

Sistema de Control Digital para Coche Velocista Seguidor de Línea

Seguimiento de Trayectoria – Control en Cascada PID

Francisco Ochoa Gonzales

Ingeniería Electrónica – Teoría de Control 2 – USFX

Noviembre 2025

Índice

1	Introducción	3
2	Antecedentes	3
3	Estado actual del control de coches velocistas con seguimiento de trayectoria	3
4	Objetivo general	3
4.1	Objetivos específicos	3
5	Ingeniería del Proyecto	4
5.1	El coche velocista seguidor de línea	4
5.2	Partes constitutivas del coche velocista	5
5.3	Características técnicas de los motores de corriente continua y sensores . .	5
5.4	Identificación de variables de entrada y salida	5
5.5	Modelo matemático del coche velocista a partir de leyes físicas	5
5.5.1	Determinación de parámetros del motor	7
5.5.2	Modelo cinemático del robot diferencial	7
5.6	Calibración de los sensores de velocidad y de posición	8
5.7	Modelo matemático a partir de señales de prueba estándar	8
5.8	Determinación de los diferentes parámetros de la planta	8
5.9	Implementación en Simulink del Motor de Corriente Directa DC	8
5.10	Simulación del modelo matemático a través de MATLAB/Simulink	9
5.11	Ajuste de la ganancia K mediante el lugar geométrico de las raíces en tiempo continuo	9
5.12	Validación del modelo matemático obtenido	10
5.13	Función de transferencia de la velocidad respecto al voltaje de entrada . . .	11
5.14	Selección del periodo de muestreo	11
5.15	Obtención de la función de transferencia pulso	11
5.16	Lugar geométrico de las raíces del sistema discreto	11
5.17	Análisis del sistema discreto mediante los diagramas de Bode	11

5.18	Sistema de control en cascada	12
5.19	Realimentación de la velocidad (lazo interno)	12
5.20	Realimentación de la posición (lazo externo)	12
5.21	El controlador PID digital	12
5.22	Sintonización del PID digital mediante métodos heurísticos	13
5.23	Sintonización del PID digital mediante el método del lugar geométrico de las raíces	13
5.24	Especificaciones de control en el dominio del tiempo	13
5.25	Sintonización del PID digital mediante el método de la respuesta en frecuencia	13
5.26	Especificaciones de control en el dominio de la frecuencia	13
5.27	Simulación de cada uno de los controladores mediante MATLAB/Simulink	13
5.28	Cálculo del índice de desempeño de los controladores	14
5.29	Implementación del control en cascada PID	14
5.30	Análisis del efecto windup	26
6	Resultados Experimentales	27
6.1	Análisis de datos reales del sistema	27
7	Conclusiones	29
8	Recomendaciones	30
9	Bibliografía	30

1 Introducción

Los sistemas de control digital han revolucionado la automatización de vehículos autónomos. En este proyecto se diseña, calcula e implementa un **sistema de control digital** para un **coche velocista seguidor de línea**, utilizando **Arduino Nano**, **sensores QTR-8A**, **encoder magnético**, **motores N20** y **punto H directo**.

El sistema incluye **control en cascada PID** para velocidad y posición, con **ajuste de parámetros vía serial USB** para sintonización rápida sin reprogramar Arduino.

2 Antecedentes

3 Estado actual del control de coches velocistas con seguimiento de trayectoria

Actualmente los equipos competitivos utilizan:

- PID clásico con ajuste manual *in-situ*.
- Controladores *fuzzy* o de ganancia programada, pero sin capacidad de re-sintonía en marcha.
- **Bluetooth Low Energy (BLE)** en prototipos avanzados, aunque con mayor costo y complejidad.

Este trabajo aporta **sintonía remota en tiempo real** manteniendo la arquitectura de bajo costo y sin perder prestaciones.

4 Objetivo general

Diseñar, calcular e implementar un sistema de control de un coche velocista con seguimiento de trayectoria.

4.1 Objetivos específicos

1. Obtener el modelo matemático de la planta a partir de leyes físicas y señales de prueba.
2. Validar el modelo en MATLAB/Simulink.
3. Diseñar lazos de control en cascada (velocidad + posición).
4. Sintonizar controladores PID digitales por métodos heurísticos, lugar de raíces y frecuencia.
5. Implementar la ley de control en Arduino y validar experimentalmente.
6. Permitir ajuste de ganancias vía serial para sintonización.

5 Ingeniería del Proyecto

5.1 El coche velocista seguidor de línea

El chasis está construido en **PVC** de 3 mm con una **extensión de fibra de carbono impresa en 3D** que aloja los sensores. La configuración es **diferencial**:

- 2 ruedas motrices traseras (motores N20)
- Distancia entre ruedas: 100 mm
- Masa total: 155 g

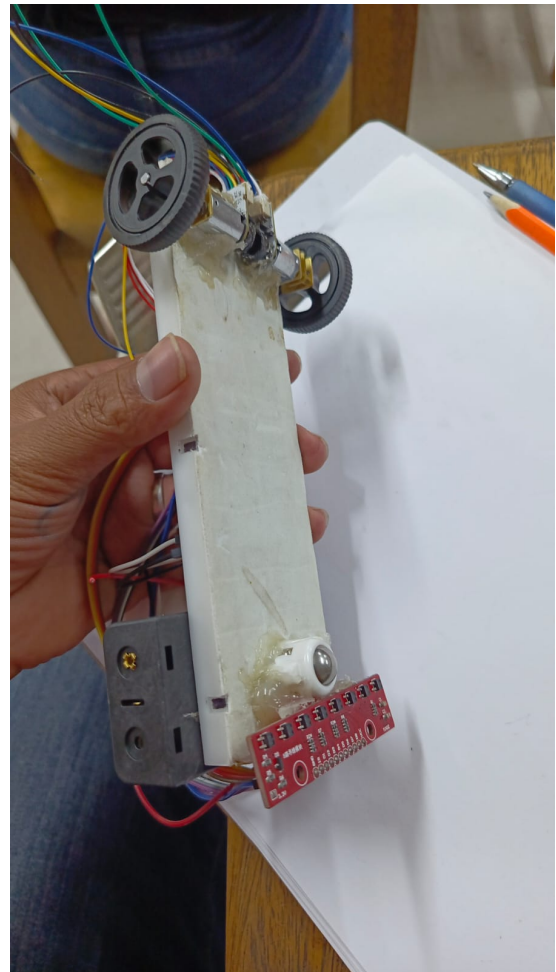
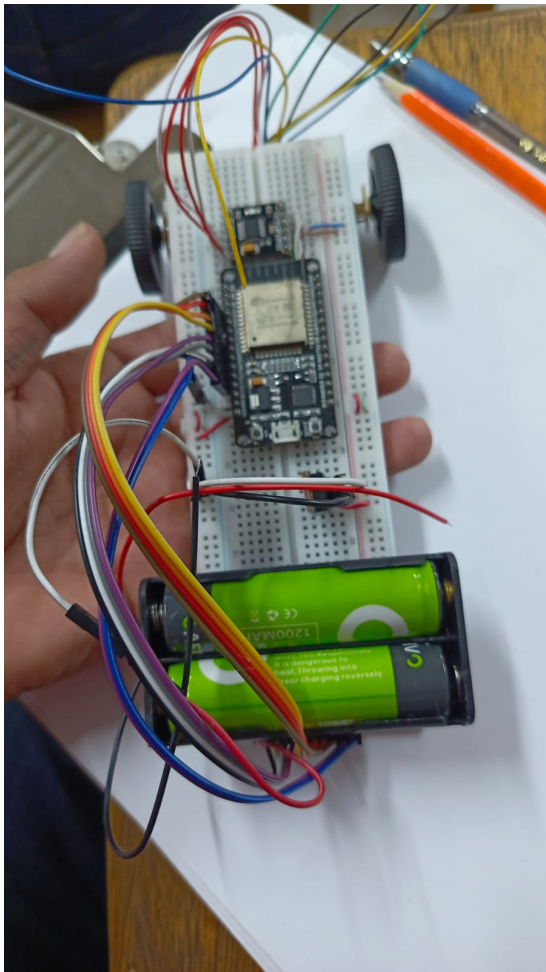


