+RCs)$$

- **Determinare la f.d.t:**

$$G(s) = -\frac{Z_f}{Z_{it}} = -\frac{R(2+RCs)}{(1+RCs)}\cdot\frac{1}{R(3+RCs)} = \frac{-RCs-2}{(1+RCs)(3+RCs)} = \frac{-2\left(1+\frac{RCs}{2}\right)}{3(1+RCs)\left(1+\frac{RCs}{3}\right)}$$

- **Determino zeri, poli e modi:**

Zeri: $-\frac{2}{RC}$ Poli: $-\frac{1}{RC}, -\frac{3}{RC}$ Modi: $\left\{\exp\left(-\frac{t}{RC}\right), \exp\left(-\frac{3t}{RC}\right)\right\}$

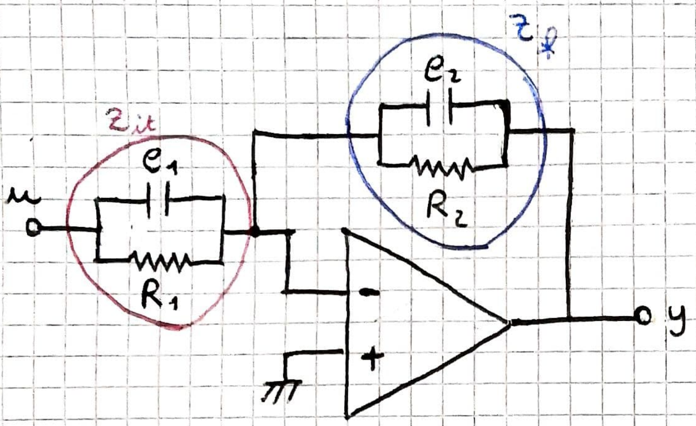
- **Eq. differenziale di Σ:**

$$G(s) = \frac{-RCs-2}{3+RCs+3RCs+(RCs)^2} = \frac{-RCs-2}{(RCs)^2+4RCs+3}$$

$$R^2C^2D^2y(t)+4RCDy(t)+3y(t) = -RCDu(t)-2u(t)$$

Amplificatori 4

Il seguente schema elettrico definisce un sistema dinamico Σ orientato da u (tensione all'ingresso) ad y (tensione all'uscita).



Di questo sistema si determini:
1) La funzione di trasferimento
2) L'equazione differenziale
3) Gli zeri, i poli, i modi ed il guadagno statico

- **Determino Z_f:**

$$Z_f = \boxed{\frac{\frac{1}{sC_2} \cdot R_2}{\frac{1}{sC_2} + R_2}} = \frac{R_2}{1 + R_2 C_2 s}$$

- **Determino Z_{it}:**

$$Z_{it} = \boxed{\frac{\frac{1}{sC_1} \cdot R_1}{\frac{1}{sC_1} + R_1}} = \frac{R_1}{1 + R_1 C_1 s}$$

- **Determino la f.d.t:**

$$G(s) = -\frac{Z_f}{Z_{it}} = -\frac{R_2}{1 + R_2 C_2 s} \cdot \frac{1 + R_1 C_1 s}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{(1 + R_1 C_1 s)}{(1 + R_2 C_2 s)}$$

- **Determino zeri, poli, modi e guadagno statico:**

Zeri: $-\frac{1}{R_1 C_1}$ Poli: $-\frac{1}{R_2 C_2}$ Modi: $\left\{ \exp\left(-\frac{1 \cdot t}{R_2 C_2}\right) \right\}$ Guadagno statico: $G(0) = -\frac{R_2}{R_1}$

