

矩阵乘法的光学实现研究



重庆大学硕士学位论文

(专业学位)

学生姓名：刘 霞

指导教师：韩 亮 副教授

学位类别：工程硕士（电子与通信工程领域）

重庆大学通信工程学院

二〇一七年四月

Research on Optical Implementation of Matrix Multiplication



A Thesis Submitted to Chongqing University
in Partial Fulfillment of the Requirement for
Professional Degree

By
Xia Liu

Supervisor: Assoc. Prof. Liang Han
Specialty: ME (Field of Electronics and
Communication Engineering)

College of Communication Engineering of
Chongqing University, Chongqing, China

April 2017

摘 要

现代科学领域中,许多科学计算问题往往都能够转化为矩阵运算。矩阵乘法是矩阵操作中的一种基本运算,在线性方程组求解、工程技术控制、图像图形处理中应用广泛。光学信息处理技术具有并行性、超高速、大容量、空间互联性等优势,能够实现对海量数据的快速处理。光学矩阵乘法运用光学信息处理技术实现矩阵相乘,充分体现光学信息处理技术的并行性及超高速的特点,有效提高计算效率。为此,本论文提出一种矩阵—矩阵相乘的光学实现方法。具体如下:

1、分析矩阵相乘理论并结合光学 4f 系统原理,提出基于卷积运算的矩阵相乘方法。

2、建立矩阵相乘与光学滤波器关系的数学模型。提出光学矩阵相乘滤波器的编码方法以及相应的解码方法。根据实际光学 4f 系统中图像加载设备和图像采集设备对空、频域滤波器的特殊要求,对空域滤波器进行正负分开存储,对频域滤波器进行归一化和量化处理,设计得到非负的光学矩阵相乘滤波器。另外,针对 4f 系统中图像空间频率特性、空间滤波范围受限以及系统噪声的影响,给出了不同加工方式下输入图像、光学滤波器图像的物理尺寸。

3、采用光学 4f 系统实现矩阵相乘。输入矩阵图像和滤波器图像通过振幅型 SLM 分别加载放置在系统的输入面和频谱面,在输出面放置 CCD 采集光学矩阵卷积的结果,最后根据空域光学矩阵滤波器编码方法进行相应的解码,得到光学矩阵相乘结果。

4、在对 CCD 采集到的光学实验结果图像解码前需要进行阈值分割以及量化来保证实验结果的精度,后续还需去归一化、正负分量相减等后处理操作。

本论文利用 MATLAB 软件进行理想情况下和考虑量化误差情况下的数值仿真实验,搭建实际的光学 4f 系统进行了光学矩阵相乘实验,理想情况下的仿真实验结果与理论值完全一致,考虑量化误差的仿真实验结果与理论值相比具有较小误差,即使是光学实验结果也具有较好的精度。实验结果均证实了本论文方法的有效性。

关键词: 光学信息处理, 光学矩阵相乘, 光学 4f 系统

ABSTRACT

Many problems of scientific computing can usually be transformed into matrix operations in the field of modern science. Matrix multiplication is a basic matrix operation, which is widely used in linear equations solving, engineering control and image processing. Optical information processing technology has the advantages of parallelism, ultra high speed, large capacity and spatial interconnection, and the rapid processing for large amount of data can be realized by it. Optical matrix multiplication is implemented utilizing optical information processing technology, which improve the computing efficiency effectively. Therefore, an optical implementation method of matrix-matrix multiplication is proposed, which is described as follows:

1. By analyzing the matrix multiplication theory and the principle of the optical 4f system, a matrix multiplication method based on the convolution operation is proposed.

2. The mathematical model of the relationship between matrix multiplication and optical filter is established. The coding method of optical matrix multiplication filter and the corresponding decoding method are proposed. According to the special requirement of the image loading device and the image acquisition device in the real optical 4f system, the space filter is separated by positive and negative, and the frequency domain filter is normalized and quantized. Then the non-negative optical matrix multiplication filter is obtained. In addition, considering the influence of image spatial frequency characteristics, the limitation of spatial filtering range and system noise in 4f system, the physical size of the input image and the optical filter are designed.

