

Ответы

1. Кинематика поступательного движения. Система отсчета. Перемещение, путь, скорость, ускорение

При поступательном движении тела все точки тела движутся одинаково, и, вместо того чтобы рассматривать движение каждой точки тела, можно рассматривать движение только одной его точки.

Перемещением называется вектор перемещения $\Delta r = r - r_0$ направленный от положения точки в начальный момент к её положению в конечный момент.

Скорость материальной точки представляет собой вектор, характеризующий направление и быстроту перемещения материальной точки относительно тела отсчета. Вектор ускорения характеризует быстроту и направление изменения скорости материальной точки относительно тела отсчета.

2. Скорость и ускорение при криволинейном движении. Нормальное, тангенциальное, полное ускорения, их физический смысл

Криволинейное движение — это всегда ускоренное движение. То есть ускорение при криволинейном движении присутствует всегда, даже если модуль скорости не изменяется, а изменяется только направление скорости.

При криволинейном движении вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории движения. Любое криволинейное движение можно представить в виде суммы прямолинейных движений и движений по окружностям разных радиусов. Скорость изменяется как по величине, так и по направлению. Вектор ускорения направлен под углом к вектору скорости.

Изменение величины скорости за единицу времени — это тангенциальное ускорение

$$a_\tau = du = d(wR) = Rdw = R\beta dt$$

Нормальное ускорение — это изменение скорости по направлению за единицу времени:

$$a_n = v^2 / R = w^2 R$$

Нормальное ускорение направлено по радиусу кривизны траектории (к оси вращения).

Нормальное ускорение перпендикулярно направлению скорости.

Полное ускорение при равнопеременном криволинейном движении тела равно: $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$

$$a^2 = a_\tau^2 + a_n^2$$

3. Кинематика вращательного движения. Угловое перемещение, скорость, ускорение.

Связь между линейными и угловыми величинами

Вращательным движением твёрдого тела вокруг неподвижной оси называется такое движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой (ось вращения).

1

Перемещение Линейная скорость Ускорение

Масса

Импульс

Сила

Работа

Кинетическая энергия

S

$$v = dS/dt$$

$$a = dv/dt$$

m

$$p = m \cdot v$$

$$F \cdot dS = F \cdot dS$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}p^2/m$$

Угловое перемещение Угловая скорость Угловое ускорение Момент инерции Момент импульса Момент силы

Работа

Кинетическая энергия

φ

$$w = d\varphi$$

$$\varepsilon = dw/dt$$

 I

$$L = I \cdot w$$

$$M dA\varphi = Fr d\varphi = M d\varphi$$

$$K\varphi = \frac{1}{2} I w^2 = \frac{1}{2} L^2 / I$$

 dt dt

4. Динамика поступательного движения. Законы Ньютона. Понятия силы, массы.

Первый закон Ньютона: существуют такие системы отсчета, в которых всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние. Такие системы отсчета называются инерциальными.

Второй закон Ньютона — основной закон динамики поступательного движения — если на тело действует сила, то это тело приобретает ускорение, прямо пропорциональное действующей силе и обратно пропорциональное массе данного тела: $a = F/m$

 m

Третий закон Ньютона — сила действия равна силе противодействия.

Масса — скалярная физическая величина, определяющая инерционные и гравитационные свойства тел в ситуациях, когда их скорость намного меньше скорости света.

Сила — физическая векторная величина, являющаяся мерой воздействия на данное тело со стороны других тел или полей.

5. Основное уравнение динамики поступательного движения материальной точки и системы материальных точек. Понятие центра масс системы материальных точек.

Уравнение движения центра масс.

Основной закон динамики: $F_{outer} = dp/dt$

$$r = \sum_i m_i r_i$$

 $i m_i$

Продифференцировав по времени радиус-вектор получим скорость центра масс:

$$v = \sum_i m_i v_i, P = Mv$$

 $i m_i$

Уравнение движения центра масс: $F = M dv/dt$

 dt

6. Импульс материальной точки и системы тел. Закон сохранения импульса

Импульс системы тел это векторная величина Q , равная геометрической сумме количеств движения всех точек системы. $Q = \sum_i m_i v_i$

2

Закон сохранения импульса: $d \sum_i p_i = \sum_i F_i$ сумма вторых законов Ньютона для dt всех точек системы (справа сумма внутренних сил и внешних сил для каждой точки)

7. Момент импульса материальной точки и механической системы. Момент силы. Уравнение моментов. Закон сохранения момента импульса механической системы

Момент импульса тела относительно неподвижной точки O называется физ. величиной, определяемая векторным произведением: $L = [r, p] = [r, mv]$

Момент импульса твёрдого тела относительно оси есть сумма моментов импульса отдельных частиц $L_z = \sum_i m_i v_i r_i = \sum_i m_i \omega r_i^2 = J_z \omega \Rightarrow dL_z = J_z d\omega = J_z \beta = M_z$

В замкнутой системе момент внешних сил $M = 0$, следовательно $L = const$

8. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела

относительно неподвижной оси (вывод)

$$M = J \frac{dw}{dt}$$

Следует заметить, что на самом деле момент силы M и угловая скорость w – векторные величины. Однако уравнение динамики вращения связывает именно их абсолютные, скалярные значения.

9. Момент инерции. Расчет момента инерции тел правильной формы (стержень, диск). Теорема Штейнера

$$I = \lim \sum \Delta m r_i^2 = \int r^2 dm \quad \Delta m_i \rightarrow 0$$

$$\rho = m/V = \lim \Delta m / \Delta V = dm/dV \quad \Delta V \rightarrow 0$$

$$\text{Стержень: } I = \frac{1}{12} m l^2 \quad \text{Диск: } I = \frac{1}{2} m R^2$$

Теорема Штейнера: момент инерции тела относительно произвольной оси вращения равен сумме момента инерции J_c относительно параллельной оси, проходящей через центр инерции тела, и величины произведения массы тела на квадрат расстояния между ними, где m — масса тела, a — расстояние от центра инерции тела до выбранной оси вращения. $J = J_c + ma^2$

10. Кинетическая энергия поступательного и вращательного движения твердого тела. Полная энергия твердого тела при плоском движении. Работа при вращательном движении

$$\text{Кинетическая энергия поступательного движения: } E = mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$\text{Кинетическая энергия вращательного движения: } E = Jw^2 = \frac{L^2}{2J}$$

Плоским или плоскопараллельным движением называется такое движение твердого тела, при котором все точки тела движутся в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости.

3

$$\frac{d}{dt}$$

Кинетическая энергия тела при плоском движении определяется по формуле: $E = mv^2 + Jcw^2$

22

Механическую работу при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси можно вычислить, воспользовавшись тем фактом, что она идет на приращение кинетической энергии материальных точек этого тела, то есть $\delta A = dT$, $dT = Jzw dw = Jzwdw$

$$\frac{d}{dt}$$

$$\text{Заменяя } Jzdw = Mz, wdt = d\phi, \text{ получаем } \delta A = Mz d\phi \Rightarrow A = \int Mz d\phi$$

$$\frac{d}{dt}$$

0

11. Работа постоянной и переменной силы. Мощность. Теорема о кинетической энергии

Работой постоянной силы называется произведение вектора силы на вектор перемещения: $\Delta A = (F \cdot \Delta r) = |F| \cdot |\Delta r| \cdot \cos \alpha$

$$\text{Работа переменной силы: } A = \int (F \cdot dr) = \int F dr \cos \alpha = \int F ds$$

Силы, работа которых по замкнутому контуру равна 0, называются потенциальными

Мощность — физическая величина, равная в общем случае скорости изменения, преобразования, передачи или потребления энергии системы. В более узком смысле мощность равна отношению работы, выполняемой за некоторый промежуток времени, к этому промежутку времени.

Теорема о кинетической энергии: На тело массой m действует сила F , при чем векторы силы и перемещения сонаправлены. В этом случае работу можно определить как $A = F \cdot S$.

$$F=ma, v_1=v_0+at, S=at^2 \Rightarrow S=(v_1-v_0)^2 / 2a$$

$$A = F \cdot S = ma(v_1-v_0)^2 / 2 = m(v_1-v_0)^2 / 2$$

12. Консервативные и неконсервативные силы, примеры

Все силы, встречающиеся в механике макроскопических тел, принято разделять на консервативные и неконсервативные. Консервативными называются силы, работа которых не зависит от формы пути между двумя точками (при перемещении тела между ними).

Пример консервативной силы: гравитация (и в форме падения, и в форме тела на орбите)

Пример неконсервативной: трение, сопротивление движению (если тело сместилось в сторону, то работа силы трения отрицательна, но при возвращении тела в исходное положение она так же будет отрицательной => чем больше путь тем больше сила)

4

φ

13. Потенциальные поля. Работа поля и потенциальная энергия. Взаимосвязь силы и потенциальной энергии

Силовым полем называют часть пространства, в каждой точке которого на материальную точку действует определенная сила, зависящая от координат точки и времени (стационарный и нестационарный случаи).

Силовое поле называют потенциальным, если имеется силовая функция $U(x, y, z)$,

такая что $F_x = -\partial U / \partial x, F_y = -\partial U / \partial y, F_z = -\partial U / \partial z$.

