Московский авиационный институт
(Национальный исследовательский университет)
Институт №8 «Информационные технологии и прикладная математика»

Кафедра вычислительной математики и программирования

Лабораторная работа № 4

по курсу «Нейроинформатика».

Тема: «Сети с радиальными базисными элементами».

Студент: Вельтман Л.Я.
Группа: 80-407Б
Преподаватели: Тюменцев Ю.В.
Аносова Н.П.

Вариант: 7

Оценка:

Москва, 2020

Цель работы.

Целью работы является исследование свойств некоторых видов сетей с радиальными базисными элементами, алгоритмов обучения, а также применение сетей в задачах классификации и аппроксимации функции.

Основные этапы работы.

1. Использовать вероятностную нейронную сеть для классификации точек в случае, когда классы не являются линейно разделимыми.

2. Использовать сеть с радиальными базисными элементами (RBF) для классификации точекв случае, когда классы не являются линейно разделимыми.

3. Использовать обобщенно-регрессионную нейронную сеть для аппроксимации функции.Проверить работу сети с рыхлыми данными.

Оборудование.

Операционная система: macOS Catalina version 10.15.5

Процессор: 2,3 GHz 2-ядерный процессор Intel Core i5

Оперативная память: 8 ГБ 2133 MHz LPDDR3

Программное обеспечение.

Работа выполнена на Python3 с применением библиотек numpy (для вычислений), pandas и matplotlib (для графиков) при помощи командной оболочки Jupyter Notebook.

Сценарий выполнения работы.

Особое семейство образуют сети с радиальной базисной функцией, в которых нейроны реализуют функции, радиально изменяющиеся вокруг выбранного центра и принимающие ненулевые значения только в окрестности этого центра. Подобные функции, определяемые в виде phi(x) =

phi(|x-c|), будем называть радиальными базисными функциями. В таких сетях роль нейрона заключается в отображении радиального пространства вокруг одиночной заданной точки (центра) либо вокруг группы таких точек, образующих кластер. Суперпозиция сигналов, поступающих от всех таких нейронов, которая выполняется выходным нейроном, позволяет получить отображение всего многомерного пространства.

Сети радиального типа представляют собой естественное дополнение сигмоидальных сетей. Сигмоидальный нейрон представляется в многомерном пространстве гиперплоскостью, разделяющей это пространство на две категории (два класса), в которых выполняется одно из двух условий: либо (w,x) > 0, либо (w,x) < 0. Такой подход продемонстрирован на рис. 1а.

В свою очередь, радиальный нейрон представляет собой гиперсферу, которая осуществляет шаровое разделение пространства вокруг центральной точки (рис. 1б). Именно с этой точки зрения он является естественным дополнением сигмоидального нейрона, поскольку в случае круговой симметрии данных позволяет заметно уменьшить количество нейронов, необходимых для разделения различных классов. Поскольку нейроны могут выполнять различные функции, в радиальных сетях отсутствует необходимость использования большого количества скрытых слоев. Структура типичной радиальной сети включает входной слой, на который подаются сигналы, описываемые входным вектором x, скрытый слой с нейронами радиального типа и выходной слой, состоящий, как правило, из одного или нескольких линейных нейронов. Функция выходного нейрона сводится исключительно к взвешенному суммированию сигналов, генерируемых скрытыми нейронами.