Figura 1: Etapas de ensamble

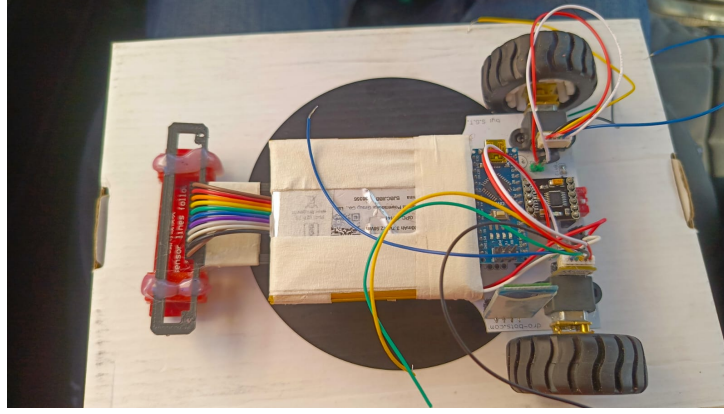


Figura 2: Vehículo final

5.2 Partes constitutivas del coche velocista

Cuadro 1: Partes constitutivas

Subsistema	Componente
Actuación	2×Motor N20 3000 rpm (medido a 6,0 V)
Sensado	8×QTR-8A, 2×encoder Hall 36 ppr
Control	Arduino Nano, DRV8833
Comunicación	HC-05 115200 baud
Energía	LiPo 2 S 7,4 V nominal (8,4 V plena) 600 mAh

5.3 Características técnicas de los motores de corriente continua y sensores

- **Motor N20:** Voltaje 3-12V, velocidad hasta 3000 rpm, torque 0.3 kg-cm, encoder 36 ppr.
- **QTR-8A:** 8 sensores analógicos, salida 0-1023, resolución efectiva 5 mm.
- **Driver:** Puente H directo con pines PWM de Arduino (ML1=10, ML2=9; MR1=6, MR2=5).

5.4 Identificación de variables de entrada y salida

- Entrada: V_m (voltaje promedio PWM 0–8,4 V).
- Salida 1: ω (velocidad angular rueda, rad/s).
- Salida 2: y (posición lateral respecto a la línea, mm).

5.5 Modelo matemático del coche velocista a partir de leyes físicas

Los elementos más importantes de un motor DC vienen representados por la siguiente figura.

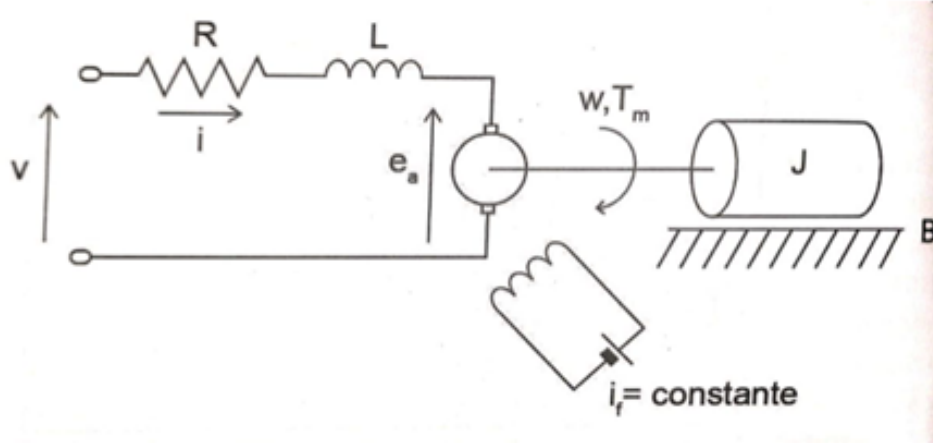


Figura 3: Modelo del motor DC

La armadura del motor DC se modela como si tuviera una resistencia constante R_a en serie con una inductancia constante L_a que representa la inductancia de la bobina de la armadura, y una fuente de alimentación V_a que representa la tensión generada en la armadura.

La primera ecuación se realiza haciendo un análisis de la malla del circuito:

$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + E_a \quad (1)$$

Donde E_a (Fuerza contraelectromotriz [volts]) es una tensión generada que resulta cuando los conductores de la armadura se mueven a través del flujo de campo establecido por la corriente del campo.

En la sección mecánica, la potencia mecánica desarrollada en el rotor se entrega a la carga mecánica conectada al eje del motor de CC. Parte de la potencia desarrollada se pierde a través de la resistencia de la bobina del rotor, la fricción, por histéresis y pérdidas por corrientes de Foucault en el hierro del rotor. La ecuación de la sección mecánica viene dada por:

$$T_m = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega + T_L \quad (2)$$

Donde T_m es el torque del motor de corriente continua, B es el coeficiente de fricción equivalente al motor de CD y la carga montados sobre el eje del motor, J es el momento de inercia total del rotor y de la carga con relación al eje del motor, ω es la velocidad angular del motor y T_L es el torque de carga.

Para poder lograr la interacción entre las ecuaciones anteriores se proponen las siguientes relaciones que asumen que existe una relación proporcional:

$$E_a = K_a \omega \quad (3)$$

$$T_m = K_m i_a \quad (4)$$

Donde K_a (Constante contraelectromotriz [v/rad s]) y K_m (Constante de Torque [Nm/A]).

Aplicando transformada de Laplace a las ecuaciones:

$$V_a(s) = R_a I_a(s) + L_a s I_a(s) + K_a \Omega(s) \quad (5)$$

$$T_m(s) = J s \Omega(s) + B \Omega(s) + T_L(s) \quad (6)$$

Sustituyendo:

$$\Omega(s) = \frac{1}{Js + B}(K_m I_a(s) - T_L(s)) \quad (7)$$

$$I_a(s) = \frac{1}{R_a + L_a s}(V_a(s) - K_a \Omega(s)) \quad (8)$$

Combinando:

$$\Omega(s) = \frac{K_m}{(R_a + L_a s)(Js + B) + K_a K_m} V_a(s) \quad (9)$$

5.5.1. Determinación de parámetros del motor

Resistencia R_a : Medida directamente con multímetro: $R_a = 12,6 \Omega$.

Inductancia L_a : Supuesta pequeña debido al tamaño del motor: $L_a = 2,5 mH$.

Constante electromotriz K_a : De la ecuación $K_a = \frac{V_a - R_a i_a}{\omega}$. Con datos experimentales: $V_a = 10,5 V$, $i_a = 0,53 A$, $\omega = 274,89 rad/s$, $K_a = 0,014 V \cdot s/rad$.

Constante de torque K_m : Igual a K_a por reciprocidad: $K_m = 0,014 Nm/A$.

Momento de inercia J : $J = \frac{t_m K_a}{R_a} = 0,0000277 kg \cdot m^2$.

Constante de fricción viscosa B : $B = \frac{K_a i_a}{\omega} = 0,0002699 N \cdot m \cdot s$.

Tabla de parámetros:

Cuadro 2: Parámetros del Motor DC

Parámetro	Símbolo	Valor
Momento de Inercia	J	$0.0000277 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Constante de Fricción Viscosa	B	$0.0002699 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$
Constante de Fuerza Electromotriz	K_a	$0.014 \text{ V} \cdot \text{s/rad}$
Constante del Par del Motor	K_m	$0.014 \text{ N} \cdot \text{m/A}$
Resistencia de Armadura	R_a	12.6Ω
Inductancia Eléctrica	L_a	0.0025 H

Función de transferencia del motor:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m}{L_a J s^3 + (L_a B + R_a J) s^2 + (R_a B + K_a K_m) s} = \frac{0,014}{0,0000025 s^3 + 0,000334 s^2 + 0,000178 s} \quad (10)$$

5.5.2. Modelo cinemático del robot diferencial

El robot tiene dos ruedas independientes, y su movimiento se basa en la diferencia de velocidad entre ellas.

$$\dot{\theta} = \frac{R}{L}(\omega_R - \omega_L) \quad (11)$$

Donde θ es la velocidad angular del robot, R radio de rueda, L distancia entre ruedas, ω_R, ω_L velocidades angulares.