Работа силы потенциального поля: $dA = F_x dx + F_y dy + F_z dz = -\partial U / \partial x dx - \partial U / \partial y dy - \partial U / \partial z dz = -dU$

$$A = \int dA = \int -dU = U(x_0, y_0, z_0) - U(x, y, z) = U_0 - U$$

Потенциальной энергией материальной точки в рассматриваемой точке силового поля M называют работу, которую совершают силы поля, действующие на материальную точку при перемещении ее из положения M в начальное положение M_0 :

$A_{MM_0} = U_0 - U = C_0 - U$, C_0 — постоянная, зависящая от выбора начальной точки.

14. Кинетическая и потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии в поле потенциальных сил

Кинетическая энергия материальной точки массы m (тела, движущегося поступательно)

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

Если частица массы m движется под действием k сил $F_1, F_2, F_3, \dots, F_k$, то приращение ее кинетической энергии при перемещении из точки 1 в точку 2 равно алгебраической сумме работ всех сил на этом пути

$$\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = \sum_{j=1}^k A_{12}(F_j). \quad (3.15)$$

Сила называется консервативной, если работа силы равна нулю при перемещении по замкнутой траектории, или работа этой силы при перемещении из точки 1 в точку 2 не зависит от формы траектории.

Потенциальная энергия частицы, находящейся в точке поля с координатами (x, y, z) , - это скалярная величина $U = U(x, y, z, x_0, y_0, z_0)$, равная взятой со знаком минус работе консервативных сил поля по перемещению частицы с уровня принятого за ноль отсчета потенциальной энергии $U(x_0, y_0, z_0) = 0$ в данную точку.

$$U(x, y, z) = -A_{\text{конс}}. \quad (3.16)$$

Следовательно, работа консервативной силы при перемещении из точки 1 в точку 2 равна убыли (взятому со знаком минус приращению) потенциальной энергии

$$A_{12\text{конс}} = -\Delta U = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2. \quad (3.17)$$

Поле консервативных сил потенциально.

закон сохранения механической энергии одной частицы. Если непотенциальные силы отсутствуют, то полная механическая энергия частицы в стационарном поле потенциальных сил остается постоянной.

$$E = E_k + U = \text{const}$$

15. Механические колебания. Дифференциальное уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний, его решение. Амплитуда, частота, фаза колебаний. Скорость, ускорение, полная энергия колеблющейся точки

Механические гармонические колебания совершаются под действием упругой или квазиупругой силы, пропорциональной смещению и направленной всегда к положению равновесия, т. е. подчиняющейся закону $F = -kx$, где k — коэффициент пропорциональности (для упругой силы коэффициент жесткости).

$\partial x \partial y \partial z$

ММ

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний: Скорость — $s' = ds$

$$= -Aw \sin(\omega t + \varphi) = Aw \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

$$dt^2 \text{ Ускорение — } s'' = d^2s = -Aw^2 \cos(\omega t + \varphi) = Aw^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

dt^2

$$s'' + \omega^2 s = 0 \text{ — дифференциальное уравнение, его решение } s = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Амплитуда скорости: Aw и ускорения: Aw^2

Фаза скорости отличается от фазы смещения на π , а фаза ускорения на π

2

$$\text{Сила, действующая на колеблющуюся мат точку массой } T \text{ равна } F = ma = m \cdot Aw^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi) = m\omega^2 x$$

5

$$\text{Кинетическая энергия материальной точки равна } K = mv^2 = mA^2\omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = mA^2\omega^2 [1 - \cos 2(\omega t + \varphi)]$$

$\int x$

22

Потенциальная: $W =$ Полная: $E = K + W = mA^2\omega^2$ $-F dx = 2$ $m\omega^2 x^2$

2 =

 $mA^2\omega^2 - mA^2\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = 4$ $[1 + \cos 2(\omega t + \varphi)]$

0

16. Физический и математический маятники. Вывод формулы для периода малых колебаний этих маятников

Физическим маятником называется твердое тело, которое может совершать колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси. Точка пересечения оси O с вертикальной плоскостью, проходящей через центр масс A тела, называется точкой подвеса маятника.

Положение тела в каждый момент t можно охарактеризовать углом отклонения его из положения равновесия φ . Вращение тела происходит под действием силы тяжести, момент силы M для нее равен: $M = -mgl \sin \varphi$, где l — расстояние от оси вращения до центра масс тела. Уравнение динамики вращательного движения для физического маятника записывается в виде:

$J \ddot{\varphi} = -mgl \sin \varphi$, где J — момент инерции относительно оси вращения, проходящей через точку подвеса маятника. При малых углах φ уравнение сводится к

виду $\ddot{\varphi} + mgl \varphi = 0$ или $\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0$. И решением данного уравнения будет функция $J \neq 0$

$\varphi = \varphi_0 \sin(\omega_0 t + \delta)$

$L = J$ — приведённая длина физического маятника. Она равна длине такого мате-

 ml

матического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом данного физического маятника.

$\omega = \sqrt{mgl/L}, T = 2\pi = 2\pi \sqrt{J/mgl}$

 $J \omega mgl$

Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на нерастяжимой невесомой нити, совершающая колебательное движение в одной вертикальной плоскости под действием силы тяжести.

$F = -mg \sin \varphi$

$\varepsilon = d^2\varphi/dt^2$ — угловое ускорение.

 dt^2

С учётом этого: $-mg\varphi = ml d^2\varphi/dt^2$

$\ddot{\varphi} + g\varphi = 0$

$\varphi = A \sin(g t + \delta) l$

$\omega = \sqrt{g/l}, T = 2\pi = 2\pi \sqrt{l/g}$

 dt^2 **17. Затухающие гармонические колебания. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний. Анализ его решения. Период колебаний. Энергия затухающих колебаний. Основные характеристики затухающих колебаний: время затухания, логарифмический декремент затухания, добротность**

6

Затуханием колебаний называется постепенное уменьшение амплитуды колебаний с течением времени, обусловленное потерей энергии колебательной системой.

частота $\omega = \sqrt{k/m}$

Дальше залупа решения этого уравнения и одно обозначение: частота затухания

$$\omega_z^2 = (\omega^2 - \beta^2)$$

Решения: $x = Ae^{-\beta t} \cos(\omega_z t + \phi)$, $x = Ae^{-\beta t} \sin(\omega_z t + \phi)$

$$T_z = 2\pi / \omega_z$$

$$\omega_z = \sqrt{\omega^2 - \beta^2}$$

Амплитуда $A_z = Ae^{-\beta t}$

Логарифмический декремент затухания δ — физическая величина, численно равная натуральному логарифму отношения двух последовательных амплитуд, отстоящих по времени на период.

$$\delta = \ln A_z(t) - \ln A_z(t+T) = \ln \frac{A_z(t)}{A_z(t+T)} = \beta T$$

$$\delta = 1/\ln A_z(t), \text{ если } \beta \text{ мала}$$

Добротность Q колебательной системы — безразмерная физическая величина, равная произведению величины 2π на отношение энергии $W(t)$ системы в произвольный момент времени к убыли энергии за один период затухающих колебаний:

$$Q = 2\pi W(t) / (W(t) - W(t+T))$$

$$W(t) - W(t+T)$$

Так как энергия пропорциональна квадрату амплитуды, то $Q = 2\pi A_z(t) / (A_z(t) - A_z(t+T))$

$$2\pi. \text{ Прималых значениях } \delta - Q \approx \pi N, \text{ где } N - \text{число колебаний, за } 1 - e^{-2\delta} \text{ } e \text{ } e$$

которое амплитуда уменьшится в e раз.

18. Вынужденные колебания. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний, его решение методом векторных диаграмм. Явление резонанса. Резонансная частота

Вынужденными колебаниями называется движение колебательной системы под действием внешней периодической силы и происходящие в такт с изменением этой силы. Переменная внешняя сила, приложенная к системе и вызывающая ее вынужденные колебания, называется вынуждающей, или возмущающей силой. <http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KRAVCHENKONS/rabota/IK/Fizika32/Tab/lek3.pdf>

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты вынуждающей силы с резонансной частотой — это резонанс (смещения).

19. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний. Фигуры Лиссажу

Фигуры, получаемые при сложении взаимно перпендикулярных колебаний разных частот, называются *фигурами Лиссажу*

20. Физические основы молекулярно-кинетической теории вещества.

Термодинамический и статистический методы исследования систем многих частиц.

Микро- и макропараметры.

<https://studfiles.net/preview/882525/>

Термодинамически

Механическая система: пружинный маятник с учетом сил трения. $F = -kx$, k — сила упругости, x — смещение.

$$F_v = -rv \text{ — сила сопротивления движению } ma = F + F_v, v = dx/dt, a = dv/dt. \text{ Итого } m d^2x/dt^2 = -kx - r dx/dt$$

В дифференциальной форме: $d^2x/dt^2 + r dx/dt + kx = 0$. Коэффициент затухания $\beta = r/2m$,

$$d^2x/dt^2 + r dx/dt + kx = 0$$

ЛЕНЬ

20. Физические основы молекулярно-кинетической теории вещества. Термодинамический и статистический методы исследования систем многих частиц.