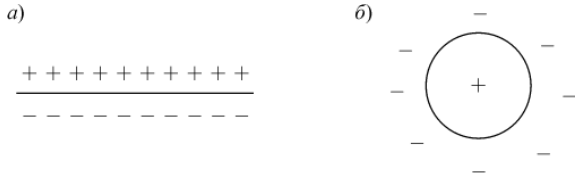


рис. 1

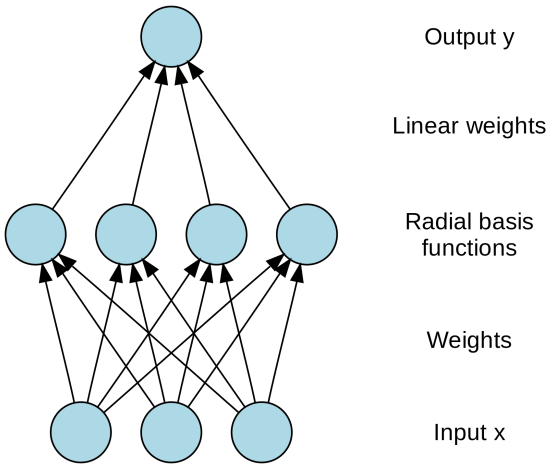


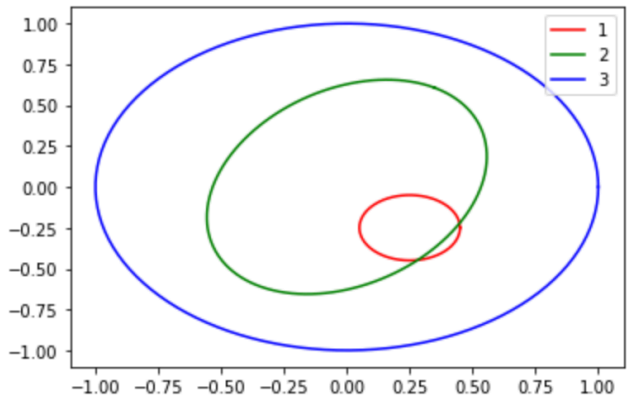
рис. 2

Входные данные и результаты

Задание 1

In [6]:
```
plt.plot(x1, y1, 'r', label='1')
plt.plot(x2, y2, 'g', label='2')
plt.plot(x3, y3, 'b', label='3')
plt.legend()
```

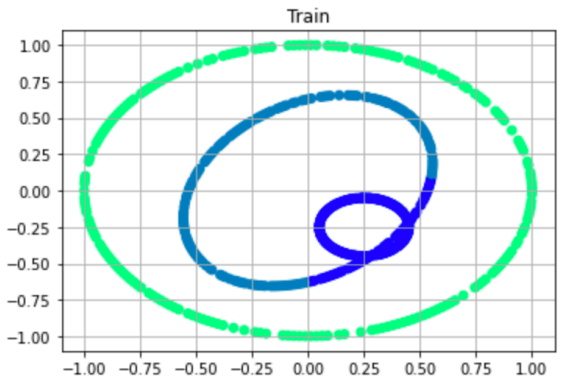
Out[6]: <matplotlib.legend.Legend at 0x7faa9dc3a828>



Param = 0.3

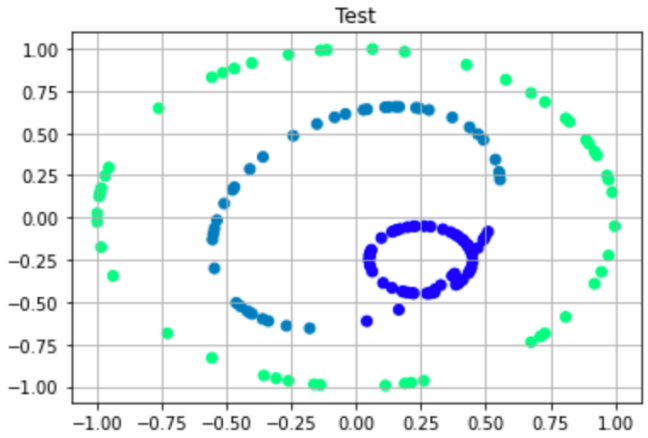
In [12]:
```
# PNN (Probabilistic Neural Network) – Вероятностная нейронная сеть
model1_03 = PNN(std=0.3)
TrainPredictShow(model1_03, train, test)
```