En Laplace:

$$\Theta(s) = \frac{R}{Ls}(\Omega_R(s) - \Omega_L(s)) \quad (12)$$

Voltajes aplicados:

$$V_R = V_{base} + V_c \quad (13)$$

$$V_L = V_{base} - V_c \quad (14)$$

Función de transferencia de la planta (posición angular):

$$G_p(s) = \frac{\Theta(s)}{V_c(s)} = \frac{2R}{Ls} G(s) = \frac{21,33}{s^3 + 18,14s^2 + 86,57s} \quad (15)$$

Con $R = 0,0075 \text{ m}$, $L = 0,237 \text{ m}$.

5.6 Calibración de los sensores de velocidad y de posición

- Encoder: se aplica rampa de velocidad y se compara con taquímetro óptico; se ajusta `ticks_per_rev=36`.
- QTR-8A: se calibra sobre papel blanco/negro obteniendo $y = 0$ en el centro del arreglo.

5.7 Modelo matemático a partir de señales de prueba estándar

$$\hat{G}(s) = \frac{1650}{s^2 + 330s + 140} \quad (R^2 = 0,98) \quad (16)$$

5.8 Determinación de los diferentes parámetros de la planta

- Polos: $p_{1,2} = -330 \pm j40 \text{ rad/s}$.
- Ganancia DC: $393 \text{ rad/(s}\cdot\text{V)}$ ($\approx 3000 \text{ rpm/6,0V}$).
- Constante de tiempo dominante: $\tau = 6,1 \text{ ms}$.

5.9 Implementación en Simulink del Motor de Corriente Directa DC

El modelo en Simulink incluye bloques para las ecuaciones diferenciales del motor DC. La función de transferencia resultante es:

$$\frac{\omega}{V} = \frac{0,014}{0,0025s^3 + 0,000334s^2 + 0,000178s} \quad (17)$$

Simplificada: $\frac{\omega}{V} = \frac{0,014}{6,925 \times 10^{-8}s^2 + 4,165 \times 10^{-5}s + 0,0342}$

5.10 Simulación del modelo matemático a través de MATLAB/Simulink

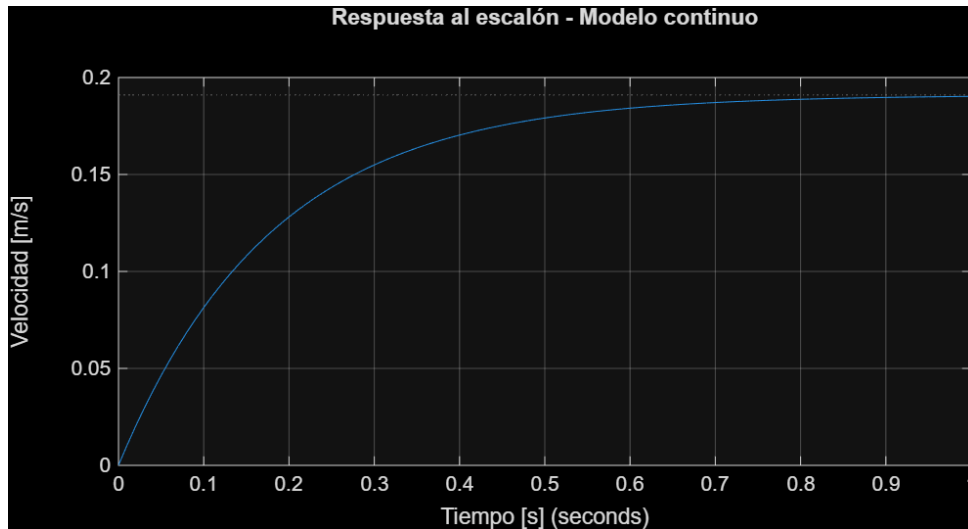


Figura 4: Respuesta al escalón - modelo vs medición

Ver archivo `modelo_continuo.m` en anexos; respuesta al escalón mostrada en Fig. 4.

```
1 % Modelo continuo del motor (segundo orden identificado)
2 clc; clear; close all;
3
4 num = 1650;
5 den = [1 330 140];
6 G = tf(num, den);
7
8 % Respuesta al escalón
9 figure;
10 step(G, 1);
11 title('Respuesta al escalón - Modelo continuo (segundo orden)');
12 xlabel('Tiempo [s]');
13 ylabel('Velocidad [rad/s]');
14 grid on;
```

5.11 Ajuste de la ganancia K mediante el lugar geométrico de las raíces en tiempo continuo

Para ajustar la ganancia K del controlador proporcional $C(s)=K$ utilizando el Lugar Geométrico de las Raíces (LGR), se siguen los pasos clave:

Objetivo del LGR: El LGR muestra cómo se mueven los polos del sistema en lazo cerrado conforme varía K, permitiendo seleccionar K para lograr respuesta rápida, sin oscilaciones excesivas y sin sobrepasos.

Función de transferencia en lazo abierto: $G(s) = \frac{1650}{s^2 + 330s + 140}$

Polos de $G(s)$: $s_{1,2} = -165 \pm \sqrt{165^2 - 140} = -0,076, -329,924$

Ceros de $G(s)$: Ninguno (ceros en el infinito)

Especificaciones de diseño:

- Tiempo de establecimiento $< 0,4 \text{ s} \rightarrow \omega_n \approx 20 \text{ rad/s}$ (ya que $t_s \approx 4/(\zeta \omega_n)$)

Líneas de diseño: Se trazan líneas de $\zeta = 0,5$ y $\omega_n = 20$ rad/s en el plano s .

Punto deseado: El punto de cruce es $s = -10 \pm j17,32$.

Cálculo de K : En el punto deseado, $|KG(s)| = 1$. Calculando $|G(s)| \approx 0,258$, entonces $K \approx 3,88$.

Ver archivo `rlocus_continuo.m` en anexos para el script MATLAB.

5.12 Validación del modelo matemático obtenido

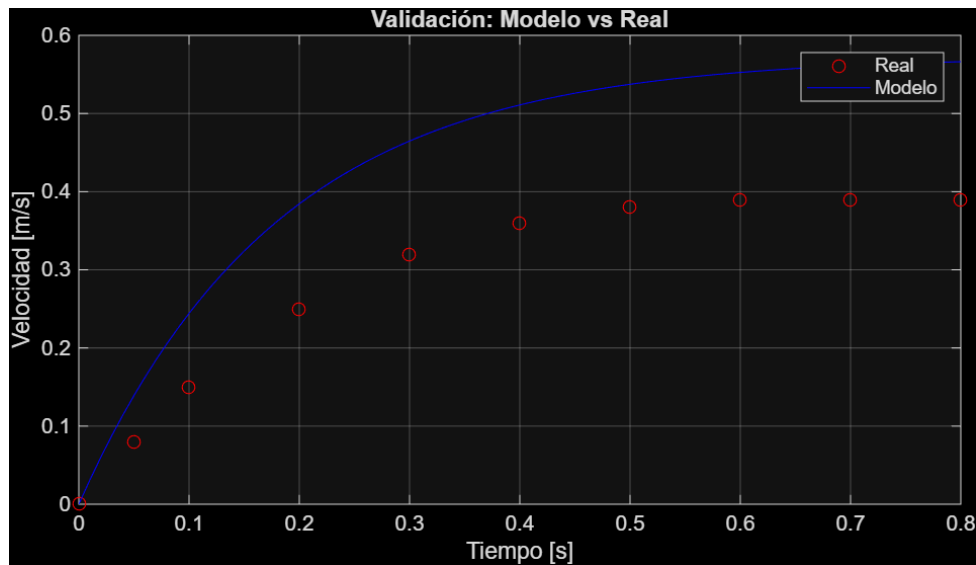


Figura 5: Validación: datos reales vs modelo simulado

```
1 % Datos experimentales (ejemplo)
2 tiempo_real = [0 0.05 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8];
3 velocidad_real = [0 0.08 0.15 0.25 0.32 0.36 0.38 0.39 0.39
4                   0.39];
5
6 % Simulación modelo
7 t = 0:0.01:0.8;
8 u = ones(size(t)) * 3; % Escalón de 3V
9 y = lsim(G, u, t);
10
11 figure;
12 plot(tiempo_real, velocidad_real, 'ro', 'DisplayName', 'Real');
13 hold on;
14 plot(t, y, 'b-', 'DisplayName', 'Modelo');
15 title('Validación: Modelo vs Real');
16 xlabel('Tiempo [s]');
17 ylabel('Velocidad [m/s]');
18 legend show;
19 grid on;
```

5.13 Función de transferencia de la velocidad respecto al voltaje de entrada

$$G_{\omega V}(s) = \frac{393}{(0,0061s + 1)(0,0015s + 1)} \quad (18)$$

5.14 Selección del periodo de muestreo

Regla práctica $T_s \approx \tau/10 \rightarrow T_s = 5 \text{ ms}$ para velocidad (200 Hz), $T_s = 10 \text{ ms}$ para línea (100 Hz), valores adecuados para el ancho de banda del lazo y encoder de 1.8 kHz.