Микро- и макропараметры

Для исследования физических свойств макроскопических систем, связанных с огромным числом содержащихся в них атомов и молекул, применяют два качественно различных и взаимно дополняющих друг друга метода: статистический (или молекулярно-кинетический) и термодинамический.

Статистический метод — это метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующий статистическими закономерностями и средними (усредненными) значениями физических величин, характеризующих всю систему. Этот метод лежит в основе молекулярной физики — раздела физики, изучающего строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений, основывающихся на том, что все тела состоят из атомов, молекул или ионов находящихся в непрерывном хаотическом движении. В дальнейшем мы будем использовать термин “молекула” имея в виду мельчайшую структурную единицу (элемент) данного вещества.

Термодинамический метод — это метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующий величинами, характеризующими систему в целом (например, давление, объем, температура) при различных превращениях энергии, происходящих в системе, не учитывая при этом внутреннего строения изучаемых тел и характера движения отдельных частиц. Этот метод лежит в основе термодинамики — раздела физики, изучающего общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями.

Основные положения молекулярно-кинетической теории:

1. Вещество состоит из частиц - молекул и атомов, разделенных промежутками 2. Эти частицы хаотически движутся

3. Частицы взаимодействуют друг с другом

Задача молекулярно-кинетической теории состоит в том, чтобы установить связь между микроскопическими (масса, скорость, кинетическая энергия молекул) и макроскопическими параметрами (давление, объем, температура).

21. Идеальный газ. Параметры состояния и уравнение состояния идеального газа. Изохорный, изобарный и изотермический процессы в идеальном газе и их графики

Идеальный газ — это модель разреженного газа, в которой пренебрегается взаимодействием между молекулами. Силы взаимодействия между молекулами довольно сложны. На очень малых расстояниях, когда молекулы вплотную подлетают друг к другу, между ними действуют большие по величине силы отталкивания. На больших или промежуточных расстояниях между молекулами действуют сравнительно слабые силы притяжения. Если расстояния между молекулами в среднем велики, что наблюдается в достаточно разреженном газе, то взаимодействие проявляется в виде относительно редких соударений молекул друг с другом, когда они подлетают вплотную. В идеальном газе взаимодействием молекул вообще пренебрегают.

Согласно молекулярно – кинетическим представлениям все вещества состоят из большого числа молекул. Для изучения таких систем используют два метода: статистический и термодинамический.

Статистический метод основан на законах теории вероятности и математической статистики.

Термодинамический метод основан на законе сохранения и превращения энергии. Этот метод описывает равновесные состояния термодинамической системы.

Термодинамической системой называется система, состоящая из большого числа

микрочастиц. Для описания поведения термодинамической системы используют термодинамические параметры: давление – P , температуру – T и объем V . Для равновесных состояний эти параметры постоянны и одинаковы по всему объему.

Предполагается, что в модели идеального газа между молекулами нет сил притяжения и отталкивания. Все они движутся независимо друг от друга. И к каждой из них можно применить законы классической механики Ньютона. А между собой они взаимодействуют только во время упругих столкновений. Время самого столкновения очень мало по сравнению со временем между столкновениями.

8

что $kN_A = R$, получим уравнение состояния идеального газа, связывающее три основных термодинамических параметра, которое называют *уравнением Менделеева — Клапейрона*

$$PV = \frac{m}{\mu}RT \quad \text{или} \quad PV = \nu RT. \quad (1.11)$$

Менделеева-Клапейрона $PV = m RT / M$

Уравнение состояния идеального газа: $P = nkT$

Уравнение состояния идеального газа (*уравнение Менделеева — Клапейрона*) имеет вид:

$$pV = \nu RT, \quad (1.10)$$

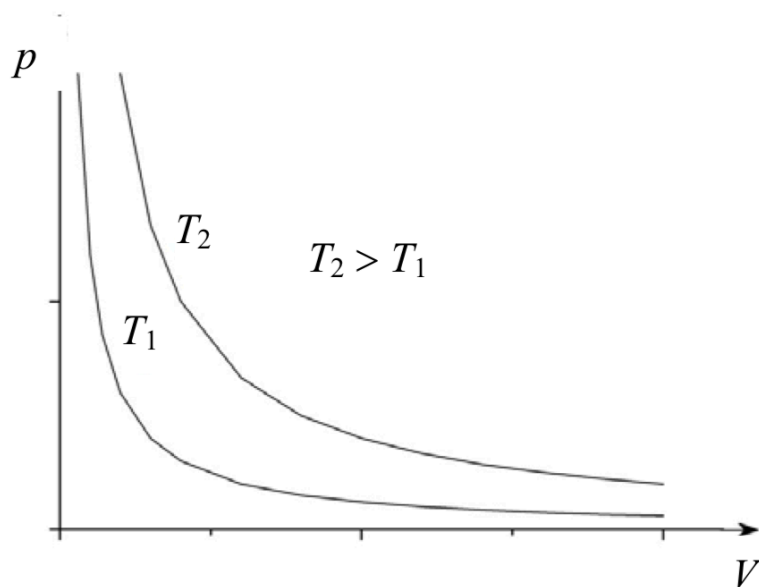


Рис. 1.2

Изотермическим называется процесс, проходящий при постоянной температуре. Из уравнения (1.10) при $T = \text{const}$ и неизменяющемся количестве газа следует закон Бойля-Мариотта:

$$pV = \text{const}. \quad (1.13)$$

Кривая на p, V -диаграмме, соответствующая изотермическому процессу, называется изотермой. Согласно формуле (1.13) давление газа обратно пропорционально объему при $T = \text{const}$. Поэтому газовые изотермы представляют собой гиперболы (рис. 1.2). Чем выше температура, тем дальше от координатных осей расположена соответствующая изотерма.

p

Изобарическим называется процесс, проходящий при неизменном давлении. Из уравнения (1.10) при $p = \text{const}$ и неизменяющемся количестве газа следует закон Гей-Люссака:

$$V / T = \text{const}. \quad (1.14)$$

Линия на V, T -диаграмме, соответствующая изобарическому процессу, называется изобарой. Согласно формуле (1.14) объем газа линейно зависит от температуры, поэтому изобары представляют собой прямые линии (рис. 1.3). Наклон этих линий определяется

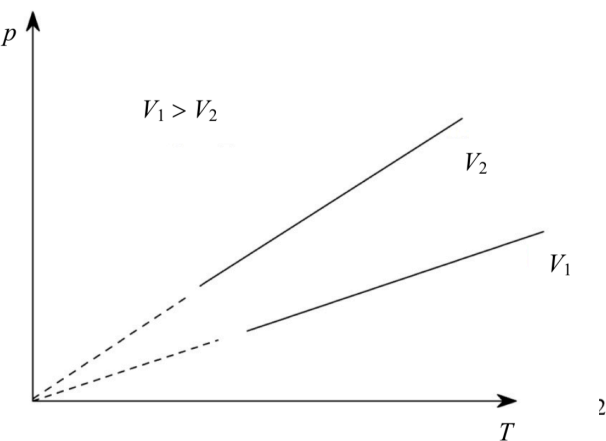


Рис. 1.4

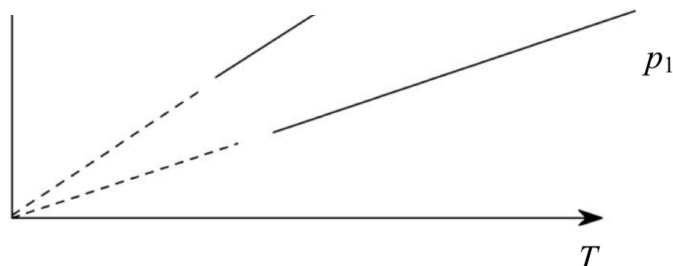


Рис. 1.3

константой в выражении (1.14), которая
обратно пропорциональна давлению.
11

Изохорическим называется процесс, при
котором объем газа не изменяется. Из
уравнения (1.10) при $V = \text{const}$ и
неизменяющемся ко-
личестве газа следует
закон Шарля:
 $p/T = \text{const.}$ (1.15)
Линия на p, T -диаграмме, соответствующая
изохорическому про-
цессу, называется
изохорой. Согласно формуле (1.15) давление
газа ли-
нейно зависит от температуры,
поэтому изохоры представляют собой
прямые линии (рис. 1.4). Наклон этих линий
определяется константой в выражении
(1.15), которая обратно пропорциональна
объему.

22. Давление газа как результат ударов молекул о стенки сосуда. Основ- ное уравнение молекулярно-кинетической теории газов. Связь средней кинетической энергии молекул с температурой

Частицы идеального газа при соударениях с границами емкости ведут себя как упругие
тела. Такое взаимодействие описывается согласно законам механики. При
соприкосновении частицы с границей емкости проекция v_x скоростного вектора на ось Ox ,
проходящую под прямым углом к границе сосуда, меняет свой знак на противоположный,
но сохраняется неизменной по модулю: $\Delta p = mv_{2x} - mv_{1x} = 2mv_x$

Поскольку в каждом из шести основных направлений декартовой системы коор-
динат (вверх, вниз, вперед, назад, вправо, влево) движется одна шестая часть
частиц N . Тогда число частиц, которые сталкиваются с каждой стенкой за время Δt

равно: $N = 1/6 n S \Delta t v$ — S — площадь стенки, $n = N/V$ — концентрация частиц.

