

文章编号:1001-9081(2008)01-0108-04

## 基于双层演化的多人囚徒博弈研究

杨 城,孙世新

(电子科技大学 计算机科学与工程学院,成都 610054)

(Mr. Yangcheng@163.com)

**摘 要:**针对传统的多人重复囚徒博弈(NIPD)难以在大  $N$  值时涌现高合作率的问题进行研究,分析了 NIPD 模型在自由竞争模式和协议竞争模式下的博弈情况,类比 2-IPD 问题的“针锋相对”策略(TFT),提出了“类 TFT”的策略思想,并结合协同进化的理论,提出 Agent 及其聚集体 Group 分层演化的思想,建立了双层演化的仿真模型 DL-NIPD。实验结果表明,自由竞争模式只适合小  $N$  值的合作,要从根本上保证任何  $N$  值下系统都能涌现很高的合作率,必须建立起双层的演化模式,通过显式的协议和团队的竞争,来促进微观主体的合作。

**关键词:**多人囚徒博弈;协同进化;双层演化模型

**中图分类号:** TP391.9 **文献标志码:** A

### Double-layer evolutionary model for N-player iterated prisoner's dilemma

YANG Cheng, SUN Shi-xin

(College of Computer Science and Engineering, University of Electronic Science & Technology of China, Chengdu Sichuan 610054, China)

**Abstract:** Concerning the problem that cooperation in N-player Iterated Prisoner's Dilemma (NIPD) is hard to emerge when  $N$  is great, this paper researched the status of game both in the free competition mode and in the agreement competition mode. And imitating the strategy "Tit for Tat" in 2-IPD, it promoted the strategy "Simulated TFT". And combining the theories of co-evolution, it built up a double-layer evolutionary model, DL-NIPD, in which players and their aggregations, groups, can evolve in their own-layer respectively. Analysis of the numerical experiment results indicates that, under the free competition case, cooperation is usually easier to emerge in a small group of player than in a larger one, while depending on the straight-agreement and competition of groups, DL-NIPD can get a high rate of cooperation under any  $N$ .

**Key words:** N-player Iterated Prisoner's Dilemma (NIPD); co-evolution; double-layer evolutionary model

囚徒困境问题博弈论中经典的范例之一,对这个问题的研究涉及经济学、社会学、哲学、数学、人工智能等广泛的领域。多人重复囚徒博弈(NIPD)是其中一类比较复杂的问题,它是对经典的单人单次囚徒博弈和双人重复囚徒博弈(2-IPD)的扩展,更具现实性和广泛性,实际生活中的许多事例,如大锅饭问题、多寡头市场的定价问题、公共牧场的过渡放牧问题,等等,都可以抽象为 NIPD 问题。

对 NIPD 问题的研究,主要集中在 NIPD 模型是否能够涌现合作,如何涌现,以及合作是否稳定等问题上。虽然学者们尝试了多种改进的 NIPD 模型,如基于不同收益函数的 NIPD<sup>[1]</sup>、基于协商机制的 NIPD<sup>[2]</sup>、基于邻域演化的 NIPD<sup>[3]</sup>等,但都仅仅在  $N$  值较小( $N \leq 8$ )时能够出现比较明显的合作,随着  $N$  值的增加,个体间的自发合作越来越困难,到后来几乎再难以出现大规模的合作。本文试图对这一现象进行深入研究,并借助“协同进化”的理论建立一个双层的博弈模型:既有底层个体之间的直接博弈,又有个体的聚集体——团队之间的高层博弈,进而探索系统的合作机制。

#### 1 协同进化在 NIPD 中的应用

关于 NIPD 问题的严格数学描述可以表示为一个三元组模型:<sup>[4,5]</sup>

$$M = \langle I, S, \{f_i(a_i | k) | i \in I, a_i \in S\} \rangle \quad (1)$$

其中: $I = \{1, 2, \dots, N\}$  ( $N \geq 2$ ), 表示博弈个体的集合; $S = \{C, D\}$ , 表示可供个体选择的动作集合:Cooperation,

Defection;  $f_i(a_i | k)$  表示个体  $i$  的收益函数,即当其他主体中有  $k$  ( $k = 0, 1, \dots, N-1$ ) 人选择  $C$  时,个体  $i$  选择  $a_i$  的收益。并且,  $f_i(a_i | k)$  须满足如下的 3 条悖论假设:

- 1)  $f_i(D | k) > f_i(C | k)$ ;
- 2)  $f_i(C | N-1) > f_i(D | 0)$ ;
- 3)  $f_i(C | k)$  和  $f_i(D | k)$  都是  $k$  的增函数。

其中:悖论假设 1 表示对单一主体而言,无论其他主体的选择如何,选  $D$  的收益一定大于选  $C$ ;悖论假设 2 表示全体选  $C$  的收益大于全体选  $D$  的收益;悖论假设 3 表示无论自身如何选择,收益都与合作的总人数正相关。

传统的 NIPD 模型,微观主体只考虑其他主体的行为,主体之间既没有硬性“协议”的约束,也没有第三方机构的监督,我们称这种博弈方式为 NIPD 的“自由竞争模式”。

前人的研究表明,在自由竞争模式下,系统不能涌现高合作率。对于该现象,一个比较常见的解释是:与 2-IPD 相比, NIPD 中个体行为的作用对象是一个群体而非单一个体,这里 Defection 不存在具体的“背叛”目标,与其称它为“背叛”还不如叫作“不合作”,即个体行为缺乏针对性。此时,“针锋相对”策略(Tit for Tat, TFT)<sup>[6]</sup>的善意和宽容(不首先背叛,不记旧账)并不能有效地传递其合作意愿,反而纵容了不合作主体的恶意行为;同样, TFT 策略的强硬姿态(以背叛的方式回敬对手前一次的背叛)也无法有效地惩戒不合作主体,反而伤及无辜,打击了合作主体的积极性。

由于悖论假设 1 的原因, NIPD 演化的结果将加强个体的

收稿日期:2007-08-03;修订日期:2007-10-24。

作者简介:杨城(1977-),男,重庆人,博士研究生,主要研究方向:复杂系统的算法、经济仿真; 孙世新(1940-),男,湖北孝感人,教授,博士生导师,主要研究方向:网络计算、并行算法。

利己性。2-IPD 模型的演化使得 TFT 策略成为主流。通常认为, TFT 策略既是“友善的”,又是“强硬的”。但博弈程序不懂得感情,它只在乎相对适应度的增长,它是“相对利己”的(与之相对的是“绝对利己”,即毫不利人,专门利己):在保证自身不吃亏的条件下,才追求绝对适应度的增长——这才是 TFT 策略的实质。推广到 NIPD 模型,“类 TFT”策略表现为:只有在普遍合作的条件下,或者说大多数人都合作的条件下,主体才选择合作。显然,这不利于高合作率的产生。

当  $N$  值较小的时候,博弈者将行动策略扩展到时间维,仍然可以自发涌现相互获利的“协议”:各方都选择合作。这种协议是一种相互试探性的默契,一种软性的约束,称为“隐式的协议”。它之所以能够被有效地、稳定地执行,是因为其效应可以马上反馈到博弈者的适应度上——当各方都履行协议时,适应度共同上升;当某一方欺骗其他对手时,其适应度会在随后的博弈中遭到惩罚性的削弱——这有利于产生一种良性循环的局面,故“隐式的协议”能够在小范围内稳定存在。但是,当  $N$  值较大的时候,这种试探性的默契难以得到有效的传达,执行的效果也不能马上得到反馈,从而原本善意的、互利的行为不可能长期执行,导致绝对利己式行为的蔓延,系统进入一个恶性循环的局面,自然就不可能涌现高合作率。

在演化模型中,系统的评判标准是个体的相对适应度,而非绝对适应度。单一个体适应度的绝对值再高,当其他个体拥有更高适应度时,该个体仍然会遭到排挤。因此,在一个封闭的演化系统中(总人数等于  $N$ ),悖论假设 1 决定了演化系统优先淘汰出局的永远是那些偏  $C$  的个体,系统在遗传效应的作用下最终趋向于整体不合作。而在一个开放的演化系统中(总人数大于  $N$ ),个体不仅要与其所在 NIPD 团队的成员竞争,还要与系统中的其他成员竞争,因此,个体有主动合作的愿望。但前面的分析已经表明,“隐式的协议”不能稳定地存在于  $N$  值较大的情况,所以只能求助于“显式的协议”——个体基于共同的愿望聚合为团队,通过公约(或合同、协议、制度等)的方式来维护各自的利益,并由团队保证公约的履行(如惩戒违约的个体),通过团队的竞争彰显合作的优势。我们将这种基于“显式的协议”的博弈方式称为 NIPD 的“协议竞争模式”。