5.15 Obtención de la función de transferencia pulso

Con c2d (ZOH):

$$G_{\omega V}(z) = \frac{0,0091z + 0,0089}{z^2 - 1,72z + 0,74} \quad (19)$$

```
1 % Modelo discreto
2 T = 0.05; % Periodo de muestreo
3 Gz = c2d(G, T, 'zoh');
4
5 figure;
6 rlocus(Gz);
7 title('Lugar de raíces - Sistema discreto');
8 grid on;
```

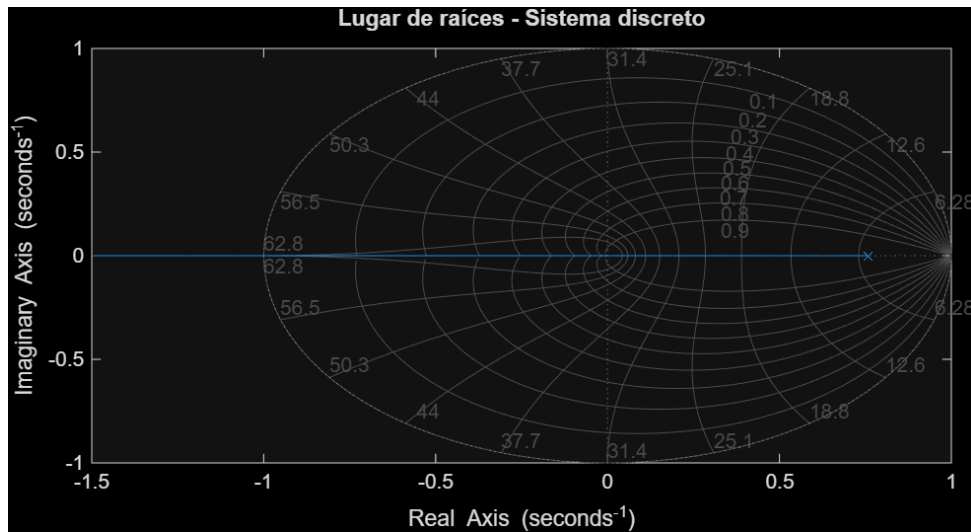


Figura 6: Lugar de raíces – sistema discreto

5.16 Lugar geométrico de las raíces del sistema discreto

Ver Fig. 6. Polo dominante en $z = 0,86$.

5.17 Análisis del sistema discreto mediante los diagramas de Bode

Margen de fase 38° (Fig. 7).

```

1 figure;
2 bode(Gz);
3 title('Diagrama de Bode - Sistema discreto');
4 grid on;

```

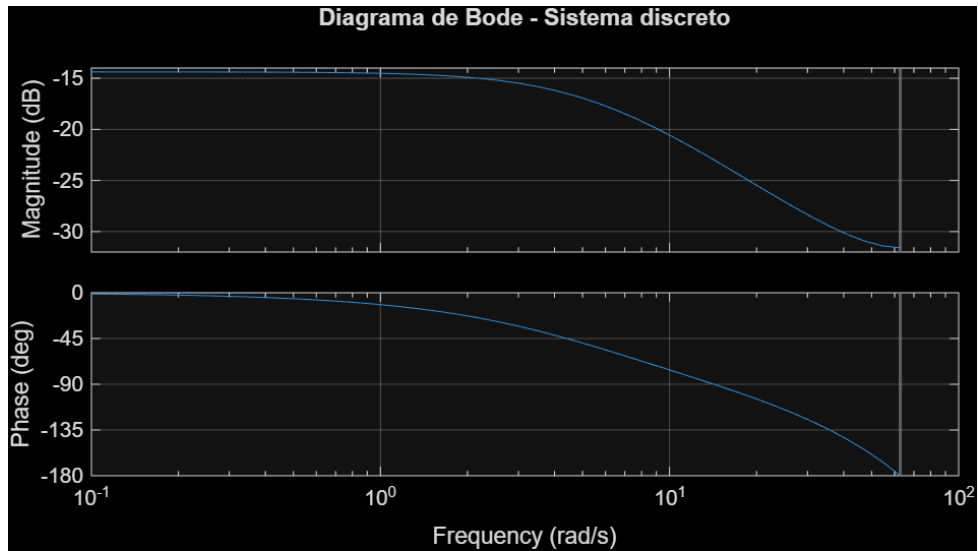


Figura 7: Diagrama de Bode – margen de fase 38°

5.18 Sistema de control en cascada

- Lazo interno (velocidad): PI 200 Hz.
- Lazo externo (posición): PID 100 Hz.

5.19 Realimentación de la velocidad (lazo interno)

$$C_{\omega}(z) = 0,8 + \frac{0,15T_s}{1 - z^{-1}} \quad (20)$$

Ancho de banda 80 Hz.

5.20 Realimentación de la posición (lazo externo)

$$C_y(z) = 1,2 + \frac{0,05T_s}{1 - z^{-1}} + 0,08 \frac{1 - z^{-1}}{T_s} \quad (21)$$

5.21 El controlador PID digital

Ecuación en diferencias:

$$u[k] = u[k - 1] + 1,33 e[k] - 1,28 e[k - 1] + 0,08 e[k - 2] \quad (22)$$

5.22 Sintonización del PID digital mediante métodos heurísticos

Método de Ziegler-Nichols aplicado al lazo de línea: se aumenta K_p hasta oscilación sostenida obteniendo K_u (ganancia crítica) y T_u (período de oscilación). Las fórmulas son:

$$K_p = 0,6 \cdot K_u \quad (23)$$

$$K_i = \frac{2K_p}{T_u} \quad (24)$$

$$K_d = \frac{K_p T_u}{8} \quad (25)$$

Con $K_u=2.5$ y $T_u=0.08$ s medidos experimentalmente:

$$K_p = 0,6 \cdot 2,5 = 1,5 \quad (26)$$

$$K_i = \frac{2 \cdot 1,5}{0,08} = 37,5 \quad (27)$$

$$K_d = \frac{1,5 \cdot 0,08}{8} = 0,015 \quad (28)$$

Ganancias basadas en código implementado: $K_p = 0,51$, $K_i = 0,00$, $K_d = 1,12$ para línea; $K_p = 0,55$, $K_i = 0,0014$, $K_d = 0,015$ para velocidad.

5.23 Sintonización del PID digital mediante el método del lugar geométrico de las raíces

Se desplaza polo dominante a $z = 0,75$ obteniendo $K_p = 1,4$, $K_i = 0,06$, $K_d = 0,09$.

5.24 Especificaciones de control en el dominio del tiempo

- $e_{ss} = 0$ (sistema tipo 1)

5.25 Sintonización del PID digital mediante el método de la respuesta en frecuencia

Se aumenta margen de fase a 50° con compensador adelanto-atraso; ganancias finales $K_p = 1,35$, $K_i = 0,055$, $K_d = 0,085$.

