Dipartimento di Ingegneria e Architettura
Corso di Laurea in Ingegneria dei Sistemi Informativi

Elementi di Elettromagnetismo (AA 20-21)

11 gennaio 2021

Il candidato risponda ai seguenti quesiti. Si riporti lo svolgimento completo in un foglio a parte in modo ordinato, mettendo bene in evidenza i risultati.

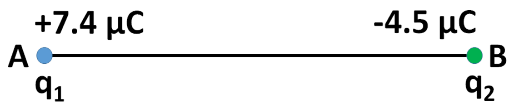
Esercizio 1.
La carica q_1 = +7.4 μC posta nel punto A esercita sulla carica q_2 = -4.5 μC posta nel punto B una forza attrattiva $\bar{F}_{12} = 0.56$ N.

a) Calcolare la distanza tra le due cariche.

b) Esiste un punto del segmento AB in cui il campo elettrico totale dovuto alle due cariche è nullo? Motivare la risposta.

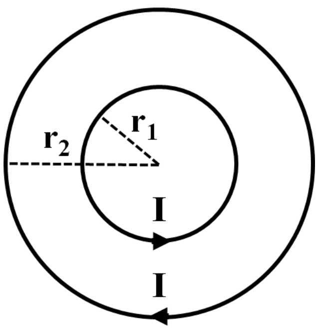
c) Prendendo in considerazione la sfera S_1 centrata su q_1 con raggio r_1 = 1.5 m e la sfera S_2 centrata su q_2 con raggio r_2 = 15 cm, determinare il flusso del campo elettrico totale attraverso S_1 e S_2, rispettivamente.

Si consideri $\varepsilon_0 = 8.85{\cdot}10^{-12}$ F/m.



Esercizio 2.
Un elettrone viene emesso a velocità praticamente nulla dall'armatura negativa di un condensatore che ha una densità superficiale di carica di 0.25 nC/m^2. L'armatura positiva dista d = 1.2 mm. Calcolare la velocità con cui l'elettrone giunge su di essa, considerando la massa $m_e = 9.1{\cdot}10^{-31}$ kg e la carica $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Esercizio 3.
Due solenoidi coassiali idealmente infiniti di raggio r_1 = 10 cm e r_2 = 20 cm, entrambi contenenti n = 10 spire per centimetro, sono percorsi dalla medesima corrente I = 3 A. Come mostrato in figura, la corrente I circola in verso opposto nei due solenoidi.
Calcolare il campo di induzione magnetica $\bar{B}$, specificando modulo, direzione e verso, in tutto lo spazio.



Esercizio 4.
Riportare l'espressione del campo di induzione magnetica $\bar{B}$ generato nel vuoto da un filo rettilineo infinito, in cui fluisce una corrente stazionaria I. Come varia l'intensità B con la distanza dal filo? Descrivere le linee di campo.

Esercizio 5.
Una bobina formata da $N = 100$ spire di area $S = 100$ cm^2 si trova tra le espansioni di un elettromagnete. La bobina giace in un piano perpendicolare alle linee di campo dell'induzione magnetica $\bar{B}$. Il campo di induzione magnetica, uniforme sui punti di S, varia nel tempo, aumentando linearmente dal valore 0 al valore $B_0 = 0.8$ T nel tempo $t_0 = 10$ s. Calcolare la f.e.m. $\mathcal{E}$ indotta nella bobina.

Esercizio 6.
Un'onda piana polarizzata ellitticamente che si propaga in aria ha le seguenti componenti del campo elettrico:

$$E_x = E_0 \sin(kz - \omega t), \quad E_y = \sqrt{2}E_0 \sin(kz - \omega t - \pi/4), \quad E_z = 0$$

Determinare il vettore campo di induzione magnetica $\bar{B}$.

Esercizio 7.
Il campo elettrico di un'onda elettromagnetica piana che si propaga nel vuoto è

$$\bar{E} = \hat{y}30 \sin(2\pi \cdot 10^6 x - 1.885 \cdot 10^{15} t) \quad V/m$$

Determinare

a) la direzione in cui si propaga l'onda elettromagnetica considerata;

b) la frequenza f dell'onda;

c) l'espressione del campo di induzione magnetica $\bar{B}$ dell'onda.