对团队而言,显式的协议是一个公共约束,它通过惩戒欺骗行为  $D$  来保证个体竞争的公平性,从而促进合作,提高团队的平均适应度;对个体而言,显式的协议为博弈提供了一个公平的环境,个体不用担心悖论假设 1 导致团队内相对适应度的差异,从而坚持合作行为  $C$ ,争取绝对适应度在整个系统内的领先。

需要注意的是,这里公约、合同、协议或者制度的建立都需要成本(讨价还价、起草、执行……),而且往往还需要经历较长时间的调整才能达成一致。用经济学的语言来描述,它被称为“交易成本”。但是,只要交易成本小于悖论假设 1 的负面效应,个体还是愿意聚合为团队,共同参与竞争。

## 2 双层演化机制

基于上面对 NIPD“协议竞争模式”的分析,我们建立了“双层的多人重复囚徒博弈模型”(Double Layer NIPD, DL-NIPD)。较之传统的 NIPD 模型,DL-NIPD 在系统的层次结构和个体的策略编码上有明显的区别。在后面的叙述中,为了描述方便,用 Agent 表示个体,Group 表示团队。

由于存在聚集体和显式的协议,DL-NIPD 不同于普通的扁平进化模型,它是一个双层的多代理系统(Multi-agent

System, MAS)进化模型,各级主体在各自的层次演化。其中,最大的特点是 DL-NIPD 增加了一个新的实体 Group(如图 1 所示),它是由多个 Agent“黏合”在一起形成的介主体(Meta-Agent),一个层次在 Agent 之上的更高级的主体。若干 Group 再构成系统的中间结构层。这样,借助 Group,一个多体问题被分解为两个更为简单的、更易处理的部分,分别对应着模型中的两个演化层次:

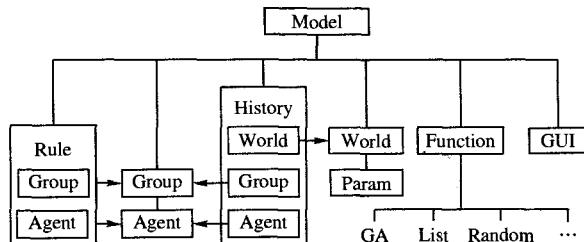


图1 DL-NIPD 双层演化的模型框架

1) Agent 层的演化,研究 Group 内部多个 Agent 之间的关系。它类似一个传统的 NIPD 模型,只是个体在博弈的时候,不仅要考虑其他 Agent 的行为,还要考虑其所在 Group 的“协议”形式。因为在协议竞争模式下,Agent 的适应度同时受收益函数和协议函数的作用。

2) Group 层的演化,研究 World 内部多个 Group 之间的关系,具体表现为“显式的协议”之间的博弈。Group 的性能以其成员的平均适应度作为评价参数:

$$\mu_c(j) = \bar{\mu}_A(j, i) = \frac{1}{N_{G(j)}} \sum_{i=1}^{N_{G(j)}} \mu_A(j, i) \quad (2)$$

其中:  $\mu_c(j)$  表示 Group(j) 的适应度,  $\mu_A(j, i)$  表示 Group(j) 中的成员 Agent(i) 的适应度,  $N_{G(j)}$  表示 Group(j) 的大小。

Group 层演化的目的是进化出更有效的“协议”模式,即以更低的交易成本促进更大规模的合作,以利于其成员适应度在整个系统中保持领先。图 1 中的 Rule(Group) 就是所谓的“协议”,参考“税企博弈”中税务机关的策略形式,我们把 Group(j) 的“协议”表示为如下的四元组:

$$Rule_c(j) = \langle CheckFreq, CheckRate, CheckCost, FineRate \rangle \quad (3)$$