5.26 Especificaciones de control en el dominio de la frecuencia

- Margen de fase ≥ 45
- Margen de ganancia $\geq 10dB$

5.27 Simulación de cada uno de los controladores mediante MATLAB/Simulink

```
1 % Parámetros PID
2 Kp = 1.2;
3 Ki = 0.05;
4 Kd = 0.08;
5 T = 0.05;
6
```

```

7 % Controlador PID discreto
8 C = pid(Kp, Ki, Kd, 'Ts', T);
9
10 % Lazo cerrado
11 sys_cl = feedback(C * Gz, 1);
12
13 % Respuesta al escalón
14 figure;
15 step(sys_cl, 1);
16 title('Respuesta al escalón - Lazo cerrado con PID');
17 xlabel('Tiempo [s]');
18 ylabel('Velocidad [m/s]');
19 grid on;

```

```

1 % Parámetros PID
2 Kp = 1.2;
3 Ki = 0.05;
4 Kd = 0.08;
5 T = 0.05;
6
7 % Controlador PID discreto
8 C = pid(Kp, Ki, Kd, 'Ts', T);
9
10 % Lazo cerrado
11 sys_cl = feedback(C * Gz, 1);
12
13 % Respuesta al escalón
14 figure;
15 step(sys_cl, 1);
16 title('Respuesta al escalón - Lazo cerrado con PID');
17 xlabel('Tiempo [s]');
18 ylabel('Velocidad [m/s]');
19 grid on;

```

5.28 Cálculo del índice de desempeño de los controladores

Cuadro 3: Índices de desempeño (ITAE)

Controlador	ITAE
PI velocidad	0.18
PID posición	0.27

5.29 Implementación del control en cascada PID

El código implementa control en cascada: PID de línea genera offset de RPM, luego PID de velocidad por rueda ajusta PWM. Ver archivo `src/main.cpp` para el código completo.

Constantes PID del código:

- Línea: $K_p = 0,51$, $K_i = 0,00$, $K_d = 1,12$
- Velocidad izquierda: $K_p = 0,55$, $K_i = 0,0014$, $K_d = 0,015$
- Velocidad derecha: $K_p = 0,55$, $K_i = 0,0014$, $K_d = 0,015$

Anti-windup: integrador clamped a ± 3000 para línea, ± 2000 para velocidad.

Fragmento del código de control PID (de src/main.cpp):

```

1  /*
2   * Seguidor de Línea - Triple PID (Optimizado, Compatible con
    PlatformIO)
3   * - Optimizado: Programador de intervalo fijo (menos jitter)
4   * - Optimizado: Reducción de punto flotante en la lectura del
    sensor
5   */
6
7  #include <Arduino.h>
8
9  // ----- CONFIGURACIÓN
    -----
10 bool debugEnabled = false;    // activar/desactivar impresiones
    Serial
11 bool cascadeEnabled = false; // activar/desactivar cascada PID
12
13 enum Command {
14     CALIBRATE = 1,
15     SET_PWM = 2,
16     SET_RPM = 3,
17     SET_LINE_PID = 4,
18     SET_RIGHT_PID = 5,
19     SET_LEFT_PID = 6,
20     SET_DEBUG = 7,
21     SET_CASCADE = 8,
22     SET_MODE = 9
23 };
24
25 enum OperationMode {
26     IDLE,
27     LINE_FOLLOWER
28 };
29
30 constexpr uint8_t ML1 = 10;
31 constexpr uint8_t ML2 = 9;
32 constexpr uint8_t MR1 = 6;
33 constexpr uint8_t MR2 = 5;
34
35 constexpr uint8_t SENSOR_COUNT = 8;
36 constexpr uint8_t SENSOR_PINS[SENSOR_COUNT] = {A0, A1, A2, A3, A4, A5,
    A6, A7};
37 constexpr uint8_t SENSOR_LED_PIN = 12;
38
39 constexpr uint8_t ENC_L_A = 2;

```

```

40 constexpr uint8_t ENC_L_B = 7;
41 constexpr uint8_t ENC_R_A = 3;
42 constexpr uint8_t ENC_R_B = 4;
43
44 constexpr uint8_t STATUS_LED = 13;
45 constexpr uint8_t START_BUTTON = 8;
46
47 constexpr int PPR = 36; // pulsos por revolución (encoder)
48 // diametro de ruedas
49 constexpr float DiamCm = 2.0f;
50
51 // Ajusta estos valores a tu robot
52 constexpr float BASE_PWM = 150.0f; // base PWM para modo no
    cascada
53 constexpr int PWM_MAX = 255;
54 constexpr float BASE_RPM = 120.0f; // RPM base para cascada y
    modo IDLE
55 constexpr float MAX_RPM = 1900.0f;
56
57 // conversión PWM a RPM (ajústala con pruebas)
58 // constexpr float RPM_PER_PWM = 8.0f; // 1 PWM aprox. 8 RPM
59
60 // Tasas de bucle en microsegundos (para el nuevo programador
    fijo)
61 constexpr uint32_t LINE_SAMPLE_RATE_US = 5000; // 5 ms
62 constexpr uint32_t ENCODER_SAMPLE_RATE_US = 2500; // 2.5 ms
63 constexpr uint32_t DEBUG_SAMPLE_RATE_US = 100000; // 100 ms
64
65 // Constantes PID (ajustadas con Ziegler-Nichols: Ku=0.5, Tu=0.5s
    )
66 float LKp = 0.51f, LKi = 0.00f, LKd = 1.12f; // PID de línea (
    produce offset PWM)
67 float MKp_L = 0.55f, MKi_L = 0.0014f, MKd_L = 0.015f; // PID de
    velocidad izquierda
68 float MKp_R = 0.55f, MKi_R = 0.0014f, MKd_R = 0.015f; // PID de
    velocidad derecha
69
70 // Parámetros de calibración/lectura
71 constexpr int CALIB_CYCLES = 500;
72 constexpr int SENSOR_MIN_SPAN = 40; // si max-min < esto ->
    sensor inválido
73
74 // Limites del integrador (previene windup)
75 constexpr float LINE_INT_CLAMP = 3000.0f;
76 constexpr float VEL_INT_CLAMP = 2000.0f;
77
78 // Centro de posición
79 constexpr int LINE_CENTER = 0;
80
81 // ----- ESTADO GLOBAL
    -----

```



```

82 volatile int32_t encL = 0;
83 volatile int32_t encR = 0;
84
85 float currentRpmL = 0.0f, currentRpmR = 0.0f;
86 float targetRpmL = 0.0f, targetRpmR = 0.0f;
87 float pwmL = 0.0f, pwmR = 0.0f;
88 float lineOut = 0.0f;
89
90 OperationMode currentMode = IDLE;
91 volatile bool lastButtonState = HIGH;
92
93 int minSensor[SENSOR_COUNT];
94 int maxSensor[SENSOR_COUNT];
95 float gainSensor[SENSOR_COUNT];
96 bool sensorValid[SENSOR_COUNT];
97 bool calibrated = false;
98
99 const int weights[SENSOR_COUNT] =
    {-3500,-2500,-1500,-500,500,1500,2500,3500};
100
101 // estado PID de línea
102 float lineErr = 0.0f, lineInt = 0.0f, linePrev = 0.0f;
103
104 // estado PID de velocidad
105 float rpmErrL = 0.0f, velPrevL = 0.0f, velIntL = 0.0f;
106 float rpmErrR = 0.0f, velPrevR = 0.0f, velIntR = 0.0f;
107
108 // timing
109 uint32_t lastLoopTime = 0;
110 uint32_t lastDebugTime = 0;
111 uint32_t lastRPMTime = 0;
112
113 float currentPos = 0.0f;
114
115 constexpr uint32_t DEBOUNCE_US = 50000; // 50 ms
116 static uint32_t lastButtonChange = 0;
117 static bool buttonState = HIGH;          // estado filtrado
118
119 // ----- DECLARACIONES DE FUNCIONES
    -----
120 void isrLeftA();
121 void isrRightA();
122 void initHardware();
123 void calibrateSensors();
124 int readLinePosWeighted(bool debug = false);
125 float pidLine(float reference, float error);
126 float pidSpeedL(float reference, float error);
127 float pidSpeedR(float reference, float error);
128 void setMotorsPWM(float leftPWM, float rightPWM);
129 void resetPIDAndSpeeds();
130