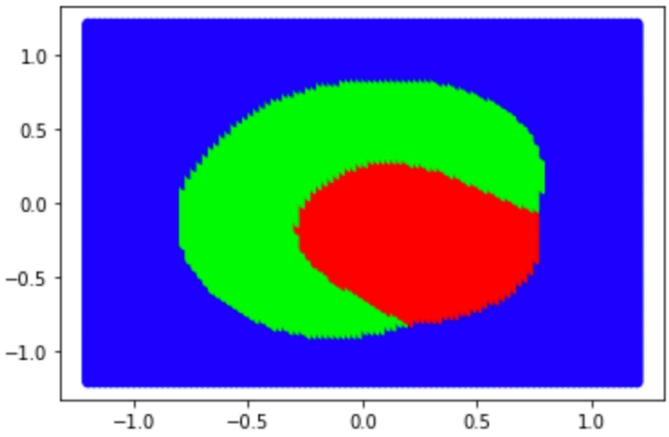
```
Train accuracy = 0.925
Train MSE = 0.075
Train RMSE = 0.27386127875258304
```




```
Test accuracy = 0.9281045751633987
Test MSE = 0.0718954248366013
Test RMSE = 0.2681332221799479
```

```
Test accuracy = 0.9281045751633987
Test MSE = 0.0718954248366013
Test RMSE = 0.2681332221799479
```

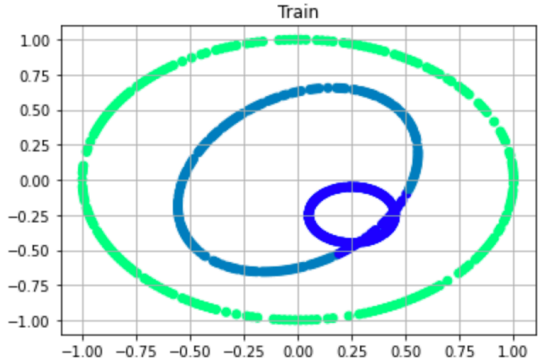




Param = 0.1

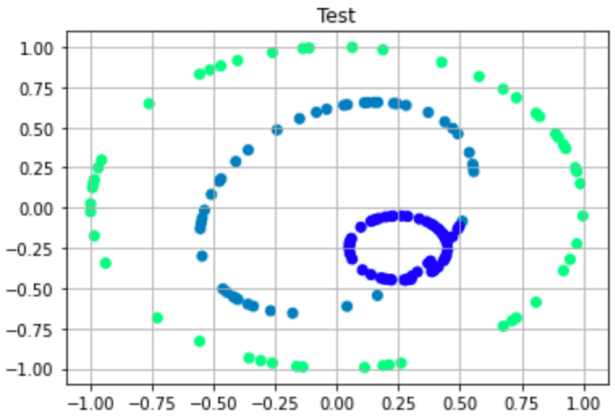
In [13]:
```
model1_01 = PNN(std=0.1)
TrainPredictShow(model1_01, train, test)
```

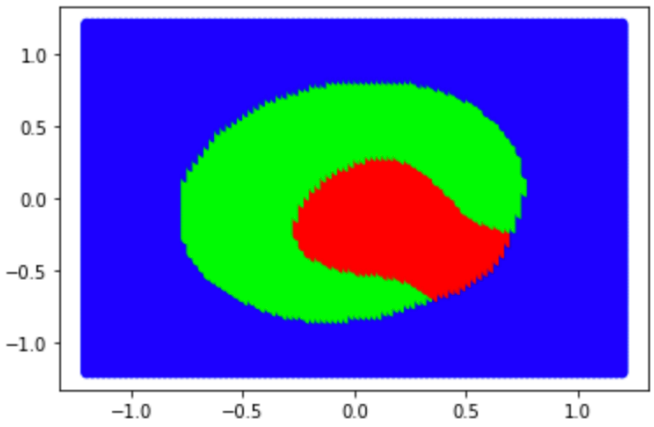
```
Train accuracy = 0.96
Train MSE = 0.04
Train RMSE = 0.2
```




```
Test accuracy = 0.9477124183006536
Test MSE = 0.05228758169934641
Test RMSE = 0.2286647801900118
```

```
Test accuracy = 0.9477124183006536
Test MSE = 0.05228758169934641
Test RMSE = 0.2286647801900118
```



