

多元選修一

# 數學活動與思維

- 11006 林亭玟 -

# ◀◀◀◀ 主題說明



## 課程簡介

將桌遊互動融入數學課程中，  
探討桌遊中的數學原理與問題  
計算

---



## 選課動機

想體驗看看玩桌遊的樂趣，  
並同時精進自身數理能力

---



# 課程內容

課程桌遊實作

# 布豐投針

新竹女中多元選修-數學活動與思維學習單(探究實作：布豐投針)

班級：110 座號：6 姓名：林亭孜

1. 數學思考：請寫出「布豐投針」Buffon needle 的內涵與意義。

A: 用平易近人的小實驗探討與 $\pi$ 的關連性。

2. 數學思考：在布豐投針中，你認為要估計準確的最重要因素是什麼？

A: 撒竹籤時不要在太低的位置撒(但也不要太高)，分散的會比較均勻。

3. 開放思考：一次丟十支竹籤跟一支竹籤丟十次，你覺得估出來的機率會一樣嗎？若有差距是否可忽略？請說明你的想法。

A: 差不多可以，應該不同。  
感覺兩種方法手法不一樣但道理相近，所以機率應該差不多。

4. 提出一個老師沒說過的「 $\pi$ 的性質」還有問一個關於 $\pi$ 的優質好問題。

1.  $\pi$ 可運用在宇宙學、熱力學……  
2.  $\pi$ 如何運用在生活中？建築。

5. 布豐投針實驗 【a= 竹籤長 b= 直線間距 a/b=0.952】

| 組員編號                             | 1              | 2                | 3              | 4              | 5              | 小組總計  |
|----------------------------------|----------------|------------------|----------------|----------------|----------------|-------|
| K(觸線次數)                          | $7+4+9+3+5=28$ | $10+4+6+7+10=37$ | $4+5+4+3+6=22$ | $7+9+6+7+1=30$ | $7+8+9+6+5=35$ | 147   |
| N(投擲次數)                          | 50             | 50               | 50             | 50             | 50             | 250   |
| $P= \frac{K}{N}$<br>(相交比例)       | 0.46           | 0.74             | 0.44           | 0.6            | 0.7            | 0.588 |
| 試算 $\frac{2 \cdot a}{P \cdot b}$ | 4.179          | 2.573            | 4.327          | 3.175          | 2.720          | 3.238 |

(3.312)

6. 寫出今天給照片備註的一句動人的話

在平行線中，飛散的竹籤彼此相遇。

7-1 請寫出今天課程內容中，妳印象最深刻的一段話。

阿基米德：不要亂碰我的研究！

7-2 今天課程內容中用了什麼數學？解決了什麼樣的問題？

加減乘除解決平均問題(在

7-3 今天課程內容中妳有沒有什麼疑惑呢？

沒有的！

7-4 分享一下今天課程內容妳的心得與啟示吧！

能和第一次見面的組員玩實物挺開心的，也發現原來這簡單的遊戲也能和 $\pi$ 有關係。

"How I want a drink, alcoholic of course, after the heavy lectures involving quantum mechanics,"  
(C. Heckman, pers. comm., Feb. 3, 2005)

## 數學運用

- 以實作方式研究 $\pi$ 的性質與認識其故事



# 奇雞連連

新竹女中多元選修-數學活動與思維學習單(井字遊戲專題：奇雞連連)

班級：110 座號：6 姓名：林奇奴

1. 數學思考：試問 4 階魔方陣的魔常數為何？推廣至  $n$  階魔方陣的魔常數為何？

(請詳列算式並得到結果)

$$\begin{aligned} 3 \text{ 階魔方陣魔常數} &= \frac{1+2+\dots+9}{3} = 15 \\ 4 \text{ 階} \quad \quad \quad &= \frac{1+2+\dots+16}{4} = 34 \\ n \text{ 階} \quad \quad \quad &= \frac{1+2+\dots+n^2}{n} \end{aligned}$$

$$A: \frac{1}{2} \cdot \frac{1+2+\dots+n^2}{n} = ?$$

2. 實作 7 階魔方陣：

將數字 1, 2, 3, 4, ..., 49 填入下方表格中，使得直、橫、斜總合皆為固定數字。

(1) 中式

|    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 22 | 47 | 16 | 41 | 10 | 35 | 4  |
| 5  | 23 | 48 | 11 | 42 | 1  | 29 |
| 30 | 6  | 24 | 49 | 18 | 36 | 12 |
| 13 | 31 | 7  | 25 | 43 | 19 | 37 |
| 38 | 14 | 32 | 1  | 26 | 44 | 20 |
| 21 | 39 | 8  | 33 | 2  | 27 | 45 |
| 46 | 15 | 40 | 9  | 34 | 3  | 28 |

(2) 西式

|    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 30 | 39 | 48 | 1  | 10 | 19 | 28 |
| 38 | 47 | 7  | 9  | 18 | 27 | 29 |
| 46 | 6  | 8  | 17 | 26 | 35 | 37 |
| 5  | 14 | 16 | 25 | 34 | 36 | 45 |
| 13 | 15 | 24 | 33 | 42 | 44 | 4  |
| 21 | 23 | 32 | 41 | 43 | 2  | 12 |
| 22 | 31 | 40 | 49 | 2  | 11 | 20 |

