

基于广义相对论的涡旋光旋转多普勒效应机理研究

王 刚¹ 蔡远文¹ 任 元¹ 杨跃德² 刘 通¹

(¹ 中国人民解放军装备学院航天装备系, 北京 101416;

² 中国科学院半导体研究所集成光电子学国家重点实验室, 北京 100083)

摘要 为了加深对涡旋光旋转多普勒效应的理解,利用广义相对论对涡旋光旋转多普勒效应进行了机理研究。首先利用坐标变换得到弯曲空间的度规张量,进而得到弯曲空间下电位移矢量和磁感应强度表达式;在此基础上,可推导出旋转系统中的麦克斯韦方程组;然后利用准经典近似条件得到涡旋光因所在参考系转动产生的角频率差;最后,基于上述结论并结合涡旋光的螺旋波阵面特性,得到涡旋光旋转多普勒效应公式。该公式与文献中通过其他方法得到的涡旋光旋转多普勒效应公式相同,证明了该方法的正确性。

关键词 物理光学; 旋转多普勒效应; 涡旋光; 轨道角动量; 广义相对论

中图分类号 O436 文献标识码 A

DOI:10.19519/j.cnki.1672-3392.2018.01.012

1 引言

涡旋光是具有螺旋型相位波前和相位奇点的光束,在传播过程中它的波前会绕着传播方向螺旋前进。涡旋光的相关研究可追溯到1973年科学家Bryngdahl开展的对具有螺旋波前的光波及其产生方法研究^[1],1974年Nye和Berry详细阐述了相位奇点的理论^[2,3],1979年科学家Vaughan和Willets首先发现利用连续激光产生螺旋波前的方法^[4],1983年Zel'dovich和他的同事实验验证了光学奇点的存在^[5],1989年Coullet.P在其文章中介绍的光学涡旋引起了对涡旋光产生方法的研究热潮^[6,7],1990年Yu,V Bazgenov等人发现的叉形光栅法使得涡旋光得以更加简便地产生^[8],1992年荷兰科学家Allen预测螺旋相位对应着轨道角动量,这一发现是涡旋光研究的重要转折点^[9,10],1995年科学家HeH通过观察粒子的旋转验证了这一理论^[11]。

涡旋光的相位中含有角相位因子,若绕涡旋中心一周,则其光场的相位就改变,并且螺旋形相位的中心为相位奇点^[12]。涡旋光中每个光子携带大小为 lh 轨道角动量^[13],其中 h 是约化普朗克常数, l 是任意整数,这是涡旋光区别于普通高斯光的量子特性。

涡旋光旋转多普勒效应由荷兰科学家G. Nienhuis于1996年提出^[14],1998年英国科学家J. Courtial进行了实验验证^[15],并给出了涡旋光旋转多普勒效应公式。2013年英国科学家Martin P. J. Lavery在《Science》上发表了利用涡旋光测量旋转粗糙平面角速率的方法^[16]。

目前对涡旋光旋转多普勒效应中频移的物理机理解释方法主要有:荷兰科学家G. Nienhuis于1996年提出的能量转换法^[14],2002年乌克兰科学家I. V. Basistiy提出的坐标系转换法^[17],英国科学家Miles Padgett于2014年提出的激光多普勒效应类比法^[18],华中科技大学周海龙和西安交通大学付栋之等人于2016年提出