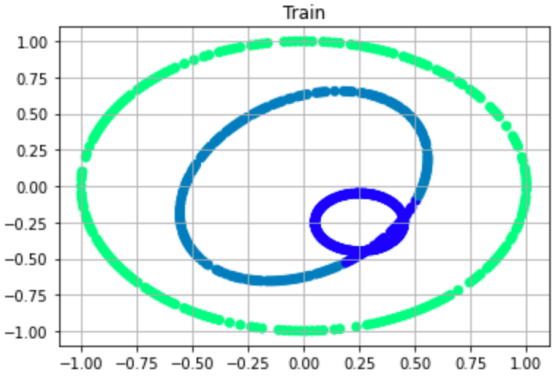


Задание 2

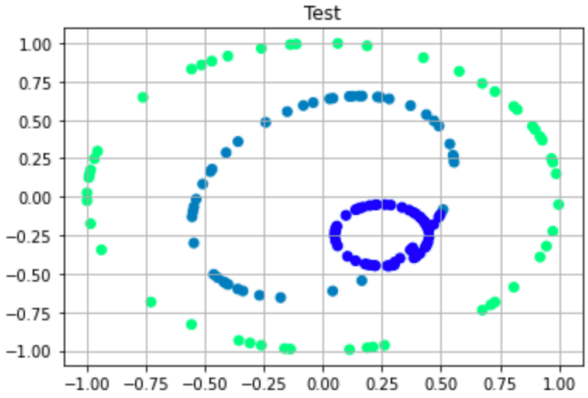
Param = 0.3

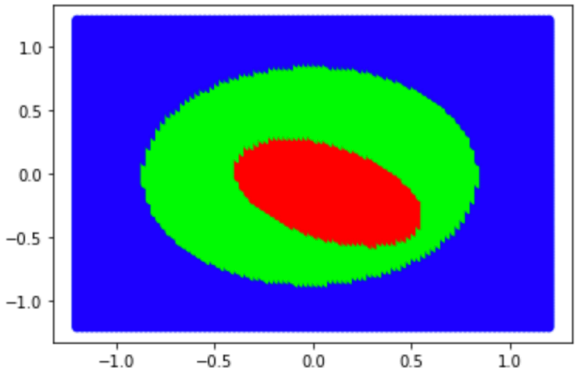
In [14]:
```
1 model2_03 = SVC(kernel='rbf', C=1e2, gamma=0.3)
2 TrainPredictShow(model2_03, train, test)
```

```
Train accuracy = 0.96
Train MSE = 0.04
Train RMSE = 0.2
```



```
Test accuracy = 0.9477124183006536
Test MSE = 0.05228758169934641
Test RMSE = 0.2286647801900118
```