3. 數感發現：

西元 1977 年，美國 NASA 在發現者 1 號、2 號的太空任務中，隨船攜帶了一個 4 階魔方陣，如圖示，準備有機會時與外太空的智慧生物溝通。你能看出這個 4 階魔方陣有什麼奧妙玄機嗎？(至少寫出 2 點)

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 7  | 12 | 1  | 14 |
| 2  | 13 | 8  | 11 |
| 16 | 3  | 10 | 5  |
| 9  | 6  | 15 | 4  |

- 每行每列每斜邊相加皆為 34
- 2x2 的一格加起來 34

3x3 的四個角加起來 34

4. 遊戲思考：

若將遊戲進化為 4X4 的棋盤。試問遊戲設計上要設計幾種雞？各有幾隻呢？

(請說明妳數字設計的理由)

0000  
4 種 → 可以吃掉雞更多次 (而且 3x3 時是 3 種，所以 4x4 時就 4 種)  
9 隻 → 因為 3x3 時有 6 隻最多能在空的空格中連 3 線  
那 4x4 時要連 3 線至少要 9 隻  
A: (a) 4 種 (b) 9 隻

5-1 請寫出今天課程內容中，妳印象最深刻的一段話。

奇雞連連！

5-2 今天課程內容中用了什麼數學？解決了什麼樣的問題？

加法，數感邏輯，跟等差級數。  
做出 7 階魔方陣。

5-3 今天課程內容中妳有沒有什麼疑惑呢？

無

5-4 分享一下今天課程內容妳的心得與啟示吧！

今天的遊戲挺有趣的，雖然燒腦但會讓人想繼續玩下去，而且贏了對方的時候很有成就感，希望下次再來遊一樣好玩。

## 數學運用

- 認識魔方陣
- 井字遊戲策略
- 搶 15、數字連線活動





# 邏輯思考 SET

## 新竹女中多元選修-數學活動與思維學習單(邏輯思考 SET)

班級: 116 座號: 6 姓名: 林奕文

<情境思考 1> 形色牌 SET 共有 81 張相異的牌，有四大特徵：

(1) 數目：1、2、3

為什麼是 81 張牌呢？

(2) 顏色：紅色、紫色、綠色

(3) 形狀：菱形、橢圓形、波浪形

(4) 紋路：空心、條紋、實心

<數學思考 2> 107 學測題

一份試卷共有 10 題單選題，每題有 5 個選項，其中只有一個選項是正確答案。假設小明以隨機猜答的方式回答此試卷，且各題猜答方式互不影響。試估計小明全部答對的機率最接近下列哪一選項？

(1)  $10^{-5}$  (2)  $10^{-6}$  (3)  $10^{-7}$  (4)  $10^{-8}$  (5)  $10^{-9}$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{10} = \frac{1}{5^{10}} = \frac{2^{10}}{10^{10}} \approx \frac{1000}{10^{10}} = \frac{1}{10^7} = 10^{-7}$$

<數學思考 3> 102 學測題

學校規定上學期成績需同時滿足以下兩項要求，才有資格參選模範生。

一、國文成績或英文成績 70 分(含)以上；二、數學成績及格。

已知小文上學期國文 65 分而且他不符合參選模範生資格。請問下列哪一個選項的推論是正確的？

- (1) 小文的英文成績未達 70 分
- (2) 小文的數學成績不及格
- (3) 小文的英文成績 70 分以上但數學成績不及格
- (4) 小文的英文成績未達 70 分且數學成績不及格
- (5) 小文的英文成績未達 70 分或數學成績不及格

A. (5)

<情境思考 4> 就 SET 的情境問題判斷特徵是否為「全同或全異」，再總結是否為一個遊戲中定義的 SET。

備註：圖片全為紅色。

情境



數目？

全異

全異

全異

形狀？

全異

X

全異

紋路？

全同

全同

全異

SET？

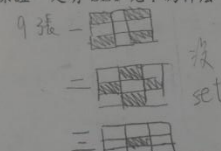
✓

X

✓

<進階思考 5>

SET 遊戲基本版設置中選擇 3 個特徵，每個特徵各有 3 種相異的狀態，請問要幾張牌才能保證一定有 SET 呢？為什麼？



10 張  
至少要有 1 set  
A. 10 張

6-1 請寫出今天課程內容中，妳印象最深刻的一段話。

Set!

6-2 今天課程內容中用了什麼數學？解決了什麼樣的問題？

1. 數學邏輯 / 數學思考上的問題  
2. 空間概念

6-3 今天課程內容中妳有沒有什麼疑惑呢？

要用 qq 做題的那題，我不知道那個立體圖是算什麼用的，它不僅是在講什麼，還有 3 個特徵如何有 set 呢。(邏輯即 set)

6-4 分享一下今天課程內容妳的心得與啟示吧！

今天的來這邊跟老師的，也考驗到眼力，但依然挺有趣的，不過進階思考 5 的問題好燒腦，感覺腦袋會爆炸

A+

## 數學運用

- 集合的聯集、交集
- 樹狀圖
- 邏輯符號敘述(或、且)



# 花磚物語

新竹女中多元選修-數學活動與思維學習單(藝術鑲嵌專題：花磚物語)