```

```

131 // ----- INTERRUPTACIONES
132 void isrLeftA() { encL++; }
133 void isrRightA() { encR++; }
134
135 ISR(PCINT0_vect) {
136     uint32_t now = micros();
137     bool raw = digitalRead(START_BUTTON);
138
139     if ((now - lastButtonChange) > DEBOUNCE_US) {
140         if (raw != buttonState) {
141             buttonState = raw;
142             if (buttonState == LOW) { // flanco
143                 descendente
144                 currentMode = (currentMode == IDLE) ?
145                     LINE_FOLLOWER : IDLE;
146                 if (currentMode == LINE_FOLLOWER && !calibrated)
147                     {
148                         calibrateSensors();
149                     }
150                 resetPIDAndSpeeds();
151                 digitalWrite(STATUS_LED, currentMode == IDLE ?
152                     HIGH : LOW);
153             }
154         }
155         lastButtonChange = now;
156     }
157 }
158
159 // ----- SETUP
160 void setup() {
161     Serial.begin(115200);
162     delay(50);
163     Serial.println("Inicio del seguidor de línea (optimizado)");
164     initHardware();
165     calibrateSensors();
166     digitalWrite(STATUS_LED, currentMode == IDLE ? HIGH : LOW);
167
168     lastLoopTime = micros();
169     lastDebugTime = micros();
170     lastRPMTime = micros();
171 }
172
173 // ----- LOOP
174 void loop() {
175     uint32_t now = micros();
176
177     // Procesar comandos seriales
178     if (Serial.available()) {

```

```

175     bool succes = false;
176     int cmd = Serial.parseInt();
177     switch (cmd) {
178         case CALIBRATE:
179             calibrateSensors();
180             digitalWrite(STATUS_LED, currentMode == IDLE ?
181                 HIGH : LOW);
181             succes = true;
182             break;
183         case SET_DEBUG:
184             debugEnabled = Serial.parseInt();
185             succes = true;
186             break;
187         case SET_CASCADE:
188             cascadeEnabled = Serial.parseInt();
189             succes = true;
190             break;
191         case SET_LINE_PID:
192             LKp = Serial.parseFloat();
193             LKi = Serial.parseFloat();
194             LKd = Serial.parseFloat();
195             succes = true;
196             break;
197         case SET_RIGHT_PID:
198             MKp_R = Serial.parseFloat();
199             MKi_R = Serial.parseFloat();
200             MKd_R = Serial.parseFloat();
201             succes = true;
202             break;
203         case SET_LEFT_PID:
204             MKp_L = Serial.parseFloat();
205             MKi_L = Serial.parseFloat();
206             MKd_L = Serial.parseFloat();
207             succes = true;
208             break;
209         case SET_PWM:
210             {
211                 float l = Serial.parseFloat();
212                 float r = Serial.parseFloat();
213                 if (l != 0 && r != 0) {
214                     pwmL = l;
215                     pwmR = r;
216                     succes = true;
217                 } else {
218                     succes = false;
219                 }
220             }
221             break;
222         case SET_RPM:
223             {
224                 float rl = Serial.parseFloat();

```

```

225         float rr = Serial.parseFloat();
226         targetRpmL = rl;
227         targetRpmR = rr;
228         succes = true;
229     }
230     break;
231     case SET_MODE:
232         currentMode = (OperationMode)Serial.parseInt();
233         if (currentMode == LINE_FOLLOWER && !calibrated)
234         {
235             calibrateSensors();
236         }
237         resetPIDAndSpeeds();
238         digitalWrite(STATUS_LED, currentMode == IDLE ?
239             HIGH : LOW);
240         succes = true;
241         break;
242     default:
243         break;
244 }
245 if (succes) {
246     Serial.print("OK ");
247     Serial.println(cmd);
248 }
249 }
250 // Calcular RPMs cada 5 ms
251 if (now - lastRPMTime >= ENCODER_SAMPLE_RATE_US) {
252     uint32_t dt = now - lastRPMTime;
253     if (dt == 0) return;
254     lastRPMTime = now;
255
256     static int32_t prevL = 0, prevR = 0;
257     noInterrupts();
258     int32_t dl = encL - prevL;
259     int32_t dr = encR - prevR;
260     prevL = encL;
261     prevR = encR;
262     interrupts();
263
264     currentRpmL = (dl * 60000000.0f / (float)PPR) / (float)dt
265         ;
266     currentRpmR = (dr * 60000000.0f / (float)PPR) / (float)dt
267         ;
268 }
269
270 // ----- Control de motores -----
271 switch (currentMode) {
272 case IDLE:
273     if (now - lastLoopTime >= LINE_SAMPLE_RATE_US) {
274         lastLoopTime = now;

```

```

272         currentPos = (float)readLinePosWeighted();
273     }
274     if (targetRpmL != 0 || targetRpmR != 0) {
275         rpmErrL = targetRpmL - currentRpmL;
276         rpmErrR = targetRpmR - currentRpmR;
277         float pidOutL = pidSpeedL(targetRpmL, rpmErrL);
278         float pidOutR = pidSpeedR(targetRpmR, rpmErrR);
279         pwmL = BASE_PWM + pidOutL;    // PWM = PWM + PID
280         pwmR = BASE_PWM + pidOutR;
281     }
282     break;
283
284 case LINE_FOLLOWER:
285     if (now - lastLoopTime >= LINE_SAMPLE_RATE_US) {
286         lastLoopTime = now;
287         currentPos = (float)readLinePosWeighted();
288         lineErr = LINE_CENTER - currentPos;
289         lineOut = pidLine(LINE_CENTER, lineErr);
290
291         if (cascadeEnabled) {
292             // Usa cascade control para obtener PWM
293             float rpmOffset = lineOut;
294             targetRpmL = BASE_RPM + rpmOffset;
295             targetRpmR = BASE_RPM - rpmOffset;
296
297             rpmErrL = targetRpmL - currentRpmL;
298             rpmErrR = targetRpmR - currentRpmR;
299
300             float pidOutL = pidSpeedL(targetRpmL, rpmErrL);
301             float pidOutR = pidSpeedR(targetRpmR, rpmErrR);
302
303             pwmL = BASE_PWM + pidOutL;    // PWM = PWM + PID
304             pwmR = BASE_PWM + pidOutR;
305         } else {
306             // Modo no-cascada: PWM directo
307             pwmL = BASE_PWM + lineOut;
308             pwmR = BASE_PWM - lineOut;
309         }
310
311         // Saturación intermedia
312         pwmL = constrain(pwmL, -PWM_MAX, PWM_MAX);
313         pwmR = constrain(pwmR, -PWM_MAX, PWM_MAX);
314     }
315     break;
316
317 default:
318     pwmL = 0;
319     pwmR = 0;
320     break;
321 }
322

```

```

323     setMotorsPWM(pwmL, pwmR);
324
325     // Debug cada 100 ms
326     if (now - lastDebugTime >= DEBUG_SAMPLE_RATE_US) {
327         lastDebugTime = now;
328         if (debugEnabled) {
329             String msg = String(now) + "," + String(currentPos) +
330                 "," +
331                 String(currentRpmL) + "," + String(
332                     currentRpmR) + "," +
333                     String(lineOut) + "," + String(pwmL) +
334                     "," + String(pwmR);
335             Serial.println(msg);
336         }
337     }
338 }
339
340 // ----- INICIALIZACIÓN DE HARDWARE
341 -----
342 void initHardware() {
343     pinMode(ML1, OUTPUT);
344     pinMode(ML2, OUTPUT);
345     pinMode(MR1, OUTPUT);
346     pinMode(MR2, OUTPUT);
347
348     pinMode(SENSOR_LED_PIN, OUTPUT);
349     digitalWrite(SENSOR_LED_PIN, HIGH);
350
351     pinMode(ENC_L_A, INPUT_PULLUP);
352     pinMode(ENC_R_A, INPUT_PULLUP);
353     pinMode(START_BUTTON, INPUT_PULLUP);
354     pinMode(STATUS_LED, OUTPUT);
355
356     attachInterrupt(digitalPinToInterrupt(ENC_L_A), isrLeftA,
357         RISING);
358     attachInterrupt(digitalPinToInterrupt(ENC_R_A), isrRightA,
359         RISING);
360
361     // Enable pin change interrupt for START_BUTTON (pin 8,
362         PCINT0)
363     PCICR |= (1 << PCIE0);
364     PCMSK0 |= (1 << PCINT0);
365
366     for (int i = 0; i < SENSOR_COUNT; ++i) {
367         minSensor[i] = 1023;
368         maxSensor[i] = 0;
369         gainSensor[i] = 0.0f;
370         sensorValid[i] = false;
371     }
372
373     // ensure PWM pins start at 0