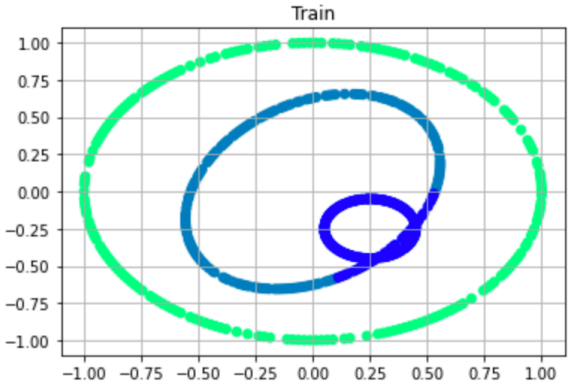




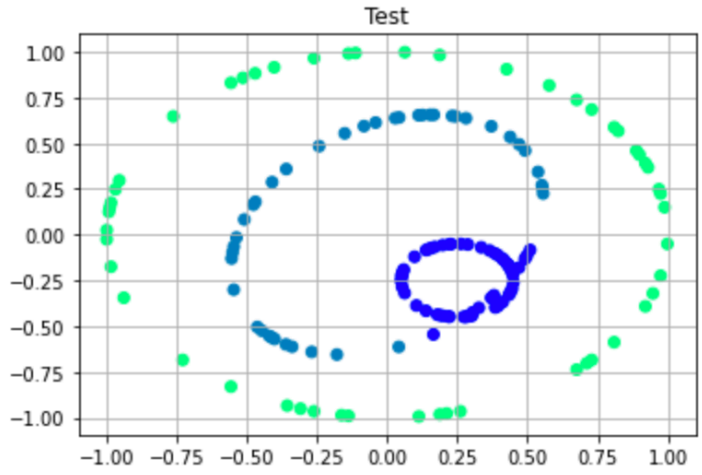
Param = 0.1

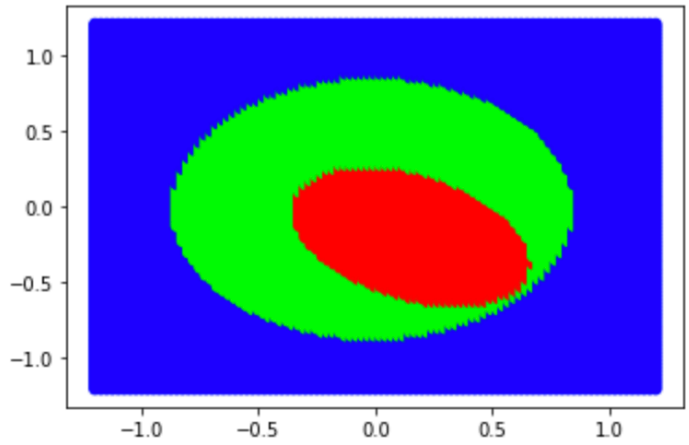
n [15]:
```
1 model2_01 = SVC(kernel='rbf', C=1e2, gamma=0.1)
2 TrainPredictShow(model2_01, train, test)
```

```
Train accuracy = 0.945
Train MSE = 0.055
Train RMSE = 0.2345207879911715
```



```
Test accuracy = 0.934640522875817
Test MSE = 0.06535947712418301
Test RMSE = 0.2556549962824568
```





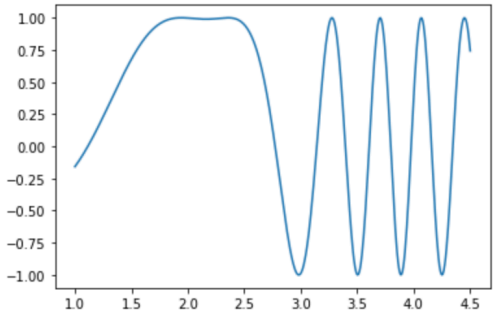
Задание 3

In [16]:
```
def f(t):
    return np.sin(np.sin(t) * t**2 - t)

h = 0.01
t = np.linspace(1, 4.5, int(4.5 / h), endpoint=True)
x = f(t)
```

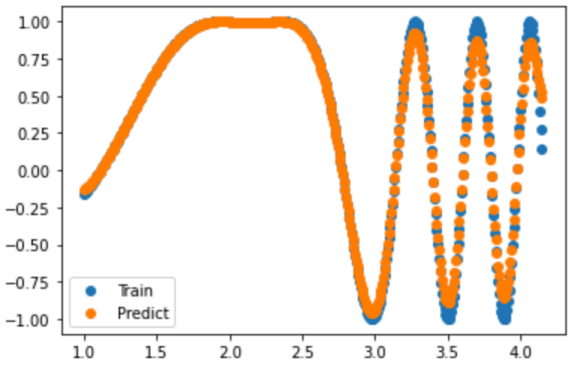
In [17]:
```
plt.plot(t, x)
```

Out[17]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fc683df31d0>]