3. The matrix multiplication is implemented utilizing optical 4f system. The input matrix image and the filter are placed on the input plane and spectrum plane of the system respectively utilizing the amplitude SLM. The CCD is placed on the output plane to collect the optical matrix convolution results. Finally, the optical matrix multiplication result is obtained by the corresponding decoding.

4. It is necessary to perform threshold segmentation and quantization before decoding the optical experiment results collected by CCD for the accuracy of the experimental results. Then the post-processing operations, i.e. inverse normalization, subtraction of positive and negative components are performed.

The numerical simulation experiments are carried out utilizing MATLAB software on the condition of the quantization error or not. The actual optical 4f system is

constructed to carry out the optical matrix multiplication experiment. On the ideal condition, the simulation results are agree with the theoretical values, and the simulation results on the condition of quantization error have little errors compared with the theoretical values. The optical experiments have also better accuracy. The experiment results verified the proposed method.

Keywords: optical information processing, optical matrix multiplication, optical 4f system

目 录

中文摘要.....	I
英文摘要.....	III
1 绪 论.....	1
1.1 引言.....	1
1.2 光学信息处理的发展.....	1
1.3 光学矩阵乘法的发展.....	3
1.3.1 光计算技术.....	3
1.3.2 光学矩阵乘法.....	4
1.4 论文的研究意义和内容.....	5
1.5 论文章节安排.....	6
2 光学矩阵相乘原理.....	7
2.1 引言.....	7
2.2 矩阵运算原理.....	7
2.3 光学矩阵乘法.....	8
2.3.1 光学相乘原理.....	8
2.3.2 光学向量—矩阵乘法器.....	9
2.3.3 光学矩阵—矩阵相乘.....	11
2.4 重要光学系统器件.....	12
2.5 傅里叶光学.....	14
2.5.1 光的衍射理论.....	14
2.5.2 傅里叶透镜的性质.....	16
2.6 本章小结.....	18
3 光学矩阵相乘方法.....	19
3.1 引言.....	19
3.2 矩阵相乘光学实现方法.....	19
3.2.1 光学 4f 系统.....	19
3.2.2 基于卷积的矩阵相乘原理.....	20
3.2.3 光学实现矩阵相乘方案.....	23
3.3 光学矩阵相乘滤波器的设计.....	24
3.3.1 光学矩阵相乘滤波器设计要求.....	24
3.3.2 光学矩阵相乘滤波器的设计方法.....	25

3.3.3 光学矩阵相乘滤波器空域编码	26
3.3.4 光学矩阵相乘结果的解码	28
3.4 光学矩阵相乘仿真实验	29
3.4.1 光学矩阵相乘滤波器的仿真	29
3.4.2 光学矩阵相乘的后处理方法	34
3.4.3 误差分析	35
3.4.4 理想光学 4f 系统的仿真实验	35
3.4.5 引入量化误差的光学 4f 系统的仿真实验	41
3.5 本章小结	44
4 光学矩阵相乘的光学实验	45
4.1 引言	45
4.2 光学系统参数	45
4.3 光学系统调节	46
4.3.1 确定 CCD 的采集位置	46
4.3.2 测量系统的角度偏移	47
4.3.3 频谱面中心调节以及定位	48
4.4 实验中加载在频谱面的滤波器	49
4.5 光学矩阵相乘的实验步骤	51
4.6 光学矩阵相乘实验结果分析	58
4.7 本章小结	61
5 总结和展望	63
致 谢	65
参考文献	67
附 录	71
A. 作者在攻读学位期间发表的论文目录	71
B. 作者在攻读学位期间申请的相关专利	71
C. 作者在攻读学位期间参与的科研项目	71

1 绪 论

1.1 引言

电子计算机的出现，是电学信息处理技术发展的里程碑，让人们摆脱了信息处理过程中繁琐的体力和脑力劳动，处理过程变得更加规范化和程序化。电子计算机随着电子技术的发展突飞猛进，已经取得了辉煌的成就。但是电子计算机由于“瓶颈效应”、难以并行互联、带宽有限等问题的限制，其发展过程受到了越来越多的阻碍。