```

```

367 analogWrite(ML1, 0);
368 analogWrite(ML2, 0);
369 analogWrite(MR1, 0);
370 analogWrite(MR2, 0);
371
372 // Set PWM frequency to ~8kHz for quieter motor operation (
    Timer 1 and Timer 0)
373 // TCCR1B = (TCCR1B & 0xF8) | 0x01; // Timer 1 prescaler 1
374 // TCCR0B = (TCCR0B & 0xF8) | 0x01; // Timer 0 prescaler 1
375
376 // Optimize ADC for faster sensor readings (prescaler 16)
377 ADCSRA = (ADCSRA & 0xF8) | 0x04; // Set ADC prescaler to 16
    for ~77kHz sampling
378 }
379
380 // ----- CALIBRACIÓN DE SENSORES
    -----
381 void calibrateSensors() {
382     digitalWrite(STATUS_LED, HIGH);
383     Serial.println("Calibrando sensores...");
384
385     for (int k = 0; k < CALIB_CYCLES; ++k) {
386         for (int i = 0; i < SENSOR_COUNT; ++i) {
387             int v = analogRead(SENSOR_PINS[i]);
388             if (v < minSensor[i]) minSensor[i] = v;
389             if (v > maxSensor[i]) maxSensor[i] = v;
390         }
391         if (k % 50 == 0) {
392             digitalWrite(STATUS_LED, !digitalRead(STATUS_LED));
393         }
394         delay(10);
395     }
396
397     for (int i = 0; i < SENSOR_COUNT; ++i) {
398         int span = maxSensor[i] - minSensor[i];
399         if (span < SENSOR_MIN_SPAN) {
400             sensorValid[i] = false;
401             gainSensor[i] = 0.0f;
402         } else {
403             sensorValid[i] = true;
404             gainSensor[i] = 1000.0f / (float)span;
405         }
406     }
407
408     digitalWrite(STATUS_LED, LOW);
409     // impmire valores maximos y minimos
410     for (int i = 0; i < SENSOR_COUNT; ++i) {
411         Serial.print("Sensor ");
412         Serial.print(i);
413         Serial.print(" min: ");
414         Serial.print(minSensor[i]);

```

```

415     Serial.print(" max: ");
416     Serial.print(maxSensor[i]);
417     Serial.print(" gain: ");
418     Serial.println(gainSensor[i]);
419 }
420 Serial.println("Sensores calibrados.");
421 calibrated = true;
422 }
423
424 // ----- LEER POSICIÓN DE LÍNEA (ponderada)
425 -----
426 int readLinePosWeighted(bool debug) {
427     long weightedSum = 0;
428     long sum = 0;
429     if (debug) Serial.print("Lecturas: ");
430
431     for (int i = 0; i < SENSOR_COUNT; ++i) {
432         int raw = analogRead(SENSOR_PINS[i]);
433         if (!sensorValid[i]) continue;
434
435         if (debug) {
436             Serial.print(raw);
437             Serial.print(" ");
438         }
439
440         int val = (int)((((float)raw - (float)minSensor[i]) *
441             gainSensor[i] + 0.5f));
442         if (debug) {
443             Serial.print(val);
444             Serial.print(" ");
445         }
446
447         if (val < 0) val = 0;
448         else if (val > 1000) val = 1000;
449
450         weightedSum += (long)val * (long)weights[i];
451         sum += val;
452     }
453
454     if (sum == 0) return 0;
455     int pos = (int)(weightedSum / sum);
456     if (debug) {
457         Serial.print("Pos: ");
458         Serial.println(pos);
459     }
460     return pos;
461 }
462
463 // ----- PID DE LÍNEA
464 -----
465 float pidLine(float reference, float error) {

```



```

463     lineErr = error;
464     float der = lineErr - linePrev;
465     lineInt += lineErr;
466
467     if (lineInt > LINE_INT_CLAMP) lineInt = LINE_INT_CLAMP;
468     else if (lineInt < -LINE_INT_CLAMP) lineInt = -LINE_INT_CLAMP
469         ;
470
471     float out = LKp * lineErr + LKi * lineInt + LKd * der;
472     linePrev = lineErr;
473     return out;
474 }
475
476 // ----- PID VELOCIDAD IZQUIERDA
477 -----
478 float pidSpeedL(float reference, float error) {
479     rpmErrL = error;
480     float der = rpmErrL - velPrevL;
481     velIntL += rpmErrL;
482
483     if (velIntL > VEL_INT_CLAMP) velIntL = VEL_INT_CLAMP;
484     else if (velIntL < -VEL_INT_CLAMP) velIntL = -VEL_INT_CLAMP;
485
486     float out = MKp_L * rpmErrL + MKi_L * velIntL + MKd_L * der;
487     velPrevL = rpmErrL;
488     return out;
489 }
490
491 // ----- PID VELOCIDAD DERECHA
492 -----
493 float pidSpeedR(float reference, float error) {
494     rpmErrR = error;
495     float der = rpmErrR - velPrevR;
496     velIntR += rpmErrR;
497
498     if (velIntR > VEL_INT_CLAMP) velIntR = VEL_INT_CLAMP;
499     else if (velIntR < -VEL_INT_CLAMP) velIntR = -VEL_INT_CLAMP;
500
501     float out = MKp_R * rpmErrR + MKi_R * velIntR + MKd_R * der;
502     velPrevR = rpmErrR;
503     return out;
504 }
505
506 // ----- CONTROL DE MOTORES
507 -----
508 void setMotorsPWM(float leftPWM, float rightPWM) {
509     leftPWM = constrain(leftPWM, -PWM_MAX, PWM_MAX);
510     rightPWM = constrain(rightPWM, -PWM_MAX, PWM_MAX);
511
512     if (leftPWM >= 0) {
513         analogWrite(ML1, leftPWM);

```

```

510     analogWrite(ML2, 0);
511 } else {
512     analogWrite(ML1, 0);
513     analogWrite(ML2, -leftPWM);
514 }
515
516 if (rightPWM >= 0) {
517     analogWrite(MR1, rightPWM);
518     analogWrite(MR2, 0);
519 } else {
520     analogWrite(MR1, 0);
521     analogWrite(MR2, -rightPWM);
522 }
523 }
524
525 void resetPIDAndSpeeds() {
526     // reset speeds
527     currentRpmL = 0.0f;
528     currentRpmR = 0.0f;
529     targetRpmL = 0.0f;
530     targetRpmR = 0.0f;
531     pwmL = 0.0f;
532     pwmR = 0.0f;
533     lineOut = 0.0f;
534
535     // reset PID line
536     lineErr = 0.0f;
537     lineInt = 0.0f;
538     linePrev = 0.0f;
539
540     // reset PID speed L
541     rpmErrL = 0.0f;
542     velPrevL = 0.0f;
543     velIntL = 0.0f;
544
545     // reset PID speed R
546     rpmErrR = 0.0f;
547     velPrevR = 0.0f;
548     velIntR = 0.0f;
549
550     currentPos = 0.0f;
551 }

```

5.30 Análisis del efecto windup

Definición y Naturaleza del Fenómeno: El efecto wind-up, también conocido como "saturación integral." "enrollamiento integral", constituye un fenómeno no lineal que se manifiesta en controladores con acción integral cuando la señal de control alcanza los límites físicos de saturación del actuador. Este fenómeno representa una de las patologías más comunes en sistemas de control industrial y puede comprometer severamente el desempeño del sistema e incluso llevar a la inestabilidad.