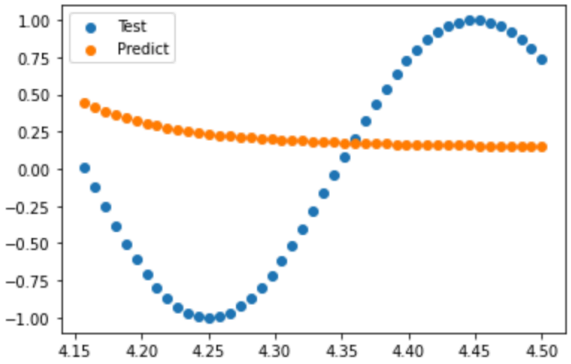


In [20]:
```
model3_h = GRNN(std=0.05)
ScaleTrainPredictShow(model3_h, xTrain, yTrain, xTest, yTest)
```

```
Ошибка обучения на тренировочном множестве
MSE = 0.002870973299240921
RMSE = 0.053581464138645195
```

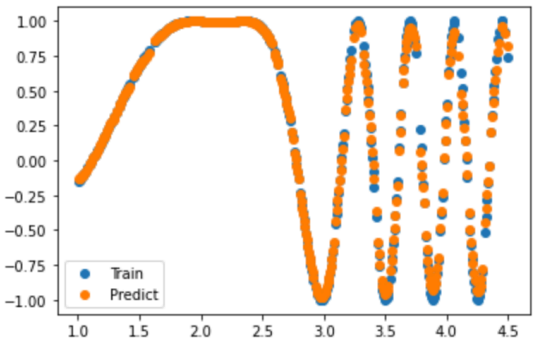



```
Ошибка предсказания на тестовой выборке
MSE = 0.6621886506197978
RMSE = 0.8137497469245676
```

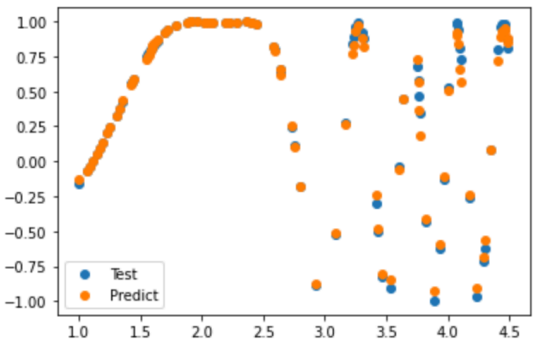


In [22]:
```
model3_h = GRNN(std=0.03)
ScaleTrainPredictShow(model3_h, xTrain, yTrain, xTest, yTest)
```

```
Ошибка обучения на тренировочном множестве
MSE = 0.0009300371495825019
RMSE = 0.030496510449271107
```




```
Ошибка предсказания на тестовой выборке
MSE = 0.0019145958988733027
RMSE = 0.04375609556248481
```