Давление P равно отношению силы F к площади S , на которую действует эта сила: $P = F/S$

Суммарная сила: $F = \Delta p N$, Δp — изменение импульса.

Δt

Итого: $F = 1/3 m_0 n v^2 S$, $P = 1/3 m_0 n v^2 = 2/3 n E_k$

333

Чем быстрее движутся молекулы тем выше температура.

$E_k = i k T / 2$

23. Теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы в условиях термодинамического равновесия. Средняя энергия одной мо- лекулы и ее связь с температурой

$E_k = i k T / 2$

24. Первое начало термодинамики. Основные понятия: теплота, работа, внутренняя энергия. Внутренняя энергия идеального газа (вывод)

Первое начало термодинамики: количество теплоты Q , сообщенное системе, идёт на
приращение ΔU ее внутренней энергии системы и на совершение системой работы A над
внешними телами.

Законом равнораспределения энергии по степеням свободы в классической статистической физике называется следующие утверждения: средняя кинетическая энергия $\langle \epsilon_1 \rangle$, приходящаяся на одну поступательную и вращательную степень свободы молекулы равна $(1/2) kT$, т.е.:

$$\langle \epsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT,$$

средняя потенциальная энергия, приходящаяся на колебательную степень свободы, равна $(1/2) kT$.

Точно также средняя кинетическая энергия, приходящаяся на колебательную степень свободы, равна $(1/2) kT$.

Таким образом **средняя энергия одной молекулы**

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (1.9)$$

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{колеб}},$$

причем всегда $i_{\text{пост}} = 3$.

$$Q = \Delta U + A$$

Внутренняя энергия — энергия физической системы, зависящая от её внутреннего состояния. Внутренняя энергия включает энергию хаотического (теплового) движения всех микрочастиц системы (молекул, атомов, ионов и т.д.) и энергию взаимодействия этих частиц. Кинетическая энергия движения системы как целого и её потенциальная энергия во внешних силовых полях во внутреннюю энергию не входит. В термодинамике и её приложениях представляет интерес не само

9

значение внутренней энергии, а её изменение при изменении состояния системы.

Внутренняя энергия — функция состояния системы.

Работа термодинамической системы над внешними телами заключается в изменении состояния этих тел и определяется количеством энергии, передаваемой системой внешним телам при изменении объема.

Внутренняя энергия идеального газа (вывод)

http://ispu.ru/files/u2/book2/TD1_19-06/ttd4-1-1.htm

25. Первое начало термодинамики применительно к изобарическому процессу.

Работа расширения (сжатия) газа в изобарическом процессе

26. Первое начало термодинамики применительно к изохорическому и изотермическому процессам. Работа расширения (сжатия) газа в изотермическом процессе

Особое значение удельная и молярная теплоемкости имеют для двух процессов: изохорического и изобарического. При постоянном объеме эти теплоемкости обозначаются c_V , C_V , а при постоянном давлении — c_p , C_p . Найдем связь между этими величинами.

В общем случае внутренняя энергия системы зависит от температуры и объема, т. е. $U = U(T, V)$, поэтому ее полный дифференциал

$$(1.25)$$

$$dU =$$

где справа стоят частные производные, а индексы при скобках указывают на то, что при дифференцировании данные термодинамические параметры следует считать постоянными. Подставляя формулу (1.25) в первое начало термодинамики (1.20), найдем (1.26)

2) Рассмотрим изохорный процесс.
 $V = \text{const}$; $m = \text{const}$; $A_{12} = 0$; $dA = 0$.

$$Q_{12} = U_2 - U_1 = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T \quad (53.12)$$

– интегральная форма записи первого начала термодинамики для изохорного процесса.

$$\delta Q = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right) dV. \quad (1.26) \quad (5) \quad .1)$$

$\approx_{12} = A_{12}$

(53.14)

– интегральная запись первого начала термодинамики для изотермического процесса.

В изотермическом процессе всё полученное системой количество теплоты идёт на совершение работы против внешних сил.

.2)

а работа в изобарном процессе равна:

$$A_{12} = p \Delta V \quad (53.3)$$

Приращение объёма найдем из закона Гей – Люссака:

$$\Delta V = \left(V_1 \frac{T_2}{T_1} \right) - V_1 = \frac{V_1}{T_1} (T_2 - T_1) = \Delta T \left(\frac{V_1}{T_1} \right) \quad (53.4)$$

Теперь, подставим приращение объёма при постоянном давлении и в формулу для расчёта работы (53.3), получим:

$$A_{12} = p \Delta V = \frac{m}{\mu} R \Delta T \quad (53.5)$$

Из определения приращения внутренней энергии получаем:

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T \quad (53.6)$$

Теперь сравним соотношения для расчёта работы (53.5) и приращения внутренней энергии (53.6) в изобарном процессе и получим формулу связи между ними:

$$\Delta U = \frac{i}{2} A_{12} \quad (53.7)$$

Или

$$A_{12} = \frac{2}{i} \Delta U \quad (53.7)$$

Теперь соотношение (53.1) можем представить ещё в двух формах записи:

$$Q_{12} = \frac{i+2}{2} A_{12} \quad (53.8)$$

или

$$Q_{12} = \frac{i+2}{i} \Delta U \quad (53.9)$$

А если выразить количество теплоты, полученное системой в изобарном процессе через молярную теплоёмкость при постоянном давлении, то получим:

$$Q_{12} = (m/\mu) C_p \Delta T \quad (53.10)$$

Иногда приходится разбивать реальный процесс на элементарные процессы и тогда выражение для первого начала в дифференциальной форме будет иметь вид:

$$d'Q = d'U + d'A \quad (53.11)$$

Соотношение (53.11) удобно использовать при решениях задач по разделу термодинамика.

Тогда молярная теплоемкость (1.23) может быть записана в следующем виде:
 (1.27)

$$C = \frac{1}{\nu} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left(p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right) \frac{dV}{dT} \right], \quad (1.27)$$

где производная объема по температуре dV/dT в правой части зависит от характера процесса. При постоянном объеме $dV = 0$, найдем (1.28)

$$C_V = \frac{1}{\nu} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V. \quad (1.28)$$

Из выражения (1.27) при $p = \text{const}$ с учетом формулы (1.28) найдем выражение для теплоемкости при постоянном давлении: (1.29)

$$C_p = C_V + \frac{1}{\nu} \left(p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right) \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p. \quad (1.29)$$

Соотношение между теплоемкостями идеального газа. Опыт показывает, что внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры и не зависит от объема. Учитывая, что $U = U(T)$, а уравнение состояния (1.10) может быть записано в виде:

$$V = \frac{\nu RT}{p}, \quad (1.30)$$

Подставляя выражения (1.31) в формулу (1.29), получим соотношение, связывающее молярные теплоемкости при постоянном давлении и объеме в идеальном газе: $C_p = C_V + R$ (1.32)

Это уравнение называют уравнением Майера.

Важной характеристикой газов является отношение C_p/C_V , которое обозначают буквой γ и называют постоянной адиабаты. Имея в виду формулу (1.32), запишем

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V}. \quad (1.33)$$

Отсюда молярная теплоемкость при постоянном объеме

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}. \quad (1.34)$$

127. Теплоемкость.

Удельная и молярная теплоемкости идеального газа. Теплоемкость в изобарном CP и изохорном CV процессах. Соотношение Майера (связь CP и CV) для теплоемкостей (вывод)

Определение. Теплоемкостью какого-либо тела называют количество тепла, которое нужно сообщить телу, чтобы изменить его температуру на один кельвин. Если при сообщении телу тепла dQ его температура изменилась на dT , то теплоемкость по определению равна (Дж/К)

$$C_{\text{тела}} = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (1.21)$$

имеет вид

$$\delta A = -dU \quad (2.27)$$

или

$$A = -\Delta U = U_1 - U_2, \quad (2.28)$$

Удельная
и
молярная

Удельной теплоемкостью называют теплоемкость единицы массы вещества. Если тело, имеющее теплоемкость $C_{\text{тела}}$, имеет массу m , то, согласно определению, удельная теплоемкость (будем обозначать ее строчной буквой c)

$$c = \frac{C_{\text{тела}}}{m} = \frac{\delta Q}{mdT}. \quad (1.22)$$

Единица измерения удельной теплоемкости – джоуль на килограмм-кельвин: $[c] = \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

Молярной теплоемкостью называют теплоемкость одного моля вещества. Если ν молей вещества обладают теплоемкостью $C_{\text{тела}}$, то, согласно определению, молярная теплоемкость (будем обозначать ее прописной буквой C)

16

$$C = \frac{C_{\text{тела}}}{\nu} = \frac{\delta Q}{\nu dT}. \quad (1.23)$$

Единица измерения молярной теплоемкости – джоуль на моль-кельвин: $[C] = \text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.

теплоемкости связаны между собой соотношением: $c = C/M$, M - молярная масса вещества

28. Адиабатический процесс. Уравнение адиабаты. Первое начало термодинамики применительно к адиабатическому процессу. Работа расширения (сжатия) газа в адиабатическом процессе

Адиабатический процесс – это термодинамический процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой $Q = 0$. Этот процесс осуществляется при быстром расширении или сжатии.