其中:四个参数依次表示检查的频率、检查的比例、检查的成本和对不合作者的惩罚系数,它们共同构成了 Group(j) 的协议函数。

在程序实现时,  $Rule_c(j)$  用二进制码串表示。假设系统中所有 Group 进行一人次检查需要的交易费用相等,即具有相同的 CheckCost 值,这样在编码时就只需要考虑其他 3 个参数,分别用一个 4 位的位串表示。例如,

$$Rule_c(j) = \langle 0010 \ 0111 \ 1000 \rangle$$

它表示每 16 轮检查 2 次,检查时每个 Agent 的抽查概率为 7/16,对不合作个体的处罚是合作成本(即相同条件下选  $D$  与选  $C$  的收益差额)的 8 倍。

由于增加了协议处罚和检查成本, Agent(i) 和 Group(j) 在协议竞争模式下的适应度函数需要调整如下,

$$\mu_A(j, i) = \sum_i (f_i(a_i | k) - \langle Fine(a_i) \rangle) \quad (4)$$

$$\mu_c(j) = \frac{1}{N_{G(j)}} \left( \sum_i \sum_i f_i(a_i | k) - \sum CheckCost \right) \quad (5)$$

其中:  $t$  表示博弈的总次数,  $\langle Fine(a_i) \rangle$  表示行为  $a_i$  可能面临的处罚:

$$Fine(a_i) = (f_i(D | k) - f_i(C | k)) \times FineRate_{G(j)} \quad (6)$$

至于 NIPD 中个体策略的表示方法, Yao 和 Darwin 在文

献[5]中列举了两种方案,它们都基于查表机制,并以二进制串的形式表示。即先在表格中依次列举各种历史博弈情况下的行动方案(选择C或者D,分别用0,1表示),然后将行动序列提取出来组成二进制串。这两种方案分别称为“Axelrod 方案”和“Y&D 方案”,在描述历史博弈情况时,前者详细列举了前  $M$  轮(记忆步长)博弈中每个个体的历史选择,而后者仅保留每一轮历史博弈的合作人数。

我们认为,Y&D 方案相对 Axelrod 方案有较大的改善,但仍然只适合小规模 NIPD 编码,对于  $N$  值较大的情况,Y&D 方案同样包含太多的冗余信息,显得效率低下,不再适合。例如,当  $N = 1024$  时,现实中的博弈者根本不在意上一轮具体有 1000 人合作还是 999 人合作,他们关注的更可能是一个概率,如有  $1/2$  的人合作还是  $3/4$  的人合作。因此,DL-NIPD 采用了策略的“分级编码方案”:把每一轮的博弈人数  $N$  分为  $L$  档,个体根据前  $M$  轮合作人数的档位进行决策。例如:在 32-IPD 中,如果把总人数分为 4 档,其合作人数与档位的关系如表 1 所示。

表 1 分级编码方案下 32-IPD 的合作人数与档位的关系 ( $L = 4$ )

合作人数	对应档位	合作人数	对应档位
0~7	00	16~23	10
8~15	01	24~31	11

### 3 仿真实验

#### 3.1 模型参数

在下面的仿真实验中,我们做了一些简化:所有 Agent 使用相同的收益函数,系统总人数  $N_s$  均分在  $G$  个 Group 中,在演化过程中,Group 的数目和成员保持不变。模型的评价主要通过系统的合作率  $\alpha(N_c/N)$  来分析其合作程度和综合性能,其中  $N_c$  表示平均合作人数。

关于收益函数:合作者的收益为  $2N_c - 2$ ,背叛者的收益为  $2N_c + 1$ ,其中  $N_c$  表示 NIPD 的合作人数。

关于模型演化:每一期运行中,系统分别从每个 Group 中随机生成 1000 个  $N$  人组,每个  $N$  人组各进行 100 轮 IPD 博弈。系统每运行一期,Agent 进化一次(在每个各自的 Group 内分别运行遗传算法);每运行 50 期,Group 进化一次(协议具有相对稳定性)。

其他参数设置: $M = 3, L = 4$ 。自由竞争模式  $G = 1$ ;协议竞争模式  $G = 10, N_c = 10N, \text{CheckCost} = N/2$ 。所有数据是 10 次独立实验的均值,每次运行  $T = 5000$  期。

另外,为了观测协议从无到有,自发涌现的过程,我们将所有 Group 的  $\text{CheckFreq}$  值初始化为“0000”,即系统开始的时候,所有 Group 都不进行检查,Agent 没有协议的约束,系统由自由竞争模式自动演化到协议竞争模式。