班級：10 座號：6 姓名：林可欣

## 數學思考 1. 工廠圓盤的規則

<情境>2人遊戲使用5個工廠圓盤；3人遊戲使用7個工廠圓盤；4人遊戲使用9個工廠圓盤，相同規則下，試問：

(1) 5人遊戲應使用 11 個工廠圓盤；(2) n人遊戲應使用 n+1 個工廠圓盤。

(3) 遊戲後反思：為什麼要這樣設計？A: 怕下面的事發生

如果n人遊戲應使用2n個工廠圓盤會發生什麼樣的困境呢？

A: 永遠都會是同一个人拿起好標記

## 數學思考 2. 整數分割

<情境>考慮單一圓盤有4塊磚，磚共有5種顏色，試問：

(1) 4的整數分割有幾種可能？請條列所有可能。

1+1+1+1  
2+1+1  
3+1  
4

A: 6種

(2) 再考慮磚有5種顏色，共有幾種可能？

4: 5種

3+1: 5×4=20種

2+2: 5×4×3=60種

2+1+1: 5×4×3×2=120種

1+1+1+1: 5種

ex: aabc, abac, baac, abca, bac, cab, cba, bba, bba, bba

No  
Yes~

aabc, aacb, abac, abca, bac, cab, cba, bba, bba, bba

A: 60種

## 數學思考 3. 排列順序的影響

先考慮單一列的狀況，定義由左到右編號1~5，分別討論不同順序的得分情形如下：

| 順序        | 依序得分   | 總分 | 怎麼樣的排列順序比較有利呢？ |
|-----------|--|----|----------------|
| 1→2→3→4→5 | $\square + \square + \square + \square + \square = 15$ | 15 | 1→2→3→4→5      |
| 1→3→5→2→4 | $\square + \square + \square + \square + \square = 11$ | 11 | 3→2→4→1→5      |
| 3→2→4→1→5 | $\square + \square + \square + \square + \square = 15$ | 15 | 這方塊的右或左邊       |
| 2→4→1→5→3 | $\square + \square + \square + \square + \square =$    | 11 | 這              |

## 數學思考 4. 條件機率

<情境>僅考慮單一列的狀況：

(1) 總分為15分有幾種可能？

16種

(2) 不同的順序共有幾種選擇？

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ 種

(3) 已知第一個放在中間，總分為15分有幾種可能？

6種

(4) 結論：隨機時，15分的機率為  $\frac{16}{120} = 13\%$

但是第一個放在中間的情境下，15分的機率為  $\frac{6}{24} = 25\%$

$\frac{16}{120} = 13\%$   $\frac{6}{24} = 25\%$

5-1 請寫出今天課程內容中，妳印象最深刻的一段話。

這題可能需要一點耐心喔

5-2 今天課程內容中用了什麼數學？解決了什麼樣的問題？

整數分割、邏輯思考、

機率問題、可能問題

5-3 今天課程內容中妳有沒有什麼疑惑呢？

數學思考一的反思沒有很了解

試玩一次2人4圓盤就會懂了！

5-4 分享一下今天課程內容妳的心得與啟示吧！

我覺得這遊戲挺不錯的，但是規則有點複雜，沒辦法玩的很順利，因為我會忘記分數，然後學習單感覺有點難，但是這節課因為一半的課程上週已經進行了，感覺沒那麼惡，比較好

## 數學運用

- 整數分割
- 排列組合
- 條件機率





# ◀◀◀◀ 拉密數字牌競賽

新竹女中多元選修-數學活動與思維學習單(桌遊競賽拉密數字牌)

班級: 110 座號: 6 姓名: 林亭玟

1. 數學情境思考: 對於破冰當時計算手上合法牌組時, 你擁有可以出的 1,2,3,4,5,6,7, 請問你是如何計算確認目前是否達到破冰的 30 分標準呢? 寫下你的算式或是想法!

$$1+2+3+\dots+7 < 30$$

不能破冰

2. 實作紀錄: ◎先請同組夥伴簽名, 在依序紀錄各場分數, 最後將分數加總。

| 序 | 姓名  | 第1場 | 第2場 | 第3場 | 第4場 | 總分  |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 林亭玟 | -48 | 68  | -47 |     | -27 |
| 2 | 黃以晨 | -28 | -35 | -14 |     | -77 |
| 3 | 陳懷如 | -36 | -12 | 105 |     | 57  |
| 4 | 林樂妍 | 112 | -11 | -44 |     | 57  |

3. 遊戲思考:

- (1) 今天參賽前, 是否有玩過拉密數字牌? ☐沒有 ☐有玩過 ☐經常操作  
(2) 對於計時的競賽規則, 請問你覺得是否有增加刺激程度? ☐沒有 ☒有  
相較於沒有計時的實作, 計時的操作對妳而言, 有什麼最大的差別?

內心會有壓力, 但也因此有些刺激

4. 遊戲思考: 妳覺得在今天的桌遊競賽活動中, 透過拉密數字牌的操作活動, 妳覺得可以提升什麼樣的多元能力呢?

數學思考的速度, 數學邏輯

5. 分享一下今天課程內容妳的心得與啟示吧!