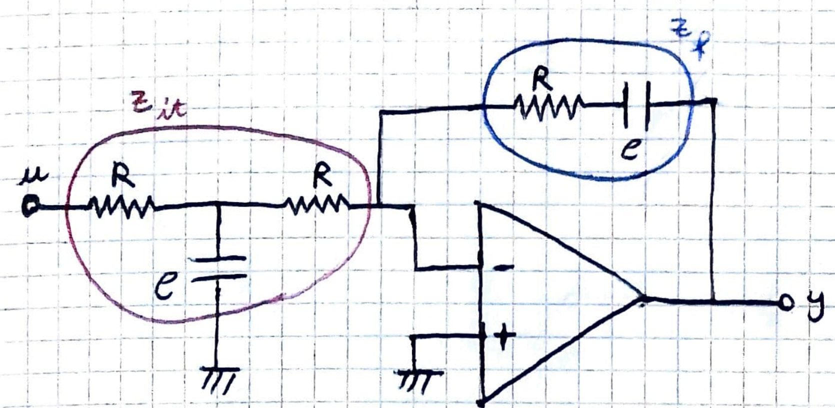
- **Eq. differenziale di Σ:**

$$G(s) = \frac{-R_2 - R_1 R_2 C_1 s}{R_1 + R_1 R_2 C_2 s}$$

$$R_1 R_2 C_2 D y(t) + R_1 y(t) = -R_1 R_2 C_1 s D u(t) - R_2 u(t)$$

Amplificatori 5

Il seguente schema elettrico definisce un sistema dinamico Σ orientato da u tensione di ingresso) ad y (tensione d'uscita).



Si assuma l'amplificatore operazionale come ideale e si introduca il parametro $T \triangleq RC$:

1) Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema Σ.
2) Scrivere $G(s)$ nella forma poli-zeri e disegnare la configurazione poli-zeri di Σ.
3) Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.

- **Determino Z_f:**

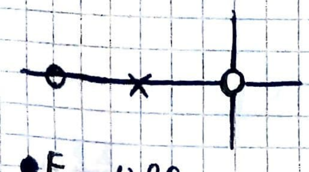
$$Z_f = \boxed{R + R + \frac{R^2}{\frac{1}{Cs}}} = 2R + R^2Cs$$

- **Determino Z_{it}:**

$$Z_{it} = \boxed{R + \frac{1}{Cs}} = \frac{RCs + 1}{Cs}$$

- **Determino la f.d.t:**

$$G(s) = -\frac{Z_f}{Z_{it}} = -(2R + R^2Cs) \cdot \frac{Cs}{RCs+1} = \frac{-2RCs - R^2C^2s^2}{RCs+1} = \frac{-2RCs\left(1 + \frac{RCs}{2}\right)}{(1+RCs)}$$



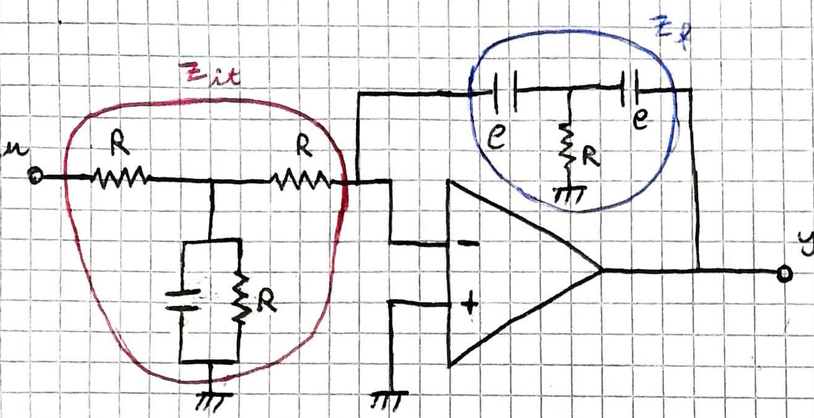
- **Eq. differenziale di Σ:**

$$G(s) = \frac{-2RCs - (RCs)^2}{RCs+1}$$

$$RCDy(t) + y(t) = -R^2C^2D^2u(t) - 2RCDu(t)$$

Amplificatori 6

Il seguente schema elettrico definisce un sistema dinamico Σ orientato da u (tensione di ingresso) ad y (tensione d'uscita).



Di questo sistema si determini:

1) La funzione di trasferimento
2) L'equazione differenziale
3) Gli zeri, i poli e i modi

- **Determino Z_f:**

$$Z_f = \boxed{\frac{1}{sC}+\frac{1}{sC}+\frac{\left(\frac{1}{sC}\right)^2}{R}} = \frac{2}{sC}+\frac{1}{RC^2s^2} = \frac{2RCs+1}{RC^2s^2}$$

- **Determino Z_{it}:**

$$Z_{it} = \boxed{R+R+\frac{R^2}{\frac{\frac{1}{sC}\cdot R}{\frac{1}{sC}+R}}} = 2R + R^2\cdot\left(\frac{R}{1+RCs}\right)^{-1} = 2R + \frac{R+R^2Cs}{1} = 3R+R^2Cs$$