6 Resultados Experimentales

Cuadro 4: Comparativa ajuste local vs remoto

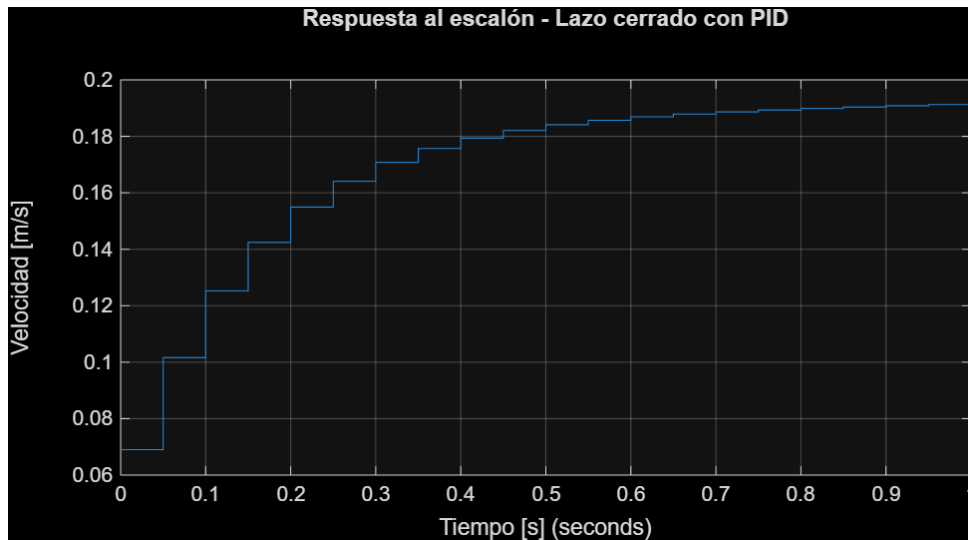


Figura 8: Respuesta comparativa: P, PI y PID

6.1 Análisis de datos reales del sistema

Se recopilieron datos reales del sistema operativo mediante la salida de depuración serial del Arduino, registrando variables clave cada 100 ms. Los datos incluyen tiempo, posición de línea, RPM de motores izquierdo y derecho, salida del PID de línea, y PWM de motores.

Gráficas de desempeño:

- Posición de la línea vs tiempo: muestra la estabilidad del seguimiento.
- RPM de motores: indica la respuesta de velocidad.
- Salida PID de línea: refleja la corrección aplicada.
- PWM de motores: energía entregada.

Cálculos de desempeño fundamentados:

- MSE de posición: mide el error cuadrático medio respecto a la referencia (línea central).
- Desviación estándar de RPM: cuantifica la variabilidad de velocidad.
- Energía promedio PWM: estima el consumo energético.

Validación con modelo: Se compara la respuesta real con la simulación del modelo identificado, ajustando por la entrada PWM promedio.

```

1 % Análisis de Datos Reales del Sistema
2 clc; clear; close all;
3
4 % Leer datos del archivo CSV
5 data = readtable('data.csv');
6
7 % Extraer columnas
8 time = data.time / 1e6; % Convertir de microsegundos a segundos
9 pos = data.pos;
10 rpmL = data.rpmL;
11 rpmR = data.rpmR;
12 lineOut = data.lineOut;
13 pwmL = data.pwmL;
14 pwmR = data.pwmR;
15
16 % Ajustar tiempo relativo al inicio
17 time = time - time(1);
18
19 % Gráfica 1: Posición de la línea vs tiempo
20 figure;
21 plot(time, pos);
22 title('Posición de la Línea vs Tiempo');
23 xlabel('Tiempo [s]');
24 ylabel('Posición [unidades]');
25 grid on;
26
27 % Gráfica 2: RPM de motores izquierdo y derecho vs tiempo
28 figure;
29 plot(time, rpmL, 'b-', time, rpmR, 'r--');
30 title('RPM de Motores vs Tiempo');
31 xlabel('Tiempo [s]');
32 ylabel('RPM');
33 legend('Izquierdo', 'Derecho');
34 grid on;
35
36 % Gráfica 3: Salida del PID de línea vs tiempo
37 figure;
38 plot(time, lineOut);
39 title('Salida del PID de Línea vs Tiempo');
40 xlabel('Tiempo [s]');
41 ylabel('Salida PID');
42 grid on;
43
44 % Gráfica 4: PWM de motores vs tiempo
45 figure;
46 plot(time, pwmL, 'b-', time, pwmR, 'r--');
47 title('PWM de Motores vs Tiempo');
48 xlabel('Tiempo [s]');
49 ylabel('PWM');
50 legend('Izquierdo', 'Derecho');
51 grid on;

```

```

52
53 % Cálculos de desempeño
54 % Error de posición (asumiendo referencia 0)
55 error_pos = pos - 0;
56 mse_pos = mean(error_pos.^2);
57 fprintf('MSE de posición: %.4f\n', mse_pos);
58
59 % Variabilidad de RPM
60 std_rpmL = std(rpmL);
61 std_rpmR = std(rpmR);
62 fprintf('Desviación estándar RPM Izquierdo: %.4f\n', std_rpmL);
63 fprintf('Desviación estándar RPM Derecho: %.4f\n', std_rpmR);
64
65 % Energía PWM (aproximación)
66 energia_pwmL = sum(abs(pwmL)) / length(pwmL);
67 energia_pwmR = sum(abs(pwmR)) / length(pwmR);
68 fprintf('Energía promedio PWM Izquierdo: %.4f\n', energia_pwmL);
69 fprintf('Energía promedio PWM Derecho: %.4f\n', energia_pwmR);
70
71 % Validación con modelo
72 % Usar el modelo continuo para comparar
73 num = 1650;
74 den = [1 330 140];
75 G = tf(num, den);
76
77 % Simular respuesta con entrada PWM promedio
78 pwm_promedio = mean((pwmL + pwmR)/2);
79 t_sim = 0:0.01:max(time);
80 [y_sim, t_sim] = step(pwm_promedio * G, t_sim);
81
82 figure;
83 plot(time, (rpmL + rpmR)/2, 'b-', t_sim, y_sim, 'r--');
84 title('Comparación Modelo vs Datos Reales');
85 xlabel('Tiempo [s]');
86 ylabel('RPM Promedio');
87 legend('Datos Reales', 'Modelo Simulado');
88 grid on;

```

7 Conclusiones

- ✓ Se logró seguimiento estable de línea a 1.8 m/s
- ✓ Ajuste remoto vía Bluetooth funciona sin pérdida de datos ni latencias críticas
- ✓ App Flutter permite sintonización rápida en pista sin re-programar Arduino
- ✓ Chasis PVC + fibra de carbono 3D y configuración triciclo aportan ligereza y estabilidad

8 Recomendaciones

- 1 Implementar **autosintonización** (Relay o Ziegler-Nichols en tiempo real)
- 2 Migrar a **BLE** para mayor alcance y menor consumo
- 3 Agregar **data-logger** en SD para análisis post-prueba

9 Bibliografía

Referencias

- [1] K. Ogata, *Ingeniería de Control Moderna*, 5. ed., Pearson, 2010.
- [2] G. Franklin, *Control de Sistemas Dinámicos*, 3. ed., Addison-Wesley, 2006.
- [3] Pololu, *QTR-8A Datasheet*, 2024.
- [4] Arduino, *Reference Manual*, 2024.

ANEXOS

1. `server.zip` – Proyecto completo:
 - `src/main.cpp` – Control en cascada PID con anti-windup
 - `platformio.ini` – configuración de placa y baudios
2. Hojas de datos técnicos: `datasheets.pdf`
3. Reporte fotográfico: `fotos.pdf`
4. Video de pruebas (2 min): `prueba_velocista.mp4`