今天雖然重新分組, 但新組員人都挺好的, 而且今天的遊戲都挺有趣的, 但因時間感覺全程都緊張兮兮的。

A

## 數學運用

- 排列組合
- 邏輯思考
- 記憶力





# 煉金術士

## 新竹女中多元選修-數學活動與思維學習單(跨域學習鍊金術士)

班級: 110 座號: 6 姓名: 林子奴

### 1. 遊戲中的數學思考一:

觀察八類基本元素的特徵後, 回答為什麼會設計出 8 種相異元素呢?

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

### 2. 遊戲中的數學思考二:

回想思考一的八類基本元素, 是由正負及顏色的搭配組合, 試問為何仍要分大小呢?

課解時是不法「唯一」

### 3. 遊戲中的數學思考三:

觀察八類基本元素的特徵後, 回答什麼樣的元素可以配對出[中和藥水]呢?

符號全異, 正負相反

### 4. 遊戲中的數學思考四:

每次賽局中 8 種材料的順序可以任意交換, 試問遊戲設置有多少種可能的排列方式呢?

$$8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$$

A. 40320 種

### 5. 第一次實作

| 素材 | 羽毛                               | 蛤蟆  | 蠍子  | 人參  | 藍花 | 紫菇  | 雞爪 | 草藥  |
|----|----------------------------------|-----|-----|-----|----|-----|----|-----|
| 紅色 | 2-3                              | 0-1 | 0   | 1-2 | 0  | 3-0 | 0  | 0   |
| 綠色 | 0                                | 0   | 2-0 | 0   | 1+ | 0   | 1+ | 2-0 |
| 藍色 | 2+                               | 0   | 2-  | 0   | 1+ | 0   | 0  | 1+  |
| 共軛 |                                  |     |     |     |    |     |    |     |
| 結果 | 我在九輪實驗中共成功分析出 5 種素材, 小組中排名第 4 名。 |     |     |     |    |     |    |     |

### 6. 遊戲中的數學思考五:

當妳要做實驗時, 試問妳有多少種選擇方式?

$$\frac{8 \times 7}{2} = 28$$

A. 28 種

### 7. 第二次實作

| 素材 | 羽毛                           | 蛤蟆 | 蠍子 | 人參 | 藍花 | 紫菇 | 雞爪 | 草藥 |
|----|------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| 紅色 | -                            | +  | -  | -  | +  | +  | -  | +  |
| 綠色 | +                            | +  | -  | -  | +  | -  | +  | -  |
| 藍色 | +                            | +  | -  | +  | -  | -  | -  | +  |
| 共軛 |                              |    |    |    |    |    |    |    |
| 結果 | 我在競速實驗中得到 4 點聲望, 小組中排名第 1 名。 |    |    |    |    |    |    |    |

### 8. 遊戲外的開放思考:

妳覺得鍊金術是科學嗎? ☒ 是科學 ☐ 不是科學, 為什麼呢?

感覺跟化學有關, 而化學似乎有科學的成分存在

### 9-1 請寫出今天課程內容中, 妳印象最深刻的一段話。

化學家身上總是流著鍊金術士的血液

### 9-2 今天課程內容中用了什麼數學? 解決了什麼樣的問題?

邏輯思考、數學推理、排列組合

遊戲思考、梳理問題

### 9-3 今天課程內容中妳有沒有什麼疑惑呢?

第二次實作時為什麼要公布他人結果?

可提供參考資訊

### 9-4 分享一下今天課程內容妳的心得與啟示吧!

今天的課我很認真, 因為想到鍊金術士就想到鍊金術士, 還講到賢者之石, 這個鍊金術也有出現耶!! 還有今天玩遊戲時, 一開始還沒什麼想法, 但後來就慢慢想到一些技巧了, 還蠻開心有趣的。

## 數學運用

- 跨領域學習
- 認識共軛
- 邏輯推理
- 排列組合



# 病毒傳播的數學模式

## 新竹女中-數學活動與思維學習單(病毒傳播的數學模式)

班級: 110 座號: 6 姓名: 林芳奴

1. 影集問題: SIR 模型中的 S、I、R 有何意義? 該模型要考慮的參數有哪些?

S: 健康人數 有效傳染機率、接觸機率、病程

I: 感染人數

R: 康復或死亡人數

2. 傳播問題: 何謂基礎傳染數 ( $R_0$ , Basic reproduction number)?

請舉出 3 個疾病  $R_0$  值的範圍?

病毒基本再生數, 指一個感染到某種傳染病的人會把疾病傳染給其他多少個人的平均數

MERS: 0.8 流感: 1.5 伊波拉: 2.0

3. 數學思考一:

若該疾病的傳播是呈現「指數增長」, 初始為 1 人感染, 接下來每天感染的人數為前一天的

(1+R) 倍, 試完成下表:

|     | 1 | 2 | 3  | 4  | 5   | 6   | 7    | 8    | 9     | 10    |
|-----|---|---|----|----|-----|-----|------|------|-------|-------|
| R=1 | 2 | 4 | 8  | 16 | 32  | 64  | 128  | 256  | 512   | 1024  |
| R=2 | 3 | 9 | 27 | 81 | 243 | 729 | 2187 | 6561 | 19683 | 59049 |

小結 10 天下來, R=2 的感染人數比 R=1 的感染人數多出 58025 人。

4. 數學思考二:

疾病管制局想對某種罕見疾病進行快篩檢驗, 檢驗的結果分成陽性與陰性兩種。根據檢驗結果知檢驗的可靠度為 90%, 且平均每 1 萬人當中, 有一人得病, 試問:

(1) 若今天有一人的檢驗結果是陽性反應, 請問他真正有病的機率為何? 0.09%

(2) 若今天有一人檢驗的結果是陰性反應, 請問他真正無病的機率為何? 99.91%

(答案請四捨五入到小數點後第二位)

假設有 10 萬人

| 復/驗   | 陽     | 陰     | Total  |
|-------|-------|-------|--------|
| 有病    | 9     | 1     | 10     |
| 無病    | 9999  | 89991 | 99990  |
| total | 10008 | 89992 | 100000 |

$$P(\text{有病/陽性}) = \frac{9}{10008} \approx 0.09\%$$

$$P(\text{無病/陰性}) = \frac{89991}{89992} \approx 100\%$$

普篩只會造成恐慌

5-1 請寫出今天課程內容中, 妳印象最深刻的一段話。

數學就是邏輯

5-2 今天課程內容中用了什麼數學? 解決了什麼樣的問題?

算數、機率、指數

疾病傳播問題

5-3 今天課程內容中妳有沒有什麼疑惑呢?

無

5-4 分享一下今天課程內容妳的心得與啟示吧!

今天的影片超好看的, 看得很舒服, 然後一開始拿到學習單時以為會超難, 但查完資料聽完解說後我發現我好像聽的懂欸, 總之我覺得這節課很开心, 不但影片精彩, 也不會很煩。

## 數學運用

- 認識SIR模型、 $R_0$ 值
- 指數增長
- 條件機率
- 列連表





# 說書人

## 新竹女中多元選修-數學活動與思維學習單(溝通互動說書人)

班級: 110 座號: 6 姓名: 林亭妤

1. 數學思考<說書人篇>: 以四人遊戲為例, 分析說書人還是玩家比較有利?

在每個人亂猜答案、且互不影響作答(獨立)的情境下 ABCD 說書人

(1)  $P(\text{全對}) = \frac{1}{27}$ ;  $P(\text{全錯}) = \frac{0}{27}$   $n(s) = 3 \times 3 \times 3 = 27$

(2)  $P(\text{有對有錯}) = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$   $1 - \frac{1}{27} - \frac{0}{27} = \frac{18}{27}$   $6 \times 2 \times 2 = 8$

(3) 說書人 1 次得分的期望值 E 為何?

|          |                |                |
|----------|----------------|----------------|
| X(說書人分數) | 3              | 0              |
| P(機率)    | $\frac{2}{27}$ | $\frac{1}{27}$ |

所以  $E(\text{說書人}) = 3 \times \frac{2}{27} + 0 \times \frac{1}{27} = \frac{2}{9}$

(4) 在不同玩家數的情境下, 說書人的期望值是否仍然一樣? 為什麼?

以 3 人遊戲為例:

|   |               |               |
|---|---------------|---------------|
| X | 3             | 0             |
| P | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

$E = 3 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

A: 不一樣

2. 數學思考<玩家篇>: 以四人遊戲為例, 分析說書人還是玩家比較有利?

在每個人亂猜答案、且互不影響作答(獨立)的情境下

(1)  $P(A \text{ 玩家猜對得 3 分 \& 誘答得 2 分}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

$P(A \text{ 玩家猜對得 3 分 \& 誘答得 1 分}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{27}$

$P(A \text{ 玩家猜對得 3 分 \& 誘答得 0 分}) = \frac{2}{27} = \frac{1}{9}$

(2)  $P(A \text{ 玩家猜錯得 0 分 \& 誘答得 2 分}) = \frac{0}{27} = 0$

$P(A \text{ 玩家猜錯得 0 分 \& 誘答得 1 分}) = \frac{4}{27}$

$P(A \text{ 玩家猜錯得 0 分 \& 誘答得 0 分}) = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$

(3) 說書人 1 次得分的期望值 E 為何?

|            |                |                |                |
|------------|----------------|----------------|----------------|
| X(玩家 A 分數) | 2              | 3              | 0              |
| 誘答加分       | 0              | 2              | 1              |
| P(機率)      | $\frac{1}{27}$ | $\frac{2}{27}$ | $\frac{3}{27}$ |

所以  $E(\text{玩家}) = 2 \times \frac{1}{27} + 3 \times \frac{2}{27} + 0 \times \frac{3}{27} = \frac{8}{9}$

說書人有利

$\frac{18}{27} + \frac{5}{27} + \frac{16}{27} = \frac{39}{27}$

3. 數學思考<最大最小值問題>以四人遊戲為例, 每次說書人算一回合, 分析下列問題:

(1) 最少幾回合遊戲可以結束? 為什麼?

玩家: 5+5+5+3+5+5+5=33  
一 二 三 四 五 六 七

(2) 最多幾回合遊戲一定會結束? 為什麼?

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 |
| A | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| B | 2 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| C | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| D | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |

A: 19 回合

4-1 請寫出今天課程內容中, 妳印象最深刻的一段話。

哭阿  
why?!

4-2 今天課程內容中用了什麼數學? 解決了什麼樣的問題?

機率、排列組合、四則運算  
期望值問題、機運問題

4-3 今天課程內容中妳有沒有什麼疑惑呢?