Esercizio 8.
La densità superficiale di potenza, mediata in un periodo, della luce solare sulla superficie terrestre è circa $1.4{\cdot}10^3$ W/m^2. Nell'approssimazione di onda piana, calcolare i moduli del campo elettrico e del campo di induzione magnetica.

Risposte ai quesiti

Esercizio 1.

a) Sia r_{12} la distanza tra le due cariche. Con la legge di Coulomb si ottiene $F_{12} = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}^2}$, da cui si ricava $r_{12} = \sqrt{\dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 F_{12}}} = \sqrt{\dfrac{7.4\cdot 10^{-6}\cdot 4.5\cdot 10^{-6}}{4\pi\cdot 8.85\cdot 10^{-12}\cdot 0.56}} = 0.73$ m.

b) Non esiste un punto del segmento AB in cui il campo elettrico totale dovuto alle due cariche è nullo. Il vettore campo elettrico dovuto alla carica q_1 si somma al vettore campo elettrico dovuto alla carica q_2 in ogni punto del segmento AB.

c) Per la legge di Gauss, il flusso del campo elettrico totale attraverso S_1 è $\Phi_{E1} = \dfrac{q_1 + q_2}{\varepsilon_0} =$ $= \dfrac{7.4\cdot 10^{-6} - 4.5\cdot 10^{-6}}{8.85\cdot 10^{-12}} = 3.3\cdot 10^5$ Nm^2/C, visto che sia q_1, sia q_2 sono all'interno di S_1, mentre il flusso del campo elettrico totale attraverso S_2 è $\Phi_{E2} = \dfrac{q_2}{\varepsilon_0} = \dfrac{-4.5\cdot 10^{-6}}{8.85\cdot 10^{-12}} = -5.1\cdot 10^5$ Nm^2/C.

Esercizio 2.

L'elettrone è inizialmente in quiete in un campo elettrico uniforme e si muove con accelerazione costante lungo una retta parallela al campo elettrico.

L'elettrone è sottoposto a un campo elettrico uniforme di intensità $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = \dfrac{0.25\cdot 10^{-9}}{8.85\cdot 10^{-12}} = 28.25$ V/m.

Su di esso agisce una forza di intensità $F_e = eE = 1.6\cdot 10^{-19}\cdot 28.25 = 4.52{\cdot}10^{-18}$ N, da cui deriva un'accelerazione $a = \dfrac{F_e}{m_e} = \dfrac{4.52\cdot 10^{-18}}{9.1\cdot 10^{-31}} = 4.97\cdot 10^{12}$ m/s^2.

La velocità con cui l'elettrone arriva sull'armatura positiva è $v = \sqrt{2ad} = \sqrt{2\cdot 4.97\cdot 10^{12}\cdot 1.2\cdot 10^{-3}} =$ $= 109215$ m/s $= 109.22$ km/s.

Esercizio 3.

Dato il principio di sovrapposizione, il campo di induzione magnetica $\bar{B}$ è la somma vettoriale dei campi $\bar{B}_1$ e $\bar{B}_2$ dovuti ai due solenoidi.

Il campo di induzione magnetica $\bar{B}_1$ è diretto perpendicolarmente al piano della figura, con verso uscente, e vale in modulo $B_1 = \mu_0 n I$ per $r < r_1$, mentre è nullo fuori dal solenoide interno, per $r > r_1$.

Il campo di induzione magnetica $\bar{B}_2$ è diretto perpendicolarmente al piano della figura, con verso entrante, e vale in modulo $B_2 = \mu_0 n I$ per $r < r_2$, mentre è nullo fuori dal solenoide esterno, per $r > r_2$.