收稿日期 2017-06-26; 收修改稿日期 2017-08-23

作者简介 王刚(1992—),男,硕士研究生,主要从事涡旋光方面的研究工作。E-mail: wg289@mail.ustc.edu.cn

导师简介 蔡远文(1967—),男,教授,主要从事航天装备方面的研究工作。E-mail: caiyuanwen@263.net

基金项目 国家自然科学基金(51475472、61403396),国家863计划(2015AA8018038C)资助项目

的模式展开法^[19]。

现有对涡旋光旋转多普勒效应的机理解释说明了其频移来自于涡旋光和相位器件的能量交换,能量交换形式是相位元件对涡旋光施加螺旋相位时二者之间的作用与反作用,这就说明了涡旋光在发生旋转多普勒效应前后其本身性质发生了变化,由于这一变化是绝对的,因此理论上涡旋光旋转多普勒效应在惯性和非惯性平台下都成立,但是目前关于涡旋光旋转多普勒效应的应用研究仅限于地面等惯性平台下^[16, 20, 21],将涡旋光旋转多普勒效应应用于飞行体、航天器等非惯性平台的研究仍属空白。为了从理论上进一步支撑将涡旋光旋转多普勒效应应用于非惯性平台的研究,本文根据广义相对论对涡旋光旋转多普勒效应机理进行研究,并利用广义相对论的广义相对性原理,从理论上说明将涡旋光旋转多普勒效应应用于非惯性平台的可行性。

2 涡旋光的螺旋波阵面

波阵面又称等相位面,是波源发出的振动在介质中传播经相同时间所到达的各点组成的面,根据惠更斯原理波阵面上各点的相位相同^[22]。常见的高斯激光波阵面是平面或者球形的,而涡旋光的波阵面是螺旋形的,涡旋光的螺旋波阵面来源于方位角相位因子 $\exp(il\varphi)$,波阵面在三维空间中的螺旋度与旋向分别取决于 l 的绝对值与符号,同时平均每个光子携带轨道角动量的大小为 $l\hbar$ 。首先考虑单态涡旋光的螺旋波阵面形状,即 l 的符号非正即负时, $|l|=1$ 的涡旋光代表着其光子具有的轨道动量是 $l\hbar$,其正负分别代表着波阵面的螺旋方向是顺时针和逆时针,此时的涡旋光波阵面就是一条螺旋线,螺旋线单位时间内传播的周期数是涡旋光的频率,因此涡旋光螺旋波形的“松紧”程度是受频率和波长影响的; $|l|=2$ 的涡旋光光子轨道角动量大小是 $2\hbar$,它的波形是两个 $|l|=1$ 的涡旋光波形的叠加,二者振幅、频率完全相同,初始相位相差 π ,也就是两个螺旋线以不同的初始相位的叠加,一个比较形象的比喻是, $|l|=2$ 波形的形状就像

DNA 的双螺旋链,其中每一条链都是 $|l|=1$ 的波形; $|l|=3, 4, \dots$ 的情况可以类推,可以看成 l 条 $|l|=1$ 的涡旋光以初始相位相差 $2\pi/l$ 相互叠加,示意图见图1所示^[23-25]。叠加态涡旋光的轨道角动量拓扑荷数是 $l=\pm n$, n 为正整数,它是由轨道角动量拓扑荷数大小相等,符号相反即螺旋波阵面方向相反,其他性质相同的两束单态涡旋光相干叠加形成; $l=\pm 1$ 的波阵面是 $l=+1$ 和 $l=-1$ 的单态涡旋光螺旋波阵面的叠加,二者初始相位、振幅、频率都相同;以此类推, $l=\pm n$ 的叠加态涡旋光是 $l=+n$ 和 $l=-n$ 的单态涡旋光的叠加。