數學思考 2 的 (1) 的表格  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$   
不懂意義

4-4 分享一下今天課程內容妳的心得與啟示吧!

今天的遊戲蠻有趣的, 難得數學有如此語言的成份, 但學習單一點也不有趣, 機評好難, 但是大家去解題時感覺都有懂哭阿

## 數學運用

- 期望值
- 排列組合
- 機率



# 卡坦島 1

## 新竹女中多元選修-數學活動與思維學習單(卡坦島 1)

班級: 110 座號: 6 姓名: 林宇軒

### 1. 數學思考：點數和的機率

若兩個公正骰子點數和為  $x$  點的機率用  $p(x)$  表示，請比較下列大小：

(1)  $p(4)$ 、 $p(10)$ :  $\frac{3}{36}$ 、 $\frac{3}{36}$  (2)  $p(6)$ 、 $p(7)$ 、 $p(8)$ :  $\frac{5}{36}$ 、 $\frac{6}{36}$ 、 $\frac{5}{36}$   
 $p(4) = \frac{3}{36}$ 、 $p(10) = \frac{3}{36}$ 、 $p(6) = \frac{5}{36}$ 、 $p(7) = \frac{6}{36}$ 、 $p(8) = \frac{5}{36}$   
 點數和 4 的機率 4 的機率 6 的機率 7 的機率 8 的機率

### 2. 數學思考：均勻分布

丟一個公正骰子點數為 1~6 點的機率皆為  $\frac{1}{6}$ ，試問丟兩個公正骰子點數和為 2~12 點的機率是否皆為  $\frac{1}{11}$ ？

為什麼？由下表可知 2~12 點機率不全然相同

### 3. 數學思考：點數和機率分布

續 1.2，從右表中觀察，第一列表第一個骰子點數，第一行表第二個骰子點數，右下角表兩個骰子點數和，請問是否能求出丟兩個公正骰子點數和的機率並完成下表？

| x    | 2              | 3              | 4              | 5              | 6              | 7              | 8              | 9              | 10             | 11             | 12             |
|------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| p(x) | $\frac{1}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{6}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{1}{36}$ |

|   | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  |
|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 9  |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

### 4. 進階思考：點數和均勻分布

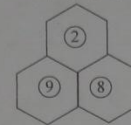
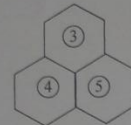
可否做出兩個 6 面骰子，讓兩個骰子的點數和在 1~36

點的機率是皆為  $\frac{1}{36}$  呢？

如果可以，嘗試用右邊表格加以說明吧！

|    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |

### 5. 進階思考：期望值



### 6. 桌遊實作：生產活動

- (1) 先記錄初始位置生產數字；
- (2) 過程後用紀錄實作產量(生產+盜賊增減)。

| 單次產量   | 1 村莊                 | 2 城市            |
|--------|----------------------|-----------------|
| 產物(數字) | 羊(4)、木(1)、磚(11)      | 麥(5)、羊(8)、木(10) |
| 實作產量   | 木 6、磚 1、麥 0、鐵 0、羊 11 |                 |

根據上面的機率分析，請問下列兩組六角形中間的角妳會怎麼選擇？為什麼？

A. ②①④⑤，則到機率較大

### (3) 結算分數：

總產量 18 +  
配對組數 0 X 2 = 總分 18

7-1 請寫出今天課程內容中，妳印象最深刻的一段話。

骰到 7 的機率是最大的！

7-2 今天課程內容中用了什麼數學？解決了什麼樣的問題？

機率、期望值、排列組合  
機率問題

7-3 今天課程內容中妳有沒有什麼疑惑呢？

無

7-4 分享一下今天課程內容妳的心得與啟示吧！

今天的遊戲進行的比較順利，可能是因為還有些規則沒加進去吧，但也因此比較輕鬆無負擔，我覺得很讚，而且今天的學習單問題也沒遇到什麼障礙，還蠻不錯的！

## 數學運用

- 點數和機率的關聯
- 期望值





# 卡坦島 2

## 新竹女中多元選修-數學活動與思維學習單(卡坦島 2)

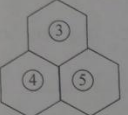
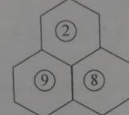
班級: 110 座號: 6 姓名: 林彥歆

1. 數學思考: 如何快速知道哪組的數字期望值最高?

Key: 絕對值

方法: 比較三個數字(x,y,z)與 7 的距離總和越小越好

實作: 計算  $|x-7|+|y-7|+|z-7|$  並比較

(1)  (2)  比較結果: (1) 9 v.s. (2) 8  
應該選擇 (2) 的交點

|     |    |                       |           |           |
|-----|----|-----------------------|-----------|-----------|
| (1) | 數字 | x=3                   | y=4       | z=5       |
|     | 距離 | $ x-7 =4$             | $ y-7 =3$ | $ z-7 =2$ |
|     | 加總 | $ x-7 + y-7 + z-7 =9$ |           |           |

|     |    |                       |           |           |
|-----|----|-----------------------|-----------|-----------|
| (2) | 數字 | x=2                   | y=9       | z=8       |
|     | 距離 | $ x-7 =5$             | $ y-7 =2$ | $ z-7 =1$ |
|     | 加總 | $ x-7 + y-7 + z-7 =8$ |           |           |

2. 遊戲思考: 發展主題

(1) 若建築沒有限制村莊(城市)不可相鄰, 遊戲的實作進行會有什麼改變?