Код программы.

```
#!/usr/bin/env python
# coding: utf-8

import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import pandas as pd

from sklearn.metrics import accuracy_score, mean_squared_error
from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.preprocessing import StandardScaler, LabelBinarizer
from sklearn.svm import SVC

from neupy.algorithms import PNN, GRNN


a1 = 0.2
b1 = 0.2
x0_1 = 0.25 # координаты параллельного переноса
y0_1 = -0.25
alpha1 = 0 # угол поворота

a2 = 0.7
b2 = 0.5
x0_2 = 0
y0_2 = 0
alpha2 = -np.pi/3

a3 = 1
b3 = 1
x0_3 = 0
y0_3 = 0
alpha3 = 0

t = np.linspace(0, 2 * np.pi, int(2 * np.pi / 0.025), endpoint=True)


def f(alpha, x0, a, t, y0, b):
    return (x0 + a * np.cos(t)) * np.cos(alpha) + (y0 + b * np.sin(t)) * np.sin(alpha)

def g(alpha, x0, a, t, y0, b):
    return -(x0 + a * np.cos(t)) * np.sin(alpha) + (y0 + b * np.sin(t)) * np.cos(alpha)

x1 = f(alpha1, x0_1, a1, t, y0_1, b1)
y1 = g(alpha1, x0_1, a1, t, y0_1, b1)

x2 = f(alpha2, x0_2, a2, t, y0_2, b2)
y2 = g(alpha2, x0_2, a2, t, y0_2, b2)

x3 = f(alpha3, x0_3, a3, t, y0_3, b3)
y3 = g(alpha3, x0_3, a3, t, y0_3, b3)

plt.plot(x1, y1, 'r', label='1')
plt.plot(x2, y2, 'g', label='2')
plt.plot(x3, y3, 'b', label='3')
plt.legend()


df1 = pd.DataFrame({'x' : x1, 'y' : y1, 'class' : 0})
df2 = pd.DataFrame({'x' : x2, 'y' : y2, 'class' : 1})
df3 = pd.DataFrame({'x' : x3, 'y' : y3, 'class' : 2})


# Разделим выборку на тренировочную и тестовую  в соотношении 80% и 20% соответственно.

def Splitter(data):
    xTrain, xTest = train_test_split(data, test_size=0.2, shuffle=True, random_state=42)
    return xTrain, xTest


train, test = [], []

tmpTrain, tmpTest = Splitter(df1)
train.append(tmpTrain)
test.append(tmpTest)

tmpTrain, tmpTest = Splitter(df2)
train.append(tmpTrain)
```

```
test.append(tmpTest)

tmpTrain, tmpTest = Splitter(df3)
train.append(tmpTrain)
test.append(tmpTest)

train = pd.concat(train)
test = pd.concat(test)


# Зададим область точек [-1.2, 1.2] x [-1.2, 1.2]. Получим сетку для указанной области с шагом h =
0.025.

def PointArea(model):
    h = 0.025
    # Точки области [-1.2, 1.2] x [-1.2, 1.2]
    x = np.arange(-1.2, 1.2 + h, h)
    y = np.arange(-1.2, 1.2 + h, h)

    xx, yy = np.meshgrid(x, y)

    # По уже обученной модели предскажем класс для каждой точки сетки.
    predictions = [model.predict(np.array([[i, j]])).round(1) for i in x for j in y]

    # Закодируем принадлежность к классам различными цветами
    colors = LabelBinarizer().fit_transform(np.asarray(predictions).flatten())

    plt.scatter(yy, xx, c=colors, cmap=plt.cm.winter);
    plt.show()


def TrainPredictShow(model, train, test):
    #Обучаем нейросеть
    model.fit(train.iloc[:, :-1], train['class'])

    p = []
    # Метрики обучения
    p.append(model.predict(train.iloc[:, :-1]))
    accTrain = accuracy_score(train['class'], p[-1])
    mseTrain = mean_squared_error(train['class'], p[-1])

    p.append(model.predict(test.iloc[:, :-1]))
    accTest = accuracy_score(test['class'], p[-1])
    mseTest = mean_squared_error(test['class'], p[-1])

    print('Train accuracy = {}'.format(accTrain))
    print(f'Train MSE = {mseTrain}')
    print(f'Train RMSE = {np.sqrt(mseTrain)}\n')

    # Построим график тренировочного множества
    plt.scatter(train['x'], train['y'], c=p[0], cmap=plt.cm.winter)
    plt.grid(True)
    plt.title('Train')
    plt.show()

    # Метрики обучения
    print('Test accuracy = {}'.format(accTest))
    print(f'Test MSE = {mseTest}')
    print(f'Test RMSE = {np.sqrt(mseTest)}\n')

    # Построим график тестового множества
    plt.scatter(test['x'], test['y'], c=p[1], cmap=plt.cm.winter)
    plt.grid(True)
    plt.title('Test')
    plt.show()

    # Классификация точек из области по заданию
    PointArea(model)