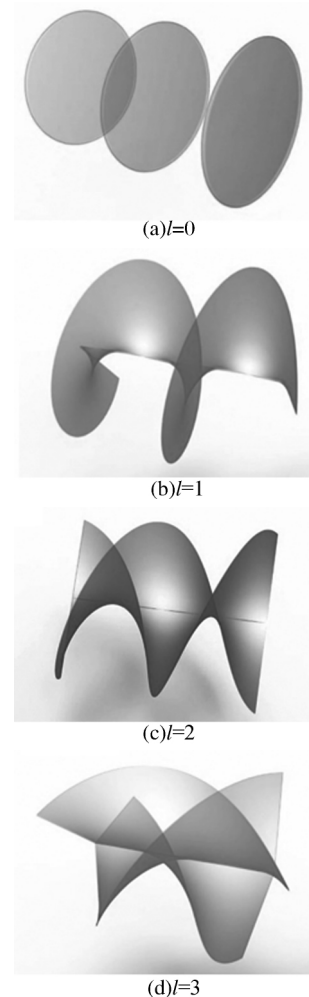


图1 平面波与涡旋光波阵面示意图

Fig.1 Wave fronts of the plane beams and vortex beams

由于涡旋光的波阵面是螺旋形的,因此表示能流传播的坡印廷矢量也是螺旋传播的,一般用 β 表示涡旋光坡印廷矢量与光轴的夹角,并且 β

$=l\lambda/2\pi r$, λ 为波长, r 为螺旋波阵面半径^[26]。涡旋光波阵面的螺旋线形状可以看成一匝匝的圆形线沿轴向展开而成, 因此涡旋光光程只与坡印廷矢量传播速度垂直于轴向的速度分量大小 v_{circle} 有关, 它的物理意义是涡旋光螺旋波阵面中表征圆周运动的速度矢量, 因此可知:

$$v_{\text{circle}} = c \sin \beta \quad (1)$$

在轨道角动量拓扑荷数 l 较小的情况下, 此时也较小, 可利用泰勒公式一阶近似:

$$\sin \beta \approx \beta \quad (2)$$

此时有:

$$v_{\text{circle}} = c \cdot \beta \quad (3)$$

基于上面的讨论可知, 可以通过简单的速度矢量分解实现对涡旋光螺旋波阵面的路径积分, 这对研究涡旋光的性质以及相关物理效应有着很大的帮助, Miles Padgett 提出的激光多普勒效应类比法中就用到了这一思想^[18]。

3 涡旋光旋转多普勒效应机理研究

涡旋光旋转多普勒效应在角速率测量方面的应用得到了各国科学家的重视, 目前的理论和实验研究基本集中在惯性平台下, 但是根据原理分析, 涡旋光旋转多普勒效应也可以应用到非惯性平台下, 比如测量飞行器的自旋角速率, 然而现有的机理解释无法直接有效地说明将涡旋光旋转多普勒效应应用于非惯性平台下是否可行。由于广义相对论下成立的物理规律在任何参考系下都成立且具有相同的形式, 因此利用广义相对论对涡旋光旋转多普勒效应进行解释可以充分说明其在非惯性平台下应用的可行性, 本文首先利用广义相对论的相关理论给出了系统旋转对涡旋光角频率的影响, 再通过分析影响因子以及涡旋光螺旋波阵面的特性得到了涡旋光旋转多普勒效应表达式。

广义相对论是在狭义相对论基础上发展而来的一个关于时间、空间和引力的理论。狭义相对论认为时空与物质互不影响, 研究的背景空间是平直的闵氏空间。广义相对论则进一步指出物质的存在, 会使四维时空发生弯曲而产生引力影响物质的运动, 其研究的背景时空是弯曲的黎

曼空间 $(\mathfrak{M}, g_{\mu\nu})$, 其中 $g_{\mu\nu}$ 为黎曼空间的度规张量^[27]。广义相对论包括两个基本原理, 1) 广义相对性原理, 物理规律不依赖于坐标系的选择, 2) 等效原理, 引力场与惯性场仅在无穷小时空范围内不可区分。

首先通过旋转系统和平直空间的坐标转换对弯曲空间的度规张量进行计算^[28]。假设旋转系统的角速度为 Ω , 且 $\Omega \parallel e_z$, $|\Omega| \ll c$, 并且以系统的旋转中心为坐标原点, 则有:

$$t' = t \quad (4)$$

$$x' = x \cos \Omega t - y \sin \Omega t \quad (5)$$

$$y' = y \cos \Omega t + x \sin \Omega t \quad (6)$$

$$z' = z \quad (7)$$

将上述代换代入到平直空间的度规中, 因为旋转系统的空间不是平直空间而是弯曲空间, 因此可得到弯曲空间的度规为

$$ds^2 = \left[1 - \frac{\Omega^2}{c^2} (x'^2 + y'^2) \right] c^2 dt'^2 + dy'^2 + dz'^2 - 2 \frac{\Omega x'}{c^2} c dt' dy' + 2 \frac{\Omega y'}{c^2} c dt' dx' \quad (8)$$