#### 3.2 仿真结果及分析

我们一共设计了 3 组实验,分别对 DL-NIPD 的综合性能、策略结构的内部演化和交易成本对 Group 演化的影响进行了分析。

1) 实验一测试 DL-NIPD 模型的综合性能。表 2 显示了不同  $N$  值时,自由竞争模式和协议竞争模式的合作程度。

表 2 显示,协议竞争模式的  $\alpha$  值明显高于自由竞争模式。 $N$  值较小( $N \leq 8$ )时,二者的差异还不够明显;随着  $N$  值继续增大,隐式的协议变得越来越不稳定(在演化图像中表现为  $\alpha$  值剧烈波动),自由竞争模式中的  $\alpha$  值大幅下降,无法再形成稳定的合作,而协议竞争模式中的  $\alpha$  值始终维持在一个很高的水平。需要注意的是,在协议竞争模式中,所有实验都演化

到全体合作的状态,表格中  $\alpha$  值的差异仅仅表示  $N$  值越大系统演化得越慢,达到稳定态的时间越长(因为每个数字为系统前 5000 期博弈的平均值)。

表 2 两种模式下 NIPD 模型的合作率  $\alpha$  对比

$N$	$G=1$	$G=10$
4	0.942	0.944
8	0.855	0.920
16	0.781	0.942
32	0.718	0.894
64	0.678	0.863
128	0.531	0.841

注:深色单元格表示模型最终稳定到全体合作( $\alpha=1$ )。

实验一说明,自由竞争模式仅仅在小  $N$  值时有效,要从根本上保证任何  $N$  值时系统都能涌现很高的合作率  $\alpha$ ,必须依赖显式的协议。

2) 实验二考查自由竞争模式下策略合作率  $\beta$  的演化情况,从个体的内部结构分析合作的深层原因。 $\beta$  被定义为所有策略中“0”的平均比例,

$$\beta = \frac{1}{N_s} \sum_{\text{Agent}} \frac{\sum (1 - \text{Bit}[k])}{L^M} \quad (7)$$

其中: $\text{Bit}[k]$  表示第  $k$  位策略值,  $\text{Bit}[k] \in (0, 1), k = \{0, 1, \dots, L^M - 1\}$ 。

$\beta$  反应了个体策略位的平均合作比,但是每个策略位的重要性并不相同,有的策略位被频繁使用,而有的几乎从未使用。个体策略进化的目的关键是保证那些重要策略位的有效性。因此,有必要以使用频率为权重计算策略位的加权合作率  $\beta(k)$ ,它表示在第  $k$  个策略位对应的博弈情况下,系统中所有策略选择 C 的加权平均数。

$$\beta(k) = \frac{1}{N_s} \sum_{\text{Agent}} \frac{\text{Freq}[k] \cdot \text{Bit}[k]}{\text{Freq}[k]} = 0 \quad (8)$$

其中: $\text{Freq}[k]$  表示第  $k$  个策略位的使用频率。

没有必要测试所有位置的  $\beta(k)$  值,我们仅对一些具有特殊意义的策略位进行联合分析。假设  $M = 3, L = 4$ ,  $\beta(1^*1^*1^*)$  表示连续 3 轮大多数人都选择 C 的情况下,策略选择 C 的加权平均数; $\beta(0^*0^*0^*)$  表示连续 3 轮大多数人都选择 D 的情况下,策略选择 C 的加权平均数。

图 2 是自由竞争模式下,开放系统的策略结构分析图,图 3 则是封闭系统中的情况。图 2 ~ 图 4 中:a 为系统合作率  $\alpha$ ,b 为策略平均合作率  $\beta$ ,c 为策略加权合作率  $\beta(1^*1^*1^*)$ ,d 为策略加权合作率  $\beta(0^*0^*0^*)$ 。