# ## Задание 1
#
# Для трех линейно неразделимых классов решить задачу классификации.
#
# Построим вероятностную сеть, которая будет классифицировать точки заданной области.

# #### Param = 0.3

# PNN (Probabilistic Neural Network) - Вероятностная нейронная сеть
model1_03 = PNN(std=0.3)
TrainPredictShow(model1_03, train, test)
```

```
# #### Param = 0.1

model1_01 = PNN(std=0.1)
TrainPredictShow(model1_01, train, test)


# ## Задание 2
#
# Для трех линейно неразделимых классов решить задачу классификации.
#
# Построим сеть с радиальными базисными элементами, которая будет классифицировать точки заданной области.

# #### Param = 0.3



model2_03 = SVC(kernel='rbf', C=1e2, gamma=0.3)
TrainPredictShow(model2_03, train, test)


# #### Param = 0.1

model2_01 = SVC(kernel='rbf', C=1e2, gamma=0.1)
TrainPredictShow(model2_01, train, test)


# ## Задание 3
#
# Построить обобщенно-регрессионную нейронную сеть, которая будет выполнять аппроксимацию функции $sin(sin(t) * t^2 - t)$

def f(t):
    return np.sin(np.sin(t) * t**2 - t)

h = 0.01
t = np.linspace(1, 4.5, int(4.5 / h), endpoint=True)
x = f(t)

plt.plot(t, x)


def ScaleTrainPredictShow(model, xTrain, yTrain, xTest, yTest):
    # Нормализуем тестовые и тренировочные данные
    scaler_x = StandardScaler()
    scaler_y = StandardScaler()

    scaledTrainX = scaler_x.fit_transform(xTrain[:, np.newaxis])
    scaledTestX = scaler_x.transform(xTest[:, np.newaxis])
    scaledTrainY = scaler_y.fit_transform(yTrain[:, np.newaxis])

    model.fit(scaledTrainX, scaledTrainY)

    xPredicted = model.predict(scaledTrainX)
    xPredicted = scaler_y.inverse_transform(xPredicted)

    # Ошибка обучения на тренировочном множестве
    mse = mean_squared_error(yTrain, xPredicted.flatten())
    print('Ошибка обучения на тренировочном множестве')
    print(f'MSE = {mse}')
    print(f'RMSE = {np.sqrt(mse)}')

    plt.scatter(xTrain, yTrain, label='Train')
    plt.scatter(xTrain, xPredicted, label='Predict')
    plt.legend()
    plt.show()

    # Получим апостериорную оценку качества работы сети:
    # проделаем аналогичные действия для тестового подмножества.
    xPredicted = model.predict(scaledTestX)
    xPredicted = scaler_y.inverse_transform(xPredicted)

    # Ошибка предсказания на тестовой выборке
    mse = mean_squared_error(yTest, xPredicted.flatten())
    print('Ошибка предсказания на тестовой выборке')
    print(f'MSE = {mse}')
    print(f'RMSE = {np.sqrt(mse)}')

    plt.scatter(xTest, yTest, label='Test')
```

```
    plt.scatter(xTest, xPredicted, label='Predict')
    plt.legend()
    plt.show()


# Делим на тестовую и тренировочную выборку. Выделяем с конца временной последовательности 10% на
тестовое подмножество.

percentTrain = 0.9
trainSize = int(len(t) * percentTrain)

xTrain = t[:trainSize]
yTrain = x[:trainSize]
xTest = t[trainSize:]
yTest = x[trainSize:]

model3_h = GRNN(std=0.05)
ScaleTrainPredictShow(model3_h, xTrain, yTrain, xTest, yTest)


# Разделим тренировочную и тестовую выборку в соотношении 80% и 20% соответственно.

xTrain, xTest, yTrain, yTest = train_test_split(t, x, train_size=0.8, shuffle=True, random_state=42)
model3_h = GRNN(std=0.03)
ScaleTrainPredictShow(model3_h, xTrain, yTrain, xTest, yTest)
```

Выводы:

Можно отметить преимущества сети РБФ перед многослойными сетями прямого распространения. Во-первых, они моделируют произвольную нелинейную функцию с помощью всего одного промежуточного слоя, таким образом, нет необходимости в решении количества слоев, которые нужно применить для решения поставленной задачи. Во-вторых, параметры линейной комбинации в выходном слое можно полностью оптимизировать с помощью хорошо известных методов линейной оптимизации, которые работают быстро и не испытывают трудностей с локальными минимумами, мешающими при обучении с использованием алгоритма обратного распространения ошибки, поэтому сеть РБФ обучается очень быстро.

К недостаткам сетей РБФ можно онести то, что данные сети обладают плохими экстраполирующими свойствами и получаются весьма громоздкими при большой размерности вектора входов.