因为 $|\Omega| \ll c$, 因此在忽略高阶项的前提下, 可得(8)式对应的弯曲空间度规张量为

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\Omega y'}{c} & -\frac{\Omega x'}{c} & 0 \\ \frac{\Omega y'}{c} & -1 & 0 & 0 \\ -\frac{\Omega x'}{c} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

根据弯曲空间度规张量表达式(9)可知, 弯曲空间中电位移矢量和磁感应强度分别为^[28]

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + \left(\frac{\Omega y'}{c}, -\frac{\Omega x'}{c}, 0 \right) \times \mathbf{B} \quad (10)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{E} + \left(\frac{\Omega y'}{c}, -\frac{\Omega x'}{c}, 0 \right) \times \mathbf{E} \quad (11)$$

\mathbf{E} 为电场强度矢量, \mathbf{B} 为磁感应强度矢量。由于旋转系统线速度可表示为

$$\mathbf{v}_R = \Omega \times \mathbf{R} = \left(\frac{-\Omega y'}{c}, \frac{\Omega x'}{c}, 0 \right) \quad (12)$$

将式(10)、(11)和(12)代入到非均匀介质中的麦克斯韦方程^[29], 可得旋转系统中的麦克斯韦方程:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (13)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \quad (14)$$

$$\nabla \cdot \left(\mathbf{E} - \frac{1}{c} \mathbf{v}_R \times \mathbf{B} \right) = 4\pi\rho \quad (15)$$

$$\nabla \times \left(\mathbf{B} - \frac{1}{c} \mathbf{v}_R \times \mathbf{E} \right) = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\mathbf{E} - \frac{1}{c} \mathbf{v}_R \times \mathbf{B} \right) + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \quad (16)$$

ρ 和 \mathbf{j} 分别为电荷密度和电流密度。

根据电磁理论,在电介质中:

$$\rho = -\nabla \cdot \mathbf{P}, \quad (17)$$

$$\mathbf{j} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (18)$$

\mathbf{P} 为电偶极矩。

根据准经典近似理论,该条件下有近似方程:

$$(\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{P}) \propto \exp(-iat + i \int \mathbf{k} \cdot d\mathbf{l}) \quad (19)$$

式中的积分是对环形光路的路径积分,其中 $d\mathbf{l}$ 表示路径微元,将上面三式带入到旋转参考系下麦克斯韦方程组式(13)~(16)中:

$$k^2 \mathbf{E} - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 (\mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}) - 2 \left(\frac{\omega}{c} \right) \left(\frac{\mathbf{v}_R \cdot \mathbf{k}}{c} \right) \mathbf{E} = 0 \quad (20)$$

$$\mathbf{k} \cdot (\mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}) = \frac{\omega}{c} \frac{\mathbf{v}_R}{c} (\mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}) \quad (21)$$

由于在真空中的电偶极矩 $\mathbf{P} = 0$,因此在真空的情况下,上述方程组变为:

$$k^2 - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - 2 \left(\frac{\omega}{c} \right) \left(\frac{\mathbf{v}_R \cdot \mathbf{k}}{c} \right) = 0 \quad (22)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = \frac{\omega \mathbf{v}_R \cdot \mathbf{E}}{c} \quad (23)$$

于是可以得到:

$$\omega \approx \frac{ck}{\left(1 \pm \frac{\mathbf{v}_R \cdot \mathbf{e}_k}{c} \right)} \quad (24)$$

上述利用广义相对论相关条件的讨论给出了环形传播的光因所在参考系旋转角频率发生的变化,由于式(24)得到的角频率变化是相对于系统未发生旋转作用即处于平直空间时的光的角频率,系统旋转引起的变化蕴含在 $1 \pm \mathbf{v}_R \cdot \mathbf{e}_k/c$ 因子中,所以平直空间中 $\mathbf{v}_R \cdot \mathbf{e}_k/c$ 的解析是研究该作用的关键。因此式(24)中的波矢为平直空间中波矢 \mathbf{k}_0 ,式(24)可表达为

$$\omega = \frac{ck_0}{\left(1 \pm \frac{\mathbf{v}_R \cdot \mathbf{e}_k}{c} \right)} \quad (25)$$