如今，随着移动通信技术的迅猛发展以及种类繁多的智能终端的出现，人类已经进入了大数据时代，生活中充斥着各种各样信息，人们获取信息的方式更加便捷和多样化，每天浏览网页、看文字、图像、视频等信息已经成为了生活中不可缺少的一部分。这样一来，信息存储量和传输量呈现爆炸式的增长，数据的大量增长和大量传输也对数据的处理工具提出了更高的要求。因此，寻找一种有效而创新的信息处理方法成为全球所有信息处理、高性能计算等研究领域的一项重要挑战。

光学^[1]是一门既古老又年轻的学科，它的发展和人类文明发展一样久远，同时它又蕴藏着很大的希望和潜力，创造出大量的科研成果，让它始终处于现代科学技术的前端。光学信息处理技术是以傅里叶光学为依托成长起来的一门新兴技术，它的核心是傅里叶透镜的变换，同时还包含了激光技术、光学传递函数和全息术等重要内容。与广泛使用的电学信息处理技术相比，光学信息处理有着高速度、二维并行性、容量大、空间传输和抗电磁干扰等优势，光学信息处理的这些特点使其具有重要的科研价值以及广泛的应用前景。

本章首先介绍了光学信息处理的发展状况，然后介绍光学矩阵相乘的研究现状，最后简要地陈述了本论文的主要研究内容以及结构安排。

1.2 光学信息处理的发展

人类从自然界获取的绝大部分感知都是来源于视觉，而光是支撑人类通过视觉获得信息必不可少的途径。光具有光强、波长、频率、振幅、相位等一系列的属性，这些属性都表征着光波所载荷的信息，称之为光学信息。光学图像作为一种重要的光学信息，一般通过光强分布所形成的图像，或相位分布所形成的位相图像来表示光学信息。光学信息处理就是运用光学原理对输入的光学信息进行各种转换和改造。

光学信息处理利用光子作为信号的载体，相对于电子来说，光子具有许多非常特殊的性质，而这些性质正好能够解决当下电学信号处理中诸多问题。比如光

子不带电荷,所以能够在传播过程中避免干扰;光子传播速度快,是电子传输速度无法企及的;光子能承载更多的信息量等等。特别是光束能够承载图像信号,充分体现了光学信息处理具有并行处理能力。光子的这些属性具有重大研究价值,因而吸引了大批科学家从事这方面的研究,从而使得光学信息处理的发展成为一种必然趋势。

光学信息处理技术^[2]是在 20 世纪 60 年代伴随着激光器的问世而迅速发展起来的一门学科。它的历史可以追溯到 1873 年 Abbe^[3]通过对显微镜成像的探讨,阐明了光学系统分辨率与物面空间频谱的联系。1906 年 Porter 实现了空间滤波的实验,两位先驱为光学信息处理的研究和发展做出了举足轻重的贡献。1935 年, Zernike 发明的相衬显微镜获得了诺贝尔物理学奖,并且成功的运用了滤波。1948 年, Gabor 在研究电子显微镜分辨率的同时,提出了以菲涅耳衍射成像构成的全息术。1960 年, Cutrona 等正式提出了用透镜进行傅里叶变换的方案,同年,第一台红宝石激光器的问世,为光学信息处理开启了划时代的革命。

经过科研工作者多年的潜心研究,光学信息处理技术发展迅猛,光学信息处理在光学小波变换^[4-7]、光学多尺度几何分析^[8]、光学加密^[9]、光学压缩感知成像^[10,11]、光谱分析^[12]、光学压缩^[13,14]等领域的研究取得了丰硕的成果。光学信息处理技术之所以能够得到如此强有力的发展,主要归因于它的以下优势:

① 具有良好的并行处理能力。由于在同一个光传输器件(如光纤)中可以实现不同波长的光同时传播并且互相之间不会发生干扰,所以光学系统具有良好的并行处理能力。与传统的电学系统相比,电子通道好比铁路网,只能沿着既定的路线运动,而光学系统就好比航线,我们可以通过光学器件(比如分光镜)来改变光波的走向,将光线分配到不同的处理核心,完成数据的并行处理。这样一来,光学信息系统易于实现二维和三维光学信息的并行处理,特别有利于图像快速处理和传输。