骰子骰到的資源一次就可以讓很多村莊或城中拿到

(2) 活動過程中資源分配是均等的嗎? 為什麼?

否, 一開始的村莊數有限, 所以村莊附近所有資源不一定都剛好分配均等, 有些資源可能重複或拿不到

(3) 與其他玩家進行交易要掌握什麼原則? 妳如何透過交易得到自己想要的資源?

妳又如何決定是否要跟對方交易呢?

看對方所需能增加成功機率

和其他玩家談好筹码

看對方有沒有我需要的東西

3. 競賽紀錄:

| 順序 | 班級  | 座號 | 姓名  | 得分 | 名次 |
|----|-----|----|-----|----|----|
| 1  | 106 | 25 | 楊依芸 | 10 | 1  |
| 2  | 110 | 6  | 林彥歆 | 7  | 2  |
| 3  | 114 | 27 | 楊子瑞 | 4  | 3  |
| 4  |     |    |     |    |    |

備註: 計分公式

<村莊個數>X1+<城市個數>X2+<得分發展卡張數>X1+<最長道路>X2+<最多騎士>X2

4-1 請寫出今天課程內容中, 妳印象最深刻的一段話。

快去搶他的... 4

4-2 今天課程內容中用了什麼數學? 解決了什麼樣的問題?

數學加減、排列組合、機率.....

遊戲的思考問題

4-3 今天課程內容中妳有沒有什麼疑惑呢?

無

4-4 分享一下今天課程內容妳的心得與啟示吧!

今天難得和其他人分組, 不過我們這組的人感覺都挺親切的, 然後今天的遊戲有點複雜所以一開始有點卡, 但後來比較熟悉一點了以後, 就覺得比較有趣了, 雖然這次的桌遊規則似乎比較多, 但慢慢熟悉後, 我覺得玩起來還挺放鬆的, 沒想像中燒腦。

## 數學運用

- 數學建模
- 用絕對值進行期望值比較



# 密鋪平面

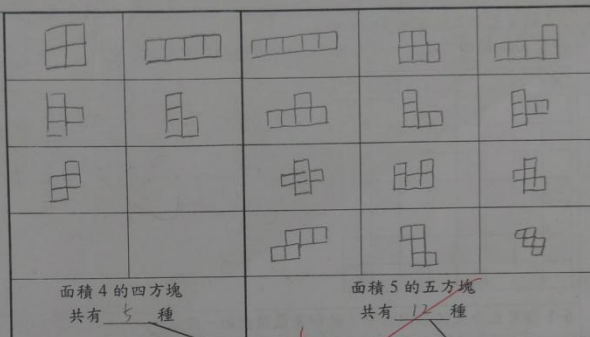
## 新竹女中多元選修-數學活動與思維學習單(密鋪平面)

班級: 110 座號: 6 姓名: 林亭妤

- 大格鬥(blokus)是以面積 1 正方形為基礎，所建出面積 2,3,4,5 的各類圖形。
- 在數學上可經由全等變換：平移、旋轉、鏡射而重合的視為相同的圖形。

### 3-1 <實作>試著拼出面積 4~5 的各類方塊

3-2 <實作>  
將實作一轉為  
面積 4~5 方塊  
並繪至學習上  
(探索)



歸納整理  
(寫出面積與  
對應方塊數)

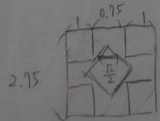
| 面積    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  |
|-------|---|---|---|---|----|
| 對應方塊數 | 1 | 1 | 2 | 5 | 12 |

3-3 <實作>  
結果驗證

將少畫到的圖及重複畫到的圖畫在下方

### 4. 數學思考 1. 單方塊<Monomino>

邊長為 2.75 的正方形中，可以放入幾個面積為 1 的單方塊呢？怎麼放？



A: 5個

### 5-1 數學思考 2. 雙方塊<Domino>

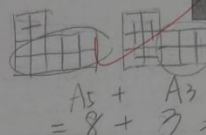
學測題

用

&

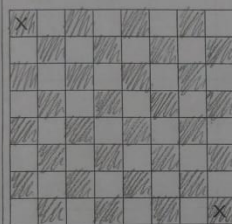
密鋪拼完右圖的方法有 11 種呢？

A<sub>1</sub> A<sub>2</sub> A<sub>3</sub> A<sub>4</sub> A<sub>5</sub>  
1 2 3 5 8