Первое начало термодинамики для адиабатического процесса имеет вид

т.е. при адиабатическом процессе система совершает работу за счет убыли внутренней энергии. При расширении ($A > 0$) газ охлаждается, т.к. $U_1 > U_2$, при сжатии ($A < 0$) газ нагревается, т.к. $U_1 < U_2$.

Теплоемкость системы при адиабатическом процессе $C = 0$ (это следует из соотношения 2.7), т.к. Дельта $Q = 0$, dT не равно 0.

Уравнение Пуассона выражает связь между термодинамическими параметрами при

$$PV^\gamma = \text{const}, \quad (2.29)$$

где γ - показатель адиабаты, определяемый по формуле (2.15).

Уравнение Пуассона в координатах (Т – V) и (Т – P) имеет вид

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const}, \quad (2.30)$$

$$T \cdot P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}. \quad (2.31)$$

Работа газа при **адиабатическом** процессе

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{\nu R T_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]. \quad (2.32)$$

Если при **адиабатическом** процессе температура изменяется от T_1 до T_2 , то работу, согласно (2.13) и (2.16), можно вычислить по формуле

$$A = -\Delta U = \frac{\nu R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2). \quad (2.33)$$

адиабатическом процессе

29. Цикл Карно в идеальном газе. Коэффициент полезного действия цикла Карно (вывод). Теоремы Карно

Цикл Карно

Идеальная машина Карно совершает обратимый круговой процесс (цикл Карно), состоящий из двух изотерм и двух адиабат, как показано на рис.3.2. В прямом цикле Карно

$1-1'$ – изотермическое расширение в контакте с нагревателем $T_1 = T_H$ и $Q_1 > 0$;

$1'-2$ – **адиабатическое** расширение ($Q = 0$);

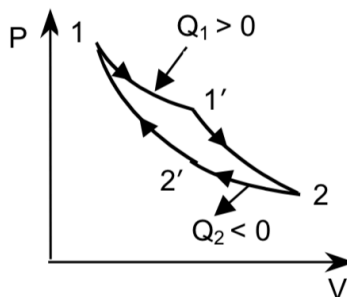


Рис. 3.2

$2-2'$ – изотермическое сжатие в контакте с холодильником $T_2 = T_X$ и $Q_2 < 0$;

$2'-1$ – **адиабатическое** сжатие ($Q = 0$).

Элементарное количество тепла δQ , полученное (отданное) системой, деленное на абсолютную температуру T , при которой оно было получено, называется элементарным приведенным количеством тепла $\delta Q/T$. Соответственно величина Q/T называется приведенным количеством тепла.

Для цикла Карно приведенные теплоты в процессах $1-1'$ и $2-2'$ равны

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2}, \quad (3.4)$$

поэтому КПД цикла Карно

$$\eta_K = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (3.5)$$

зависит только от температур, а не от устройства машины. КПД любой тепловой машины не может превосходить КПД идеальной машины Карно с теми же температурами нагревателя и холодильника.

Отношение полезной работы к затраченной энергии нагревателя определяет коэффициент полезного действия (к.п.д.) тепловой машины:

$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$	(9.23)
--------------------------------	--------

Эта формула справедлива для любого обратимого и необратимого процесса.

Определим коэффициент полезного действия цикла Карно для обратимого процесса. Теплота подводится на участке 1–2 и отводится на участке 3–4. Для изотермического процесса внутренняя энергия

$Q = \text{const}$ и все подводимое тепло расходуется на работу $Q_1 = A$.

Тогда

$$\eta = \frac{A_{1-2} - (-A_{3-4})}{A_{1-2}}$$

или

$$\eta = 1 - \frac{(-A_{3-4})}{A_{1-2}}$$

Для изотермического процесса работа

$$A_{1-2} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1},$$

$$A_{3-4} = -\frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

С учетом последних выражений

$\eta = 1 - \frac{\frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$	(9.24)
--	--------

Покажем, что

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}$$

Так как процессы на участках 2–3 и 1–4 адиабатические, для определения связи между V_3 и V_2 и V_2 и V_4 используем уравнение

Пуассона в виде $TV^{r-1} = \text{const}$

Следовательно,

$$T_1 V_2^{r-1} = T_2 V_3^{r-1}$$

и

$$T_1 V_1^{r-1} = T_2 V_4^{r-1}$$

Разделим эти уравнения и получим

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

Тогда выражение для к.п.д. (9.24) примет вид

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Эта формула справедлива только для обратимого цикла Карно.

Теоремы Карно.

1. Все обратимые машины, работающие по циклу Карно, имеют, независимо от природы рабочего тела, одинаковый КПД при условии если у них общий нагреватель и холодильник.
2. Если две тепловые машины имеют общий нагреватель и холодильник и одна обратимая, а другая необратимая, то КПД обратной больше необратимой
3. $\eta_{\text{обр}} > \eta_{\text{необр}}$

30. Второе начало термодинамики, его содержание

Второе начало термодинамики – теплота не может самопроизвольно переходить от тела менее нагретого к телу более нагретому. Под теплотой понимается внутренняя энергия тела.

Второе начало термодинамики имеет несколько формулировок. Формулировка Клаузиуса: **невозможен процесс перехода теплоты от тела с более низкой температурой к телу с более высокой.**

Формулировка Томсона: **невозможен процесс, результатом которого было бы совершение работы за счет теплоты, взятой от одного какого-то тела.** Эта формулировка накладывает ограничение на превращение внутренней энергии в механическую. Невозможно построить машину (вечный двигатель второго рода), которая совершала бы работу только за счет получения теплоты из окружающей среды.

31. Принцип работы тепловой машины. Коэффициент полезного действия тепловой машины.

КПД цикла Карно

Тепловые двигатели — это устройства, превращающие внутреннюю энергию топлива в механическую работу. Принцип действия тепловых двигателей. Для того чтобы двигатель совершал работу, необходима разность давлений по обе стороны поршня двигателя или лопастей турбины. Во всех тепловых двигателях эта разность давлений достигается за счёт повышения температуры рабочего тела (газа) на сотни или тысячи градусов по сравнению с температурой окружающей среды. Такое повышение температуры происходит при сгорании топлива. Одна из основных частей двигателя — сосуд, наполненный газом, с подвижным поршнем. Рабочим телом у всех тепловых двигателей является газ, который совершает работу при расширении. Обозначим начальную температуру рабочего тела (газа) через T_1 . Эту температуру в паровых турбинах или машинах приобретает пар в паровом котле. В двигателях внутреннего сгорания и газовых турбинах повышение температуры происходит при сгорании топлива внутри самого двигателя. Температуру T_1 называют температурой нагревателя. По мере совершения работы газ теряет энергию и неизбежно охлаждается до некоторой температуры T_2 , которая обычно несколько выше температуры окружающей среды. Её называют температурой холодильника. Холодильником является атмосфера или специальные устройства для охлаждения и конденсации отработанного пара —

конденсаторы. В последнем случае температура холодильника может быть немного ниже температуры окружающего воздуха. Таким образом, в двигателе рабочее тело при расширении не может отдать всю свою внутреннюю энергию на совершение работы. Часть тепла неизбежно передаётся холодильнику (атмосфере) вместе с отработанным паром или выхлопными газами двигателей внутреннего сгорания и газовых турбин. Эта часть внутренней энергии топлива теряется. Тепловой двигатель совершает работу за счёт внутренней энергии рабочего тела. Причём в этом процессе происходит передача теплоты от более горячих тел (нагревателя) к более холодным (холодильнику).

Принципиальная схема теплового двигателя изображена на рисунке 13.13. Рабочее тело двигателя получает от нагревателя при сгорании топлива количество теплоты Q_1 , совершает работу A' и передаёт холодильнику количество теплоты $Q_2 < Q_1$. Для того чтобы двигатель работал непрерывно, необходимо рабочее тело вернуть в начальное состояние, при котором температура рабочего тела равна T_1 . Отсюда следует, что работа двигателя происходит по периодически повторяющимся замкнутым процессам, или, как говорят, по циклу. Цикл — это ряд процессов, в результате которых система возвращается в начальное состояние.

Коэффициент полезного действия (КПД) теплового двигателя. Невозможность полного превращения внутренней энергии газа в работу тепловых двигателей обусловлена необратимостью процессов в природе. Если бы тепло могло самопроизвольно возвращаться от холодильника к нагревателю, то внутренняя энергия могла бы быть полностью превращена в полезную работу с помощью любого теплового двигателя. Второй закон термодинамики может быть сформулирован следующим образом: Второй закон термодинамики: невозможно создать вечный двигатель второго рода, который полностью превращал бы теплоту в механическую работу. Согласно закону сохранения энергии работа, совершаемая двигателем, равна: $A' = Q_1 - |Q_2|$, (13.15) где Q_1 — количество теплоты, полученной от нагревателя, а Q_2 — количество теплоты, отданной

холодильнику. Коэффициентом полезного действия (КПД) теплового двигателя называют отношение работы A' , совершаемой двигателем, к количеству теплоты, полученной от нагревателя: Так как у всех двигателей некоторое количество теплоты передаётся холодильнику, то $\eta < 1$.
Активная ссылка на источник «Класс!ная физика» обязательна: http://class-fizika.ru/10_a189.html

Найдем полезную работу цикла Карно.