② 具有无法比拟的运算速度,光子在介质中的传播速度接近 $3 \times 10^8 \text{m/s}$,因为光学系统运算速度基本上按光速进行,所以光学处理系统相比其他处理系统有超快的数据运算速度。

③ 具有容量大的特性,光学信息的非常大的空间带宽和频率带宽,保证了信息处理和传递的流畅性。

④ 具有尺寸小的特性,光波的波长比较短,使得光学信息处理器件的体积也大大减小,系统搭建也更加便捷和轻巧。

光学信息处理系统的分类方法多种多样,根据光的时间相干性和空间相干性,可分为两类:一是相干光学处理系统,复振幅处理能力非常强,但是存在严重的相干噪声,对光学装置和元件精度要求苛刻,光学 4f 系统就是一种典型的相干光

学系统。二是非相干光学处理系统，它不存在相干噪声，但是光的非相干性使得光信息只能以强度或者能量的方式表示，限制了系统的处理方法，不利于灵活处理信息。

1.3 光学矩阵乘法的发展

1.3.1 光计算技术

光计算^[15]是光学信息处理的发展和延伸，运算处理过程也更为精细。所谓光计算技术，就是指采用光学方法来实现运算处理和数据传输的技术。光计算秉承了光学信息处理的高速度、并行性、大容量、空间传输和抗电磁干扰的特性，而且易于表达二维信号，受到了广大研究学者的青睐。光学计算机是能够实现光计算操作的光学系统，除了具备以上优点外，还具备大规模可扩展和可实时自重构的特点。

纵观光计算的发展历史，美国麻省理工大学的科学家早在 1969 年就开始了对光计算机可能性探索。1982 年，英国科学家德斯蒙德·史密斯教授研制出世界上第一个光晶体管。1986 年，贝尔实验室发明了利用半导体材料做成的光晶体管。1990 年贝尔实验室研制出第一台光计算机，不过它的装置还不够完善，且只能用来进行简单的计算。2003 年，IBM 公司发现可以让微型碳分子发光，利用它可以构成光计算机的基础。这些丰硕的研究成果为光计算的研究和发展奠定了坚实的基础。

国内在光计算机研究的起步较晚，各个方面都落后于美国、日本，但也有不少的研究成果，时常有高水平的文章发表，在国际上也占据了一席之地。国内关于光计算的研究大部分是综述国外光计算研究工作的进展，同时对国外研究的进展进行追踪、重复、补充和改进，然后在此基础上进行创新，提出新的研究方法。其中比较有代表性的有南开大学现代光学研究所的母国光教授^[16]等在光学神经网络方面做了重要的奠基性工作，为光计算的在国内的研究打下了坚实的基础。中科院上海光学精密研究所信息光学实验室的刘立人^[17-20]等在构建一个光学加法器系统之外，利用多种数字编码方式（混合二进制编码、二进制补码编码）为光学实现矩阵相乘做了大量的研究工作。华中科技大学激光技术国家重点实验室的罗风光等^[21,22]在全混洗交换光互连网络方面的做了重要的研究工作。国防科学技术大学在光学向量矩阵乘法器实验系统方面研究也做出了重要贡献^[23]。

随着光学技术及其他领域技术相互融合，新型光学及光电器件日益成熟。这些技术的融合，在计算领域有着光明的应用前景。新型器件的快速发展，光开关、光互连、光存储等相关技术的突破，极大的推动了信息技术及其应用领域的发展。超快光学开关技术^[24-27]，使得超短时间内光学信息的传输和控制成为可能，控制时间大大缩小。光互连技术^[28-30]在超级巨型计算机等高性能计算领域的成功应用，