由于涡旋光中含有角相位因子 $\exp(il\varphi)$,这说明涡旋光中波阵面是螺旋前进的,且螺旋波阵面每旋转一周相位改变 $2\pi l$ 。图2为半径为 r 的涡旋光螺旋波阵面微元示意图。

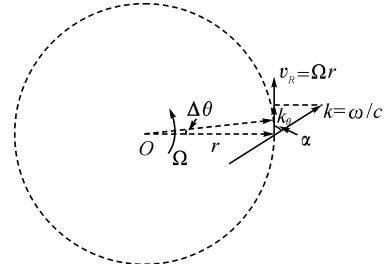


图2 涡旋光螺旋波阵面微元示意图

Fig.2 Sketch map of the vortex beams spiral wave fronts

\mathbf{k} 为涡旋光波矢,与坡印廷矢量同方向^[26], k_θ 为波矢沿切向方向的分量, $v_R = \Omega r$ 表示待测系统的旋转速度, Ω 为系统旋转角速率,夹角 α 为波矢 \mathbf{k} 和线速度 \mathbf{v}_R 之间的夹角, $\Delta\theta$ 为系统旋转角微元。利用相位微元变化的不同表示方法可知切向波矢 k_θ 满足:

$$rk_\theta \Delta\theta = l\Delta\theta \quad (26)$$

可得 $k_\theta = l/r$,波矢 \mathbf{k} 和线速度 \mathbf{v}_R 之间的夹角 α 满足:

$$\cos \alpha = \frac{k_c}{k} = \frac{lc}{r\omega_0} \quad (27)$$

因此,

$$\mathbf{v}_R \cdot \mathbf{e}_k = v_R = \cos \alpha = \frac{lc\Omega}{\omega_0} \quad (28)$$

首先考虑单态涡旋光,由式(25)可知涡旋光由于参考系发生旋转发生频移后的角频率为

$$\omega = \frac{ck_0}{\left(1 - \frac{\mathbf{v}_R \cdot \mathbf{e}_k}{c} \right)} \quad (29)$$

结合(29)式,此时频移量是:

$$\omega - \omega_0 = \frac{ck_0}{\left(1 - \frac{\mathbf{v}_R \cdot \mathbf{e}_k}{c} \right)} - \omega_0 = \frac{\omega_0}{1 - \frac{l\Omega}{\omega_0}} - \omega_0 = \frac{l\Omega}{1 - \frac{l\Omega}{\omega_0}} \approx l\Omega \quad (30)$$

式(30)结论中用到 $l\Omega/\omega_0 \approx 0$ 这一条件,由

于光频极高,因此可以近似看做成立,同时这一近似与 Martin P. J. Lavery 在文章中所用近似 $\sin \alpha \approx \alpha$ 相对应^[16]。

考虑叠加态涡旋光旋转多普勒效应,叠加态涡旋光中两束单态涡旋光的传播方向相反,根据式(25)可知,叠加态涡旋光发生旋转多普勒效应时两束相干叠加的单态涡旋光的角频率分别为

$$\omega_+ = \frac{ck_0}{\left(1 - \frac{\mathbf{v}_R \cdot \mathbf{e}_k}{c}\right)} \quad (31)$$

$$\omega_- = \frac{ck_0}{\left(1 + \frac{\mathbf{v}_R \cdot \mathbf{e}_k}{c}\right)} \quad (32)$$

因此发生旋转多普勒效应后,叠加态涡旋光中两束单态涡旋光的角频率差为

$$\Delta\omega = \omega_+ - \omega_- = \frac{2/\Omega}{1 - \left(\frac{l\Omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (33)$$

二者干涉形成的拍频信号的强度调制频率大小为

$$f_{\text{mod}} = 2|l|\Omega/2\pi \quad (34)$$

基于广义相对论推导出的式(30)和(34)分别与 J. Courtial 和 Martin P. J. Lavery 给出的公式完全吻合,说明在弱引力场和不考虑不同半径时间不同步的无狭义相对论效应的近似条件下,利用广义相对论解释涡旋光旋转多普勒效应