Процесс А–В. Положительная работа, совершенная газом при **изотермическом расширении** одного моля газа от V_0 до V_1 .

Тепло, полученное от нагревателя Q_1 , идет на изотермическое расширение газа, совершая при этом работу A_1 :

$$A_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = Q_1$$

(5.4.1)

Процесс В–С – адиабатическое расширение. При адиабатическом расширении теплообмен с окружающей средой отсутствует и работа расширения A_2 совершается за счет изменения внутренней энергии.

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

Уравнение адиабаты:

Давление при этом изменится до P_2 . Полученная *работа на этой стадии*:

$$A_2 = \frac{R}{\gamma-1} (T_1 - T_2)$$

(5.4.2)

Процесс С–D – изотермическое сжатие. На третьем этапе газ изотермически сжимается V_2 до V_3 . Теплота Q_2 , отданная газом холодильнику при изотермическом сжатии, равна работе сжатия A_3 – *это работа совершаемая над газом, она отрицательна*:

$$A_3 = -\frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = -Q_2$$

(5.4.3)

Процесс D–А – адиабатическое сжатие.

$$\left(\frac{V_3}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_2}$$

32. Понятие энтропии. Вывод выражения для энтропии идеального газа. Изменение энтропии при обратимых и необратимых процессах

Энтропия системы есть **функция ее состояния, определенная с точностью до произвольной постоянной.**

Разность энтропий в двух равновесных состояниях **2** и **1**, по определению, **равна приведенному количеству теплоты, которое надо сообщить системе, чтобы перевести ее из состояния 1 в состояние 2 по любому квазистатическому пути.**

Энтропия выражается функцией:

$$S = \int_{\text{к.с.ст.}} \frac{\delta Q}{T}$$



Предположим, что система переходит из равновесного состояния **1** в равновесное состояние **2** по пути **I**, и переход – необратимый (штрихованная). Систему в квазистатически можно вернуть в исходное состояние по другому пути **II**. Опираясь на неравенство Клаузиуса можно написать:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_I \frac{\delta Q}{T} + \int_{II} \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Принимая во внимание определение энтропии и квазистатичность процесса Π получим:

$$\int_{\Pi} \frac{\delta Q}{T} = S_1 - S_2$$

Подставим в неравенство Клаузиуса:

$$S_2 - S_1 \geq \int_I \frac{\delta Q}{T}$$

Если система адиабатически изолирована, то $\delta Q = 0$. Тогда получим $S_2 \geq S_1$ – **закон возрастания энтропии**.

Суть закона состоит в том,

что энтропия адиабатически изолированной системы не может убывать – она либо возрастает, либо остается постоянной.

<https://zaochnik.com/spravochnik/fizika/termodinamika/entropija-idealnogo-gaza/>

Таким образом, энтропия является мерой обесценивания тепловой энергии, мерой беспорядка (хаоса) в системе. Чем больше энтропия системы, тем меньше вероятность совершения системой полезной работы, а в состоянии равновесия система не может совершать полезную работу. Энтропия связана с вероятностью w осуществления данного состояния системы. Количественное соотношение установлено Больцманом

$S = k \ln w$,

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К постоянная Больцмана. Последнее выражение иногда считают еще одной математической формулировкой II начала термодинамики, так же и как принцип возрастания энтропии.

Энтропия идеальных газов

Для получения расчетного выражения изменения энтропии идеальных газов воспользуемся первым законом термодинамики, в котором теплота определяется с использованием изменения энтальпии

$$ds = \frac{\partial q}{T} = \frac{dh - vdP}{T} = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T} \quad (4.58)$$

Для идеального газа изменение энтальпии определяется как $dh=c_p dT$, а удельный объем $v=RT/P$. Подставив данные выражения изменения энтальпии и удельного объема в уравнение (4.58), получим уравнение для изменения энтропии идеального газа

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - \frac{RTdP}{PT} = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} \quad (4.59)$$

Разность энтропий идеального газа в конкретных двух состояниях можно получить интегрированием выражения (4.59)

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p \frac{dT}{T} - \int_1^2 R \frac{dP}{P} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (4.60)$$

Воспользовавшись формулой Майера $c_p=c_v+R$ и уравнением Менделеева-Клапейрона $Pv=RT$, выражение (4.60) можно записать и через две другие пары термических параметров состояния

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} = c_v \ln \frac{P_2}{P_1} + c_p \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (4.61)$$

Для определения абсолютного значения энтропии идеального газа необходимо зафиксировать начало ее отсчета любой парой термических параметров состояния. Например, приняв $s_0=0$ при T_0 и P_0 , воспользовавшись уравнением (4.60), получим

$$s = s - s_0 = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{P}{P_0} \quad (4.62)$$

Выражение (4.62) свидетельствует о том, что **энтропия идеального газа есть параметр состояния**, поскольку ее можно определить через любую пару параметров состояния. В свою

очередь, поскольку энтропия сама является параметром состояния, используя ее в паре с любым независимым параметром состояния, можно определить любой другой параметр состояния газа

Энтропия реальных тел и ее изменение в необратимых процессах.

Объединенное уравнение первого и второго законов термодинамики

Ранее (раздел 4.1.4) было доказано, что энтропия идеального газа есть параметр состояния. Используя теорему Карно и учение об обратимых циклах, т.е. на базе второго закона термодинамики, можно доказать, что энтропия любого реального тела есть параметр состояния.

Для доказательства этого утверждения рассмотрим в P, v -диаграмме произвольный внутренне обратимый (без трения) цикл (рис.9.14 а), который совершает реальное рабочее тело. При этом цикл может быть внешне необратимым, в данном случае, наличие разности температур между рабочим телом и источникам теплоты, роли не играют. Разобьем наш цикл, расположенными бесконечно близко друг к другу, адиабатами 14, 23, и т.д. на бесконечно большое количество элементарных циклов. Каждый из этих циклов можно считать циклом Карно, поскольку отрезки, полученные при делении цикла адиабатами, при бесконечно большом количестве последних можно считать изотермами, т.е. отрезок 12 и отрезок 34 заменить изотермами и т.д..

Совокупность этих элементарных циклов Карно эквивалентна нашему циклу, поскольку подведенная и отведенная теплота, а соответственно и работы циклов, будут одинаковы. Таким образом, наш цикл можно рассматривать как сумму бесконечного числа таких элементарных циклов Карно.

Для каждого элементарного цикла Карно, не зависимо от свойств рабочего тела, можно записать выражение термического КПД в виде

$$\eta_t = 1 - \frac{\partial q_2}{\partial q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

где ∂q_1 и ∂q_2 - количество подведенной и отведенной теплоты;
 T_1 и T_2 - температуры подвода и отвода теплоты цикла.

Из этого выражения получаются равенства

$$\frac{\partial q_1}{T_1} = \frac{\partial q_2}{T_2} \quad \text{или} \quad \frac{\partial q_1}{T_1} + \frac{\partial q_2}{T_2} = 0$$

при этом последнее выражение записано с учетом того, что отведенная теплота ∂q_2 не взята по модулю (как это сделано в выражении термического КПД), т.е. второе слагаемое этого выражения отрицательное.

Для совокупности всех элементарных циклов Карно, т.е. для всего замкнутого процесса, который совершает реальное рабочее тело можно записать выражение

$$\sum \frac{\partial q}{T} = 0$$

(9.
12
)

что соответствует интегралу по замкнутому контуру для нашего цикла в виде.

$$\oint \frac{\partial q}{T} = 0$$

(9.
13
)

Выражение (9.13) впервые было получено Клаузиусом и получило название интеграла Клаузиуса. Равенство нулю интеграла по замкнутому контуру свидетельствует о том, что под интегралом находится выражение полного дифференциала. Выражение $\partial q/T$ есть полный дифференциал энтропии, т.е. $\partial q/T = ds$, что позволяет записать выражение (9.13) в виде

$$\oint ds = 0$$

(9.
14
)

Выражение (9.14) свидетельствует о том, что энтропия определяет состояние реального тела, т.е. она является параметром состояния любого реального тела. Следовательно, после этого доказательства принадлежности энтропии реальных тел к параметру состояния мы можем изобразить наш цикл в T,s - диаграмме (рис.9.14 б).

Понятия энтропии, связанной с механической, электрической или с любой энергией упорядоченного движения, в технической термодинамике не существует. Оно появляется только тогда, когда происходит превращение этих видов энергии в теплоту. То есть, есть теплота, есть и изменение энтропии. Являясь параметром состояния, энтропия, а точнее ее изменение, характеризует термодинамические процессы с точки зрения второго закона термодинамики.