如图 2 所示, $\beta$  值一直在 0.5 上下徘徊,说明个体策略中的 0/1 数目大致相等,没有什么变化。而  $\beta(1^*1^*1^*)$  线与  $\beta(0^*0^*0^*)$  线恰似一个对称的 K 字口,分别在上下两端演化,说明系统中的个体普遍属于相对利己型:一个高位的  $\beta(1^*1^*1^*)$  值表明 Agent 愿意相互协作,追求更高的适应度;一个低位的  $\beta(0^*0^*0^*)$  值表明 Agent 不愿意吃亏,别人不合作时我也不合作。在这种策略的普遍指导下,系统的  $\alpha$  值与  $\beta(1^*1^*1^*)$  值几乎重合,都稳定在一个较高的位置。而在图 3 中,虽然  $\beta$  值仅仅略低于 0.5,但是它的  $\beta(1^*1^*1^*)$  线与  $\beta(0^*0^*0^*)$  线都一直在底线徘徊,说明系统中的个体普遍属于绝对利己型:无论如何都不愿意合作。这种策略主导系统的结果是系统  $\alpha$  值在低位剧烈波动。

实验二印证了前面对绝对利己和相对利己两种 Agent 的分析,也证实了对 NIPD 中“类 TFT”策略的推断——在不吃亏的条件下促进合作。

3) 实验三分析交易成本对中间层协议涌现和协议形式

的影响。表 3 显示了不同 *CheckCost* 值下 DL-NIPD 的系统合作率  $\alpha$  和每一轮的平均检查人数  $\lambda$  ( $CheckFreq \times CheckRate$ )。

从表 3 可以看出,当不存在交易成本或者成本较低时,系统取得较高的  $\alpha$  值,并对应着一个适中的  $\lambda$  值;当交易成本很高时, $\lambda$  值急剧下降,说明系统很难再涌现有效的协议,此时系统  $\alpha$  值已经很接近自由竞争模式。

表 3 不同 *CheckCost* 下的系统性能对比

<i>CheckCost</i>	$\alpha$	$\lambda$	<i>N</i>	<i>G</i>
0	0.9185	0.1872	16	10
10	0.9156	0.1411	16	10
100	0.8278	0.0126	16	10
1000	0.8123	0.0045	16	10
自由竞争模式	0.7812	0.0000	16	1

图 4 显示了不同 *CheckCost* 值下的系统演化情况,它进一步印证了上面的分析。当 *CheckCost* = 0 时,由于没有成本的顾忌, $\lambda$  值一路上扬;当 *CheckCost* = 1000 时,由于交易成本超过了悖论假设 1 的负面作用, $\lambda$  值只有一些零星的涌现;当 *CheckCost* = 10 时, $\lambda$  值先上升,以促进合作涌现,当  $\alpha$  值基本稳定在最大值( $\alpha \approx 1$ ) 时, $\lambda$  值开始逐渐下降,并最终维持在一个适度的水平——即以最少的成本保障协议的有效执行。

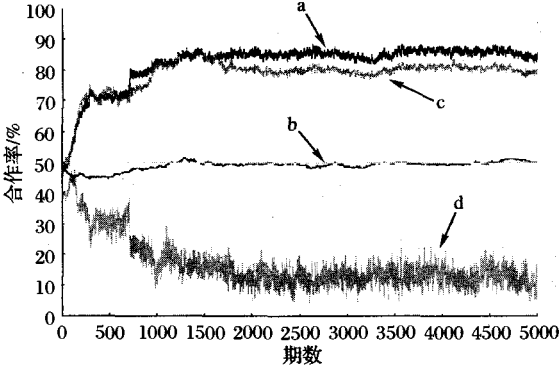


图 2 开放系统的策略结构分析图 ( $N = 16, G = 1, N_s = 160$ )

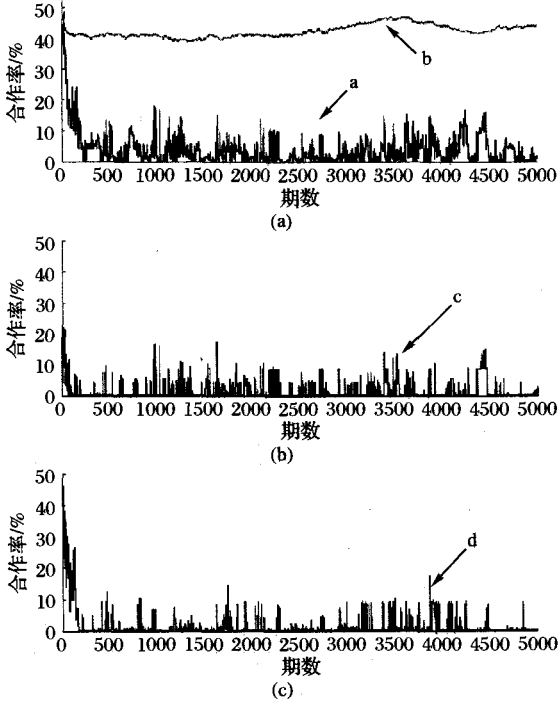


图 3 封闭系统的策略结构分析图 ( $N = 16, G = 1, N_s = 16$ )