### 5-2 數學思考 2. 雙方塊<Domino>

考慮 8X8 的西洋棋盤，可否用 31 個雙方塊拼滿下列方格呢？



不行，以黑白西洋棋盤設想，  
扣掉 X 所在的格子，剩餘黑格  
和白格數量不一

### 6-1 請寫出今天課程內容中，妳印象最深刻的一段話。

下禮拜上課要交 PPT 初稿囉

### 6-2 今天課程內容中用了什麼數學？解決了什麼樣的問題？

排列組合、數學邏輯、遞迴  
圖形排列

### 6-3 今天課程內容中妳有沒有什麼疑惑呢？

無

### 6-4 分享一下今天課程內容妳的心得與啟示吧！

今天的積木玩具好好玩呢，然後學習單的題目一開始沒有  
看懂，但後來經過思考和問同學就懂了，然後下禮拜就要  
做報告了，好緊張。

## 數學運用

- 單方塊、雙方塊思考問題
- 遞迴關係







# 桌遊分析報告：法老密碼

## 法老密碼

第六組



- 第六組：陳彥彤、華宇童、蔡昕岑、林亭妤、姜苡晨
- 分工：
- 主題、組別、負責同學姓名及分工、桌遊機制簡介、結語、統整：蔡昕岑
- 桌遊策略分析：陳彥彤、華宇童
- 桌遊數學提問及解釋：林亭妤、姜苡晨
- 省思：所有人

## 桌遊機制簡介

- 遊戲中玩家們根據其中2或3顆骰子所顯示的數字，運用加、減、乘、除和括號進行運算，形成一道數學式，且此數學式的答案須正好等於遊戲圖板上方其中1張寶藏卡的數字。
- 若算式正確，數字面朝上，代表正分。
- 若算式錯誤，甲蟲面朝上，代表負分。
- 當某色邊寶藏卡無法填滿方格時，遊戲即告結束。分數最高者即為遊戲贏家。
- 目標：擁有最多甲蟲的玩家獲得勝利。

## 桌遊機制簡介

- 人數：2-5人
- 遊戲圖板(1個)
- 沙漏(1個, 30秒)
- 骰子(3顆, 8面骰、10面骰、12面骰各1個)
- 寶藏卡(48張, 包括黃邊22張、藍邊13張、紅邊9張、黑邊4張)
- 遊戲圖板為一由10個方格組成的金字塔型態
- 年紀最長的玩家擔任首回合行動玩家



## 桌遊策略分析

- 策略一：
- 總共3顆骰子，分別為8面、10面、12面。
- 如果要快速答題，可以先全部加或乘，再將其中兩個數字相乘，最後再加減第三個數字。若無法找出答案，則可用更複雜的算法，例如：除。
- 3顆骰子相加最大為30，如果想得高分，應該先把骰子的數字乘起來，使得得到較高分數的機率變大。

## 桌遊策略分析

- 策略二：分析桌上的寶藏牌
- 可以先分析桌上的寶藏牌：例如牌面上有24
- 可以拆解成 $3 \times 8$ 或 $6 \times 4$
- 假設比賽時的數字為3、3、5，可以變成 $3 \times (3+5)$ ；如果是2、4、8，則可以變成 $(8-2) \times 4$



## 桌遊數學題問及解釋

- Q: 顏色相同代表分數相同嗎？  
A: 不是，需要看數字的大小及形成難度。像是3和40都是黃色，但3的分數只有1分，40的分數則有2分。有些質數也較難用乘法乘出。
  - Q: 遊戲能運用到的能力？  
A: 應變取捨力、組織規劃力。
- 數字的組合方式
    - 全都加、減、乘、除： $1+2+3$
    - 加&減： $3+2-1$
    - 乘&除： $4 \div 2 \times 3$
    - 加or減&乘or除： $1+2 \times 3$
  - 上述也可搭配括號得到不同的算式結果： $(1+2) \times 3$

## 結語&省思

- 結語：
  - 在玩法老密碼時，數學不在是白紙上扭曲的線條，他轉化成了一項小組遊戲競爭。為了勝利，促使我們在數學的敏感度上得到了大大的提升。
  - 這個遊戲可以訓練我們對數字及加減乘除的敏銳度和反應能力。
- 省思：
  - 在玩法老密碼時發現除了要運用到計算能力與速度外，遊戲中的專注力跟狀態也很重要，有時候會可能因為過於緊張而使計算無法好好進行，而導致分數的喪失。

## 參考文獻

- <https://phantasiatw.pixnet.net/blog/post/116944588-%E6%B3%95%E8%80%81%E5%AF%86%E7%A2%BC%E5%BC%88pyramid-code-%EF%BC%89%E8%A6%8F%E5%89%87%2B%E5%BF%83%E5%BE%97>
- <https://www.books.com.tw/products/N000958466>
- <http://boardgame-record.blogspot.com/2015/03/pharaoh-code.html>
- <https://mj9981168.pixnet.net/blog/post/226556288>

thank you



# 心得與反思

## + 心得

原本擔心課程會不會就像學校的數學課一樣繁瑣無聊，或著上的數學太過艱深難懂，但上完這學期的課後，我發覺自己慢慢開始期待每堂和組員們玩桌遊的時光，課程裡的桌遊都帶給我當初意想不到的樂趣，而且老師的解說也讓我深入探索到其中所隱含的數學邏輯，雖然在過程中我還是有遇到無法全部理解的數學問題，但在玩桌遊與跟組員討論的過程中，我也慢慢地將問題解決，並且更加認識了桌遊裡的數學概念

## + 在這門課裡，我學到.....

- 數學的應用能力、思考力、邏輯判斷
- 小組的分工合作
- 增加對各式桌遊的體驗
- 進行遊戲的技巧

## + 可改善的地方

有時會因為專注力不足導致老師的講解沒聽到，造成桌遊實作時規則不清楚或學習單的問題沒有理解清楚







Thanks