Для обратимого процесса, используя первый закон термодинамики, изменение энтропии можно записать в виде выражения:

$$ds = \frac{\partial q}{T} = \frac{du + Pdv}{T}$$

(9.
15
)

Для необратимого термодинамического процесса часть работы расширения за счет трения преобразуется в теплоту трения и усваивается телом. Поскольку в данном процессе будет присутствовать внешний и внутренний (за счет трения) подвод теплоты к телу, то и изменение энтропии (а, следовательно, и изменение термодинамического состояния тела) будет определяться как внешней теплотой, так и теплотой трения. Для необратимого термодинамического процесса изменение энтропии тела можно представить в виде выражения:

$$ds^* = \frac{\partial q + \partial q_{тр}}{T} = \frac{\partial q^*}{T}$$

(9.
16
)

где $\partial q = du + Pdv - \partial l_{\text{тр}} = du + Pdv - \partial q_{\text{тр}}$ - количество теплоты, полученное телом извне (внешняя теплота);

$\partial q_{\text{тр}} = \partial l_{\text{тр}}$ - количество теплоты, полученное телом за счет потерь работы расширения на трение (теплота трения);

$\partial q^* = \partial q + \partial q_{\text{тр}} = du + Pdv$ - полное количество теплоты, полученное телом (это выражение первого закона термодинамики для необратимого процесса).

Поскольку в реальном необратимом процессе теплота трения всегда величина положительная $\partial q_{\text{тр}} > 0$, то для необратимого процесса справедливо соотношение

$ds^* > \frac{\partial q}{T}$	(9.17)
-------------------------------	--------

Для обратимого процесса теплота трения отсутствует, что приводит к соотношению вида

$ds = \frac{\partial q}{T}$	(9.18)
-----------------------------	--------

Выражения (9.17) и (9.18) можно рассматривать как аналитические выражения второго закона термодинамики для тела, находящегося в замкнутой термодинамической системе.

Используя эти выражения, можно дать следующую формулировку второго закона термодинамики для тела - **необратимость термодинамического процесса для тела приводит к увеличению изменения энтропии необратимого процесса по сравнению с изменением энтропии аналогичного обратимого процесса, при том же количестве подведенной внешней теплоты.**

Такое увеличение энтропии тела для необратимого процесса, по сравнению с аналогичным обратимым, наглядно демонстрируется на примере адиабатных процессов (рис. 9.15).

Адиабатные процессы широко используются в технике - процессы расширения газа или пара в турбине, сжатия воды в насосе или газа в компрессоре. Для обратимых процессов $\partial q = 0$ и $ds = 0$, т.е. обратимая адиабата является изоэнтропой (процессы 12 и 34). В реальных адиабатных процессах всегда

происходит увеличение энтропии, обусловленное наличием трения. Так, для необратимых адиабатных процессов 12* и 34* возрастание энтропии на величину $s_2^* - s_2$ и $s_4^* - s_3$ соответственно, обусловлено только теплотой трения этих процессов.

В связи с тем, что выражение $\partial q^* = Tds^*$ отражает второй закон термодинамики, объединив его с первым законом термодинамики можно получить **объединенное уравнение первого и второго законов термодинамики** в виде выражений

$Tds = du + PdV$	(9.19)
$Tds = dh - v dP$	(9.20)

где ds - изменение энтропии для любого процесса, как обратимого, так и для необратимого (звездочку при энтропии здесь не указывают).

Выражения (9.19) и (9.20) справедливы для любых процессов: обратимых и необратимых. Эти выражения используются для анализа термодинамических процессов и являются исходными для дифференциальных уравнений термодинамики в частных производных.

33. Распределение молекул по скоростям и нахождение средних значений. Функция распределения случайных величин, физический смысл. Расчет средних значений случайных величин

скорости молекул группируются в основном вблизи некоторого наиболее вероятного значения.

Для выяснения способа, которым можно количественно описать распределение молекул по значениям u , воспользуемся следующим наглядным приемом. Будем отмечать значения скоростей точками на оси u . Тогда каждой молекуле на этой оси будет соответствовать точка, расстояние которой от точки 0, принятой за начало отсчета, численно равно величине скорости данной молекулы (рис. 236)

Предположим, что мы располагаем способом одновременного определения скоростей всех N молекул некоторого количества газа. Изобразив полученные результаты в виде точек [\[1\]](#) на оси u , мы получим «моментальную фотографию» скоростей молекул для некоторого момента времени t (рис. 237). Если бы все значения u

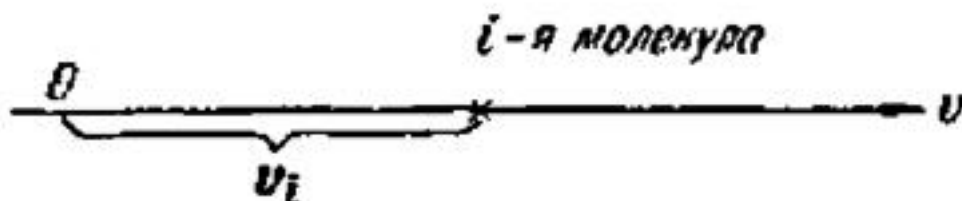
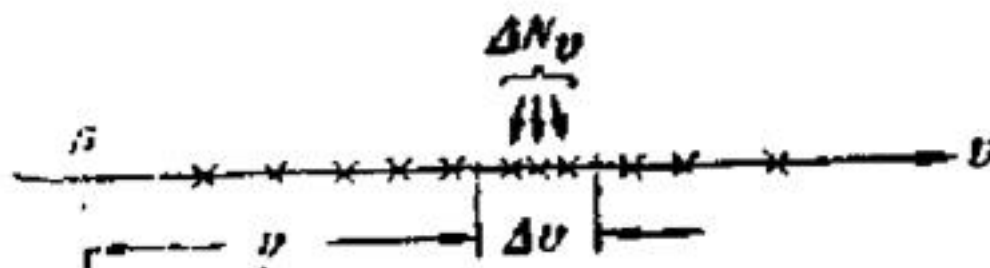


Рис. 236



были одинаково вероятны, точки распределились бы по оси u равномерно. Однако, как мы видели выше, скорости группируются в основном вблизи некоторого наиболее вероятного значения. Близкие же к нулю и очень большие значения скорости встречаются сравнительно редко. Поэтому распределение точек на оси u будет неравномерным, с плотностью, различной на разных участках оси.

Определив плотность точек как отношение числа точек ΔN_v , попадающих в пределы интервала Δv (рис. 237), к величине этого интервала:

$$\rho = \frac{\Delta N_v}{\Delta v},$$

$$\rho = \frac{\Delta N_v}{\Delta v},$$

можно сказать, что эта величина является функцией $v[\rho = \rho(v)]$. В самом деле, ее значение зависит от того, в каком месте на оси взят интервал Δv , т. е. от v .

Каждый акт соударения между двумя молекулами изменяет случайным образом положение соответствующих точек на оси u . Поэтому, если сопоставить ряд «фотографий» для разных моментов времени: t_1, t_2 и т. д. (рис. 238), то на этих «фотографиях», вообще говоря, не будет совпадающих точек. Однако, если газ находится в равновесном состоянии (т. е. в состоянии с неизменяющимися параметрами), то распределение молекул по скоростям оказывается неизменным. Поэтому плотность, с которой распределены точки на различных участках оси u , будет для всех моментов времени одна и та же. Если взять несколько порций газа, находящихся в идентичных условиях (при одинаковых p и T), то рас-

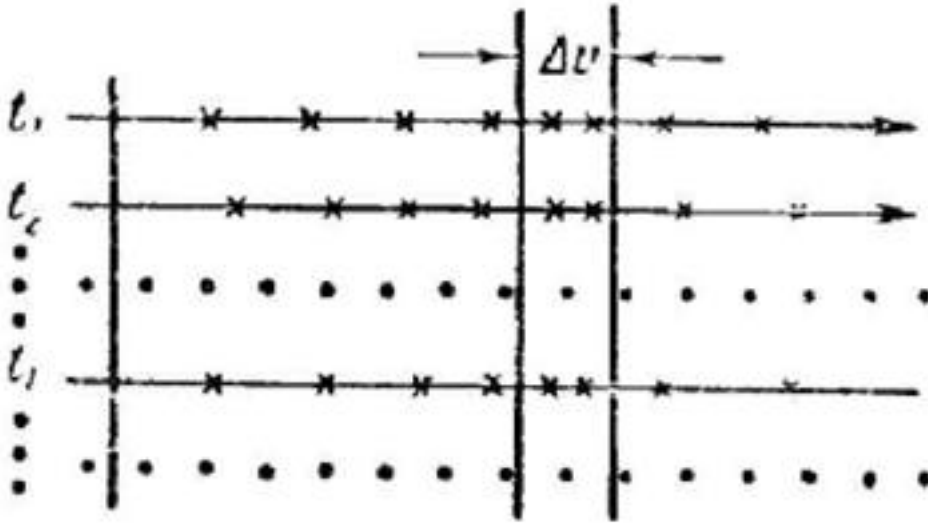


Рис. 238.

пределение молекул по скоростям в них будет также идентично. Однако плотность точек на оси u при одинаковом характере распределения их по оси, очевидно, пропорциональна рассматриваемому количеству молекул N и, следовательно, для различных порций газа будет различна. Одинаковым для различных порций будет отношение

$$f(u) = \frac{\rho(u)}{N} = \frac{1}{N} \frac{\Delta N^u}{\Delta u}.$$

(106.1)

Определенная таким образом функция $f(u)$ характеризует распределение молекул газа по скоростям и называется функцией распределения.

$$f(u) = \frac{\rho(u)}{N} = \frac{1}{N} \frac{\Delta N^u}{\Delta u}.$$

(106.1)

Функция распределения случайных величин – физический смысл.