将单计算系统的计算速度推上了每秒亿亿次的高峰，并将在不久的将来登上每秒百亿亿次的性能高峰。光学存储^[31,32]的大容量发展，使得海量数据的处理和存储变为可能。相关技术的突飞猛进，引起了我们无限的遐想，光学技术的融入将会迅捷的提高超级计算机的性能。真正的光计算机，在解决超高速、超大容量信息处理等方面，其计算性能应足以使我们瞠目结舌。因此，光学技术在计算机中的大量应用将是不可避免的趋势，并有朝一日将取代电子计算的地位。发展并行光计算技术被认为是能够解决目前超级计算机性能继续提高所面临瓶颈问题的最佳途径。

1.3.2 光学矩阵乘法

光学信息处理所特有的并行性和乘法性质，使得光学矩阵乘法器具有独有的优势，可以达到更加理想的处理结果，是未来信息处理的主流。光学矩阵乘法包括光学向量—矩阵乘法和矩阵—矩阵乘法，其中光学向量—矩阵乘法器是光学矩阵相乘研究的重要组成部分，它可以构成光计算的核心部件——运算器和处理器，是一种高并行的运算器。

光学矩阵乘法的概念的最早出现可以追溯到 1970 年，卡耐基梅隆大学的 R.A.Heinz, J.O.Artman 和 S.H.Lee 不仅提出了光学矩阵乘法概念，并从数学理论上证明了利用相干光学相关技术 (coherent optical correlation) 实现矩阵乘法是可行的^[33,34]。1978 年，美国斯坦福大学的 J.W.Goodman 第一次提出了光学向量矩阵乘法器的理论模型^[35]。该模型的输入向量利用发光二极管来加载，输入矩阵通过一个掩模滤波器来加载，最终相乘结果的记录通过光电探测器实现，成功的实现了数据量为 10 点的离散傅里叶变换。这一重大发现，虽然在当时引起了不小的学术风暴，但当时的光学元器件（如激光器阵列、空间光调制器、光电探测器）的运行速度低、性能差，实现的光学向量矩阵乘法器离真正的光计算还有不小的差距，因此在较长一段时间里向量矩阵乘法器的研究工作进展不大。1989 年，贝尔实验室提出了光互连流水线结构^[36]，这种结构充分利用了光的并行性，使系统的计算能力得到了极大的提高，这种结构也是向量矩阵乘法器 (OVMM) 的雏形。同年，美国海军研究院的 Eugene P.Mosca 等发明了声光型向量矩阵乘法器^[37]，它能够进行 128×128 的矩阵与 128×1 的向量之间的乘法运算，运算速度达到 8×10^5 次/秒。1990 年，伦敦大学提出了采用自由空间光互连技术的可重构多处理器结构^[36]。该结构中每个处理器通过一个自由空间光开关与其它的处理单元通信，自由空间光开关采用向量矩阵乘法结构实现。1996 年，东京大学提出了通用型光电混行计算结构。2004 年，以色列的 Lenslet 公司推出世界上首个商用向量光数字信号处理器 EnLight256TM^[38,39]，它可以实现 256 位向量矩阵乘法，运算速度提升至 8×10^{12} 次/秒，它是 OVMM 研究的转折点，在理论上 EnLight256TM 并没有太多的

突破,但在工艺技术上达到了很高的水平,它完成了从理论到实践的跨越,第一次把光计算带到现实中,预示着计算机进入了光计算时代。另外,Shlomi Dolev 等在 2009 年的 Journal of the Optical Society of America A 上和 2010 年的 Nature Photonics 上报道了他们的最新成果^[40,41],将原 EnLight256TM 中的空间光调制器调制速度从 30KHz 增加到了 125MHz。

光学矩阵乘法技术中最受研究者重视的就是光学向量矩阵乘法器的研究,经过多年的不断探索,取得了丰富的研究成果。国外致力于光向量矩阵乘法相关研究的主要机构有:卡耐基梅隆大学、海军电子实验室中心、德克萨斯技术大学、NASA 爱默士研究中心、美国海军研究所、斯坦福大学等等。最具代表性的产品就是以以色列 Lenslet 公司 2004 年推出的 EngLight256TM 系列产品。