- **Determino la f.d.t:**

$$G(s) = -\frac{Z_f}{Z_{it}} = -\frac{2RCs+1}{RC^2s^2}\cdot\frac{1}{3R+R^2Cs} = -\frac{2RCs+1}{R^2C^2s^2(3+RCs)}$$

$$= -\frac{2RCs+1}{3R^2C^2s^2\left(1+\frac{RCs}{3}\right)}$$

- **Determino zeri, poli e modi:**

Zeri: $-\frac{1}{2RC}$ Poli: 0 (molt $\times 2$), $-\frac{3}{RC}$ Modi: $\left\{1, t, \exp\left(-\frac{3t}{RC}\right)\right\}$

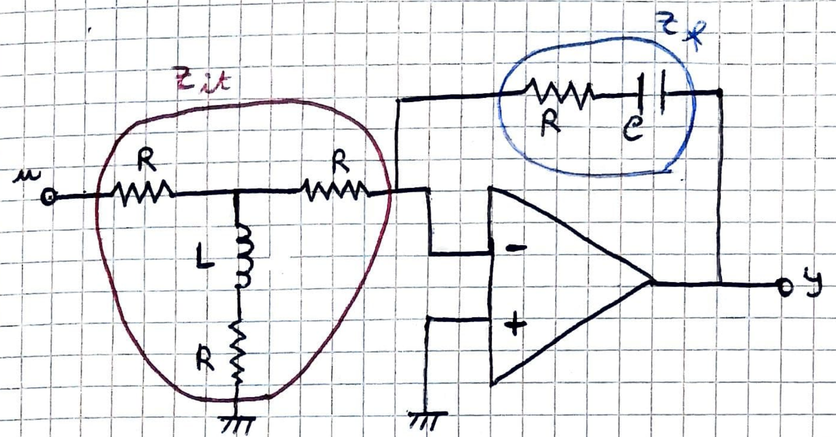
- **Eq. differenziale di Σ:**

$$G(s) = \frac{-2RCs-1}{3R^2C^2s^2+R^3C^3s^3}$$

$$R^3C^3D^3y(t)+3R^2C^2D^2y(t) = -2RCD\,(t) - u(t)$$

Amplificatori 7

Il seguente schema elettrico definisce un sistema dinamico Σ orientato da u (tensione di ingresso) ad y (tensione d'uscita).



Di questo sistema si determini:

1) La funzione di trasferimento
2) Gli zeri e i modi
3) L'equazione differenziale

- **Determino Z_f:**

$$Z_f = \boxed{R + \frac{1}{sC}} = \frac{RCs+1}{sC}$$

- **Determino Z_{it}:**

$$Z_{it} = \boxed{R + R + \frac{R^2}{Ls+R}} = 2R + \frac{R^2}{Ls+R} = \frac{2R(Ls+R)+R^2}{Ls+R} = \frac{2RLs+2R^2+R^2}{Ls+R} = \frac{2RLs+3R^2}{Ls+R}$$

- **Determino la f.d.t:**

$$G(s) = -\frac{Z_f}{Z_{it}} = -\frac{RCs+1}{sC} \cdot \frac{Ls+R}{2RLs+3R^2} = \frac{-(1+RCs)\cdot R\left(1+\frac{Ls}{R}\right)}{sC\cdot 3R^2\left(\frac{2Ls}{3R}+1\right)}$$

- **Determino gli zeri, poli e modi:**

Zeri: $-\frac{1}{RC}, -\frac{R}{L}$ Poli: $0, -\frac{3R}{2L}$ modi: $\left\{1, \exp\left(-\frac{3Rt}{2L}\right)\right\}$

- **Eq. differenziale di Σ:**

$$G(s) = \frac{-RCLs^2 - R^2Cs - Ls - R}{RCLs^2 + 3R^2Cs} = \frac{-RCLs^2 - (R^2C+L)s - R}{RCLs^2+3R^2Cs}$$

$$RCL\,D^2y(t) + 3R^2C\,Dy(t) = -RCL\,D^2u(t) - (R^2C+L)\,Du(t) - Ru(t)$$