Функцией случайной величины ξ называется функция $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, определяемая следующим образом

$$F(\xi(x)) = P\{\omega: \xi(\omega) \leq x\}$$

Приращение функции распределения

$$F(\xi(b)) - F(\xi(a)) = P\{\xi \leq b\} - P\{\xi \leq a\} = P\{a < \xi \leq b\}$$

34. Функция распределения Максвелла по модулю скорости, ее свойства.

Характерные

скорости молекул. Расчет числа частиц в заданном интервале скоростей

Пусть имеется n тождественных молекул, находящихся в состоянии беспорядочного теплового движения при определенной температуре. В результате каждого столкновения проекции скорости молекулы испытывают случайное изменение на $\Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_z$, причем изменения каждой проекции скорости независимы друг от друга.

Согласно (4.1) элементарная вероятность того, что составляющая скорости молекул по оси ОХ лежит в малом интервале от v_x до $v_x + dv_x$

$$dw(v_x) = f(v_x) \cdot dv_x, \quad (4.6)$$

где $f(v_x)$ – функция распределения Максвелла для одной компоненты скорости

$$f(v_x) = \left(\frac{m_0}{2\pi \cdot kT} \right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{m_0 \cdot v_x^2}{2kT}}, \quad (4.7)$$

m_0 – масса молекулы, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, T – температура.

Поскольку, элементарная вероятность равна отношению числу частиц $dN(v_x)/N$, имеющих скорости в интервале dv_x , то можно записать

$$\frac{dN(v_x)}{N} = dw(v_x) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{m_0 \cdot v_x^2}{2kT}} \cdot dv_x. \quad (4.8)$$

Аналогично записываются формулы для относительного числа частиц, имеющих скорости в интервалах dv_y и dv_z .

Перейдем от распределения молекул по компонентам скорости к распределению по модулю скорости $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$. Согласно (4.1) элементарная вероятность того, что модуль скорости лежит в малом интервале значений от v до $v + dv$

$$dw(v) = f(v) \cdot dv. \quad (4.9)$$

Тогда относительное число частиц $dN(v)/N$, имеющих скорости в интервале dv , запишется

Кроме функции распределения частиц по скоростям используются функции распределения частиц по энергиям и импульсам. Получим *распределение молекул по энергиям*, выражая скорость через кинетическую энергию молекулы:

$$E = \frac{m_0 v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m_0}}, \quad dE = m_0 v \cdot dv \Rightarrow dv = \frac{dE}{\sqrt{2m_0 E}}.$$

Подставляя выражения, полученные для v и dv , в формулу (4.10), получим

71

$$\frac{dN}{N} = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \cdot \frac{2E}{m_0} \cdot \frac{dE}{\sqrt{2m_0 E}} = \frac{2}{\sqrt{\pi \cdot (kT)^3}} \cdot \sqrt{E} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \cdot dE. \quad (4.13)$$

Откуда, функция распределения молекул по энергиям

$$f(E) = \frac{2\sqrt{E}}{\sqrt{\pi \cdot (kT)^3}} \cdot e^{-\frac{E}{kT}}. \quad (4.14)$$

35. Функция распределения Максвелла по энергиям. Среднее и наиболее вероятное значение энергии молекул (вывод)

36. Распределение молекул в силовом поле. Распределение Больцмана.

Барометрическая
формула

37. Основные понятия теории столкновений молекул. Средняя длина свободного пробега

молекул. Эффективный диаметр и эффективное сечение столкновения. Среднее число

столкновений в секунду

*Расстояние, проходимое молекулой в среднем без столкновений, называется **средней длиной свободного пробега**. Средняя длина свободного пробега равна:*

$$\langle \lambda \rangle = \langle v \rangle \tau,$$

где $\langle v \rangle$ – средняя скорость теплового движения, τ – среднее время между двумя столкновениями. Именно $\langle \lambda \rangle$ - средняя длина свободного пробега нас интересует

	$\langle \lambda \rangle = \langle v \rangle \tau,$		
--	---	--	--

Модель идеального газа – твёрдые шарики одного диаметра, взаимодействующие между собой только при столкновении. Обозначим σ – **эффективное сечение** молекулы, т.е. **полное поперечное сечение рассеяния**, характеризующее столкновение между двумя молекулами (рис. 3.2).

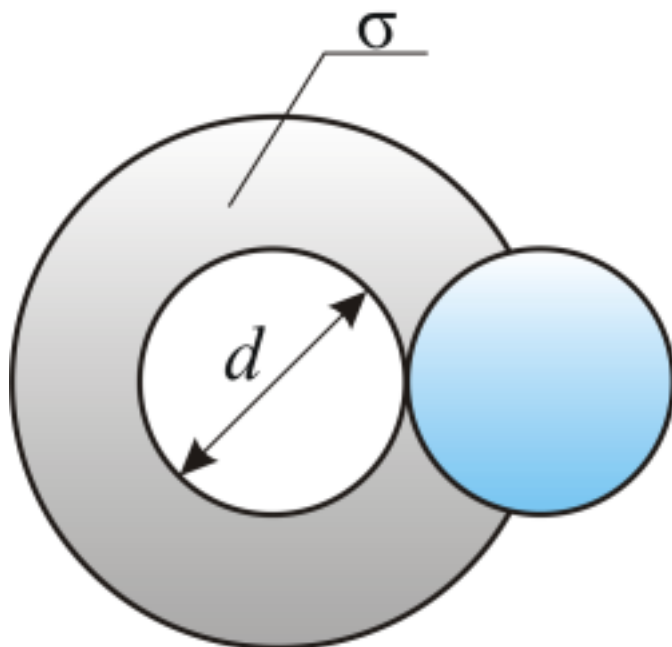


Рис. 3.2

$\sigma = \pi d^2$ – площадь, в которую не может проникнуть центр любой другой молекулы. Здесь $d = 2r$ – диаметр молекулы.

За одну секунду молекула проходит путь, равный средней арифметической скорости $\langle v \rangle$. За ту же секунду молекула претерпевает ν столкновений. Следовательно,

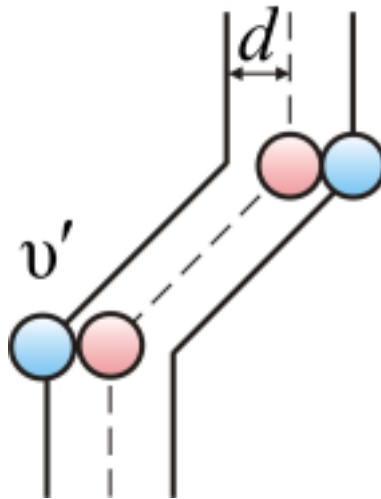
$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\nu}.$$

3.2.1

Подсчитаем **число столкновений** ν .

Вероятность столкновения трех и более молекул бесконечно мала.

Предположим, что все молекулы застыли, кроме одной. Её траектория будет представлять собой ломаную линию. Столкновения будут только с теми молекулами, центры которых лежат внутри цилиндра радиусом d (рис. 3.3).



Путь, который пройдет молекула за одну секунду, равен длине цилиндра $\langle v' \rangle$. Умножим объём цилиндра $\langle v' \rangle \sigma$ на число молекул в единице объёма n , получим среднее число столкновений в одну секунду:

$$\nu = \pi d^2 \langle v' \rangle n.$$

3.2.1

На самом деле, все молекулы движутся (и в сторону, и навстречу друг другу), поэтому число соударений определяется средней скоростью движения молекул относительно друг друга.

По закону сложения случайных величин

$$\langle v' \rangle = \sqrt{\langle v^2 \rangle + \langle v^2 \rangle} = \sqrt{2 \langle v^2 \rangle} = \langle v \rangle \sqrt{2}.$$

(3.2.1)

А так как средняя длина свободного пробега $\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\nu}$, то получим:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2} = \frac{1}{\sqrt{2} n \sigma}.$$

Уравнение состояния идеального газа позволяет нам выразить n через давление P и термодинамическую температуру T .

Так как $P = nkT$, то есть $n = \frac{P}{kT}$, то

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P} = \frac{kT}{\sqrt{2}\sigma P}$$

(3.2.3)

Таким образом, при заданной температуре *средняя длина свободного пробега обратно пропорциональна давлению P* :

	$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P} = \frac{kT}{\sqrt{2}\sigma P}$	(3.2.3)
	$\langle \lambda \rangle \sim \frac{1}{P}$	

<https://www.webpoliteh.ru/glava-5-stolknoveniya-molekul-i-yavleniya-perenosa-v-gazax/>

38. Явления переноса. Диффузия газов. Уравнение диффузии. Понятие градиента плотности.

Коэффициент диффузии, его зависимость от температуры и давления

В неравновесных системах возникают особые необратимые процессы, называемые **явлениями переноса**, в результате которых происходит пространственный перенос массы, энергии, импульса.

Диффузия обусловлена переносом массы,
теплопроводность – переносом энергии, а
вязкость – переносом импульса.

https://studopedia.ru/2_61694_tema--yavleniya-perenosa-diffuziya-teploprovodnost-vyazkost.html

<https://studfiles.net/preview/1007940/>

39. Явление теплопроводности. Уравнение теплопроводности. Градиент температуры. Коэффициент теплопроводности, его зависимость от температуры и давления