发展至今,光计算领域中光学向量矩阵乘法的理论以及成果已经非常成熟,但光学矩阵—矩阵相乘技术一直是研究难点,进展稍为缓慢,国内外对此的研究很少有重大突破,远不及前者的发展迅速。光学矩阵—矩阵相乘研究中两个热点问题为编码技术和光折变晶体。引入了编码技术的光学矩阵乘法器可以实现多进制、可扩展、大规模矩阵—矩阵乘法运算,并且光学矩阵编码技术可以与成熟的电子计算机技术结合,实现光电一体的高性能光计算系统。文献[18]中 D.Psalitis 提出了二进制乘法转化技术,文献[19]中周常河教授提出了二进制补码编码技术,文献[20]中刘立人教授提出了混合负二进制编码技术,这些编码技术大大提高了矩阵乘法的运算效率。光折变晶体是一种非线性光学材料,光波在通过光折变晶体时与晶体相互作用能形成一系列光折变效应,利用光折变晶体进行矩阵相乘是一种全光运算过程,因此在光计算中有着广泛的应用。文献[42]中提出了利用具有各向异性的 BaTiO₃ 晶体实现矩阵—矩阵相乘的方法。另外,还文献[43]中将数学中的编码方法与光学原理相结合,提出了一种混合负二进制编码的光学矩阵乘法系统,利用光折变晶体的四波混频效应,实现矩阵和矩阵相乘。文献[44]中提出了一种基于 4f 系统的实现光学矩阵相乘的方法,该系统通过一个全息掩模及两个傅里叶透镜串联,最终实现了 4×8 与 8×4 矩阵的光学相乘,并得到了与理论值一致的结果。文献[45]中提出了一种实现多个矩阵实时相乘的光学系统,此系统中最关键的是采用了二维光源阵列来实现三个矩阵同时相乘。

1.4 论文的研究意义和内容

随着信息技术的快速发展,需要处理的信息量越来越庞大,因此对信息处理工具的要求也越来越高。传统的电学技术由于其固有的瓶颈(如互连限制、带宽有限等)逐渐不能实现对海量数据的快速处理。光学矩阵相乘方法是光学信息处理技术与矩阵相乘理论相结合的一种产物,该方法具备光学信息处理技术的并行

性、超高速、大容量、空间互连性诸多优点，成功突破了电学处理瓶颈，有效提升了计算效率，是高速处理信息的有效工具，显示了良好的应用前景。

本文提出的光学矩阵—矩阵相乘方法利用卷积运算原理进行编码，并通过光学 4f 系统来实现，实现光路简单经济，不需要复杂电路辅助就能实现矩阵和矩阵的光学相乘。该方法在简化了计算复杂度的同时有效提高了计算速度，为矩阵—矩阵相乘技术提供了一种新的光学实现途径，有利于矩阵—矩阵相乘技术的进一步发展。

本论文的主要内容为：通过深入研究矩阵相乘理论以及光学信息处理技术，提出了一种基于卷积运算的矩阵—矩阵相乘的实现方法，研究矩阵—矩阵相乘的光学实现方式，对其进行数值仿真实验分析，并搭建了实际的光学系统进行实验，验证了本文方法的正确性。

1.5 论文章节安排

本论文的章节安排如下：

第一章：首先介绍光学信息处理和光学矩阵乘法的发展概况，然后叙述光学矩阵相乘的研究意义，最后就本论文的主要研究内容做了陈述。

第二章：本章首先简要介绍了矩阵相乘原理，然后重点阐述了光学向量—矩阵乘法器的原理以及基于全息技术的光学矩阵—矩阵相乘方法，接着介绍了光学乘法系统中常见的主要构成器件，最后简单陈述了傅里叶光学基础理论。

第三章：本章主要介绍了矩阵相乘的光学实现方法。首先给出了光学 4f 系统构成以及工作原理，提出了利用矩阵卷积实现矩阵相乘的方法，并结合二者给出了矩阵相乘的光学实现方案。然后根据光学 4f 系统对滤波器设计的要求，结合基于卷积运算的矩阵相乘原理，设计出了光学矩阵相乘滤波器，并给出了详细的滤波器空域的编码过程、解码过程以及滤波器的具体设计流程。接着描述了采集到光学实验结果后的具体处理步骤，最后进行了理想情况以及考虑量化误差两种情况下的光学矩阵相乘的仿真实验，并进行了结果分析。