方法的正确性,根据广义相对论的广义相对性,广义相对论条件下的物理规律在任何参考系下都成立,且有相同的数学形式,因此涡旋光旋转多普勒效应在非惯性系下也是成立的;另外涡旋光旋转多普勒效应物理本质是与参考系无关的能量交换,这也可以说明涡旋光旋转多普勒效应在非惯性系下的成立性,上述讨论从理论上说明了涡旋光旋转多普勒效应应用于非惯性平台的可行性。

4 结 论

本文首先介绍了涡旋光,同时讲述了涡旋光旋转多普勒效应的发展脉络及几种机理解释方法,然后重点分析了涡旋光的螺旋波阵面;在此基础上,解析出广义相对论条件下螺旋传播的光因参考系旋转产生的角频率差,再结合涡旋光的性质给出广义相对论条件下涡旋光旋转多普勒效应机理解释和理论公式,通过与现有结论对比说明了该方法的正确性。本文的研究是在弱引力场和无狭义相对论效应的近似条件下完成的,更普适的情况还有待于进一步研究。本文的研究成果不仅丰富了涡旋光的相关理论研究,更重要的是为非惯性平台下涡旋光旋转多普勒效应的应用研究进一步提供了理论依据。

参 考 文 献

- [1] Bryngdahl O. Radial- and circular-fringe interferograms [J]. Journal of the Optical Society of America, 1973, 63(9): 1098-104.
- [2] Nye J F, Berry M V. Dislocations in wave trains [J]. Proceedings of the Royal Society A Mathematical Physical & Engineering Sciences, 1974, 336(1605): 165-90.
- [3] Berry M V. Singularities in waves and rays [D]. Nroth Holland; Poirier Physics of Defects Les Houches Lecture, 1981.
- [4] Vaughan J M, Willetts D V. Interference properties of a light beam having a helical wave surface [J]. Optics Communications, 1979, 30(3): 263-7.
- [5] Baranova N B, Mamaev A V, Pilipetsky N F, *et al.* Wave-front dislocations: topological limitations for adaptive systems with phase conjugation [J]. Journal of the Optical Society of America, 1983, 73(5): 525-8.
- [6] Couillet P, Gil L, Rocca F. Optical vortices [J]. Optics Communications, 1989, 73(5): 403-8.
- [7] D R, T L C, A S G. Propagation dynamics of optical vortices [J]. JOSA B, 1997, 14(11): 3054-65.
- [8] Yu V B, Vasnetsov M V, Soskin M S. Laser beams with screw dislocations in their wavefronts [J]. Nature Genetics, 1990, 47(1): 73-7.
- [9] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J, *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185-9.
- [10] Allen L, Padgett M J, Babiker M. IV The orbital angular momentum of light [J]. Progress in Optics, 1999, 39(1 - 3): 291-372.