Quindi $\bar{B} = \bar{B}_1 + \bar{B}_2$ ha verso entrante e vale in modulo $B = B_2 = \mu_0 n I = 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10^3\cdot 3 = 37.7\cdot 10^{-4}$ T $= 3.77\cdot 10^{-3}$ T $= 3.77$ mT per $r_1 < r < r_2$, mentre $\bar{B} = 0$ per $r < r_1$ e per $r > r_2$.

Esercizio 4.

Il campo di induzone magnetica generato nel vuoto da un filo rettilineo infinito in cui fluisce una corrente stazionaria I è $\bar{B} = \hat{\phi}\dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$, dove $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ H/m è la permeabilità magnetica del vuoto e d è la distanza dal filo.

L'intensità B decresce linearmente con la distanza d dal filo.

Le linee di campo sono circonferenze nel piano perpendicolare al filo, con centro nel filo stesso. Il verso delle linee di campo è indicato dalle dita della mano destra che si chiudono, quando il pollice punta nel verso in cui fluisce la corrente.

Esercizio 5.

Il flusso magnetico attraverso la bobina è $\Phi_B(t) = \iint_S N\bar{B}(t)\cdot\bar{S} = \iint_S N\bar{B}(t)\cdot\hat{n}dS$.

Essendo il campo di induzione magnetica normale al piano della bobina e uniforme sui punti di S, si ha $\Phi_B(t) = \iint_S N\bar{B}(t)\cdot\hat{n}dS = \iint_S NB(t)dS = NB(t)\iint_S dS = NB(t)S$.

Per la legge di Faraday, la f.e.m. indotta è $\mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} = -\dfrac{d(NB(t)S)}{dt} = -NS\dfrac{dB(t)}{dt} = -NS\dfrac{B_0 - 0}{t_0} =$ $-100\cdot 100\cdot 10^{-4}\dfrac{0.8}{10} =$ -0.08 V.

Esercizio 6.

Essendo $\bar{E} = \bar{B} \times \bar{c}$ e $\bar{c} = \hat{z}c$, si ha

$$B_x = -\frac{E_y}{c} = -\frac{\sqrt{2}E_0}{c}\sin(kz-\omega t-\pi/4) = -\sqrt{2}E_0\sqrt{\varepsilon\mu}\sin(kz-\omega t-\pi/4) \simeq -\sqrt{2}E_0\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\sin(kz-\omega t-\pi/4)$$

$$B_y = \frac{E_x}{c} = \frac{E_0}{c}\sin(kz-\omega t) = E_0\sqrt{\varepsilon\mu}\sin(kz-\omega t) \simeq E_0\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\sin(kz-\omega t)$$

$$B_z = 0$$

Esercizio 7.

a) L'onda elettromagnetica considerata si propaga nella direzione $+x$.

b) La frequenza dell'onda è $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1.885 \cdot 10^{15}}{2\pi} = 3 \cdot 10^5$ GHz $= 300$ THz.

c) Essendo $\bar{E} = \bar{B} \times \bar{c}$ e $\bar{c} = \hat{x}c$, il campo di induzione magnetica è
$\bar{B} = \hat{z}\dfrac{30}{3 \cdot 10^8}\sin(2\pi \cdot 10^6 x - 1.885 \cdot 10^{15} t) =$

$= \hat{z}10^{-7}\sin(2\pi \cdot 10^6 x - 1.885 \cdot 10^{15} t)$ T $= \hat{z}100\sin(2\pi \cdot 10^6 x - 1.885 \cdot 10^{15} t)$ nT.

Esercizio 8.

L'intensità media dell'onda è $< S > = \dfrac{\varepsilon_0 c {E_0}^2}{2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}{E_0}^2$, da cui si ricava il modulo del campo elettrico

$$E_0 = \sqrt{2 < S > \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}} = \sqrt{2 \cdot 1.4 \cdot 10^3\sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{8.85 \cdot 10^{-12}}}} = 1027.18 \text{ V/m}.$$

Il modulo del campo di induzione magnetica è $B_0 = \dfrac{E_0}{c} = \dfrac{1027.18}{3 \cdot 10^8} = 3.42 \cdot 10^{-6}$ T $= 3.42\ \mu$T.