实验三说明,交易成本的大小对于个体的聚集和协议的形成十分重要,一个较低的交易成本利于合作局面的涌现。

4 结语

本文针对 NIPD 的合作涌现问题进行了研究。在分析了 NIPD 的收益函数、悖论假设和典型策略之后,结合协同进化的知识,提出了 Agent 和 Group 分层演化的思想,并建立了双层演化的仿真模型 DL-NIPD。实验结果表明,在自由竞争模式下的 NIPD 模型只能在小 *N* 值时维持合作,要从根本上保证任何 *N* 值下系统都能涌现很高的合作率  $\alpha$ ,必须建立起双层的演化模式,通过显式的协议和团队的竞争,来促进微观主体的合作。

在本文的 DL-NIPD 模型中,我们事先设定了 Group 的大小和数目,每个 Agent 对应固定的 Group,并且所有 Group 协议具有相同的模式。这些都是对双层模型的简化,但却与实际情况不符,因此我们准备在后期的扩展模型中,放宽这些假设:

1) 增加 Agent 的“聚合”基因,即 Agent 是加入 Group 还是脱离 Group 完全由其“聚合”基因决定。系统初期只存在独立形式的 Agent,所有 Group 由系统自发演化产生。对于单独存在的 Agent,可以把它看作一个成员数量  $N_c = 1$  的特殊团队。由 Group 适应度的定义式(2)可知,  $\mu_A(j, i)$  与  $\mu_c(j)$  具有可比性,这也正是 Agent 是否愿意聚集为团队,系统能否形成层次的关键。同时,在 Group 中增设“管理成本”,它是一个与 Group 大小  $N_c$  正相关的函数,从而限制  $N_c$  的过度增长。

2) 增加 Group 的“解码”染色体,即一条专门对 Group 的“协议”染色体进行翻译的规则。这样就避免了协议模式的单一化,可以把更多的可能因素引入协议,由系统自己来筛选和组合,自动演化出有效的协议形式。

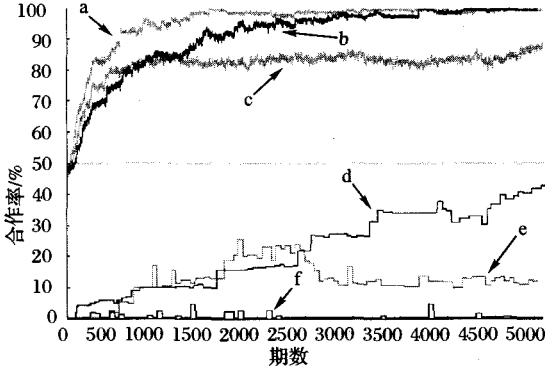


图 4 不同 *CheckCost* 下的系统演化图 ( $N = 16, G = 10$ )

参考文献:

[1] SEO Y G, CHO S B, YAO X. The impact of payoff function and local interaction on the n-player iterated prisoner's dilemma [J]. Knowledge and Information Systems, 2000, 2(4): 461-478.

[2] OKADA A. The possibility of cooperation in an n-person prisoner's dilemma with institutional arrangements [J]. Public Choice, 1993, 77(3): 629-656.

[3] SEO Y G, CHO S B, YAO X. Emergence of cooperative coalition in NIPD game with localization of interaction and learning [C]// Proceeding of Congress on Evolutionary Computation (CEC'99). Piscataway: IEEE Press, 1999(2): 877-884.

[4] NISHIHARA K. A resolution of n-person prisoners' dilemma [J]. Economic Theory, 1997, 10(3): 531-540.

[5] YAO X, DARWEN P. An experimental study of N-person iterated prisoner's dilemma games [J]. Informatica, 1994, 18(4): 435-450.

[6] AXELROD R. The evolution of strategies in the iterated prisoner's dilemma [C]// Genetic Algorithms and Simulated Annealing. San Mateo: Morgan Kaufmann, 1987: 32-41.