- [11] He H, Friese M E J, Heckenberg N R, *et al.* Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity [J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75(5): 826.
- [12] 陆璇辉, 黄慧琴, 赵承良, 等. 涡旋光束和光学涡旋 [J]. *激光与光电子学进展*, 2008, 45(1): 50-56.
LU Xuan-hui, HUANG Hui-qin, ZHAO cheng-liang, *et al.* Optical vortex beams and optical vortices[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2008, 45(1): 50-56.
- [13] 袁小聪. 光学旋涡光场调控与应用 [J]. *光学与光电技术*, 2016, 14(6): 13-6.
YUAN Xiao-cong. Optics vortex light field regulation and application [J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2016, 14(6): 13-6.
- [14] Nienhuis G. Doppler effect induced by rotating lenses [J]. *Optics Communications*, 1996, 132(1): 8-14.
- [15] Courtial J, Dholakia K, Robertson D A, *et al.* Measurement of the Rotational Frequency Shift Imparted to a Rotating Light Beam Possessing Orbital Angular Momentum [J]. *Physical Review Letters*, 1998, 80(15): 3217-9.
- [16] Lavery M P, Speirits F C, Barnett S M, *et al.* Detection of a spinning object using light's orbital angular momentum [J]. *Science*, 2013, 341(6145): 537-40.
- [17] Basistiy I V, Bekshaev A Y, Vasnetsov M V, *et al.* Observation of the rotational doppler effect for optical beams with helical wave front using spiral zone plate [J]. *JETP Letters*, 2002, 76(8): 486-489.
- [18] Padgett M. A new twist on the Doppler shift [J]. *Physics Today*, 2014, 67(2): 58-67.
- [19] Zhou H, Fu D, Dong J, *et al.* Theoretical analysis and experimental verification on optical rotational Doppler effect [J]. *Optics Express*, 2016, 24(9): 5-8.
- [20] Belmonte A, Rosales-Guzmán C, Torres J P. Measurement of flow vorticity with helical beams of light [J]. *Optica*, 2015, 2(11): 1002.
- [21] Rosales-Guzman C, Hermosa N, Belmonte A, *et al.* Direction-sensitive transverse velocity measurement by phase-modulated structured light beams [J]. *Opt Lett*, 2014, 39(18): 5415-8.
- [22] 赵凯华. 光学[M]. 北京: 北京大学出版社, 1984.
ZHAO Kai-hua. Optics[M]. Bei Jing: Peking University Press, 1984.
- [23] 陈理想, 张远颖. 光子高阶轨道角动量制备、调控及传感应用研究进展 [J]. *物理学报*, 2015, (16): 73-85.
CHEN Li-Xiang, ZHANG Yuan-Ying. Research progress on preparation, manipulation, and remote sensing applications of high-order orbital angular momentum of photons[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, (16): 73-85.
- [24] Padgett M, Courtial J, Allen L. Light's orbital angular momentum [J]. *Physics Today*, 2004, 57(5): 35-40.
- [25] Padgett M. Light's twist [J]. *Proc. Math Phys. Eng. Sci.*, 2014, 470(2172): 20140633.
- [26] Leach J, Keen S, Padgett M J, *et al.* Direct measurement of the skew angle of the Poynting vector in a helically phased beam [J]. *Optics Express*, 2006, 14(25): 11919-24.
- [27] 赵峥. 广义相对论的几个问题 [J]. *大学物理*, 2011, 30(5): 9-14.
ZHAO Zheng. Several questions about general relativity[J]. *College Physics*, 2011, 30(5): 9-14.
- [28] 古利娟. 激子极化激元及相位共轭干涉型光纤陀螺仪的理论研究 [D]: 北京: 北京大学, 2014.
GU Li-juan. Theoretical study on excitonic polariton and phase conjugation interferometric gyroscope[D], Beijing: Peking University, 2014.
- [29] 孔金瓯. 麦克斯韦方程 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
KONG Jin-ou. Maxwell Equations[M]. Bei Jing: Higher Education Press, 2004.

Mechanism Research of the Vortex Beams Rotational Doppler Effect Based on General Theory of Relativity

WANG Gang¹ CAI Yuan-wen¹ REN Yuan¹ YANG Yue-de² LIU Tong¹

(1 Department of Spaceflight Equipment, Academy of Equipment, Beijing 101416, China;

2 The State Key Laboratory on Integrated Optoelectronics, Institute of Semiconductors,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, China)

Abstract To deepen the study of the vortex beams rotational Doppler effect(VBRDE), the mechanism of VBRDE based on general theory of relativity is researched in this paper. Firstly, metric tensor in the curved space is figured out by transformation of coordinates, and the electric displacement vector and magnetic induction intensity in the curved space can be further deduced. On this basis, the Maxwell's equations in the rotating coordinate system are worked out. After that, based on the quasi-classical approximation, the angular frequency difference of vortex beams caused by the rotation of reference systems is solved. Finally, the formula of the VBRDE in the general relativity is obtained by combining the results above and the characteristic of spiral wave fronts of the vortex beams. The obtained formula complete-

ly agrees with the equation deduced by other methods in references, demonstrating the correctness of the proposed method.

Key words physical optics; rotational doppler effect; vortex beams; orbital angular momentum; general theory of relativity;