第四章：本章首先介绍了实际的光学 4f 系统光路调节中需要注意的几个重大问题及其解决方法。然后详细描述了对采集到的实际光学实验结果的每一个处理步骤，并给出了相应的处理结果图片，最后通过分析对比仿真实验和光学实验的结果，得出结论。

第五章：结论与展望，简单总结了本论文主要研究成果以及不足之处，并结合在工作过程中所碰到的问题以及对研究成果的分析，指明下一步的研究方向。

2 光学矩阵相乘原理

2.1 引言

光学矩阵运算，主要指与矩阵的加法、减法和乘法等有关的数学运算。用电子计算机实现矩阵的加减运算并不困难，但是如果矩阵很大，实现起来困难就会很大。例如实现两个 $n \times n$ 矩阵的乘法，必须进行 n^3 次乘法操作和 n^3 次加法操作，共需要进行 $2n^3$ 次计算。如果取 $n=1024$ ，则计算次数达到 2.15×10^9 次，即 21.5 亿次，这个数字非常的大。由此可见，用电子计算机来完成这一操作是非常耗费时间的，但是如果利用光的高度并行性和强抗干扰性特点，采用光学手段来实现这一运算理论上只须通过几次甚至一次运算就可以圆满完成，与电子计算机相比就显得非常容易，这是电子学方法无法企及的，所以光学矩阵相乘具有重要的研究意义和价值。

本章的主要内容：首先从数学理论上的矩阵相乘运算原理出发，介绍了光学相乘的计算原理，接着阐述了向量—矩阵乘法器的工作原理以及光学矩阵—矩阵相乘的实现方法，然后介绍了光学系统中主要的光学器件，最后介绍了傅里叶光学中的标量衍射定理、傅里叶透镜的变换性质。

2.2 矩阵运算原理

从数学角度上，一个大小为 $m \times n$ 矩阵就是指包含了 m 行 n 列的以矩形排列的阵列。矩阵运算已经发展成为很多数学分支和学科中研究问题的重要工具，如线性代数、线性规划、高等代数、统计分析以及组合数学等^[46]。

矩阵 \mathbf{A} 中位于第 i 行 j 列的元素被记为 a_{ij} ，或者 $a(i, j)$ 。矩阵 \mathbf{A} 的具体表示形式如下：

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

矩阵 \mathbf{A} 可简单的写成 $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m \times n}$ ，也可被记为 $\mathbf{A} = (a_{ij})$ 或者 $\mathbf{A}_{m \times n}$ 。

设 $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m \times n}$ ， $\mathbf{B} = (b_{ij})_{m \times n}$ 均为大小为 $m \times n$ 的矩阵，那么两个矩阵相加运算表达式如下：

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

设 λ 为常数, $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m \times n}$ 是大小为 $m \times n$ 的矩阵, 那么二者相乘运算的定义为:

$$\lambda \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \cdots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \cdots & \lambda a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} & \cdots & \lambda a_{mn} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

矩阵乘法是矩阵运算中一种非常重要的运算, 同时计算过程较为复杂, 主要通过相乘的两矩阵的行、列元素之间相互对应相乘再相加的方式 (即内积运算的方式) 来实现。设 $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m \times s}$, $\mathbf{B} = (b_{ij})_{s \times n}$, 矩阵乘法运算定义如下:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C} \quad (2.4)$$

其中,

$$\mathbf{C} = (c_{ij})_{m \times n}$$

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{is}b_{sj} = \sum_{k=1}^s a_{ik}b_{kj}, \begin{cases} i=1, 2, \dots, m \\ j=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2.5)$$

\mathbf{A} 、 \mathbf{B} 两矩阵能够相乘的一个重要前提就是: 前一个矩阵 \mathbf{A} 的列数 s 必须等于后一个矩阵 \mathbf{B} 的行数 s 。所得乘积矩阵 \mathbf{C} 的行数就是位置在前的 \mathbf{A} 矩阵的行数 m , 列数就是位置在后的 \mathbf{B} 矩阵的列数 n , 并且乘积矩阵 \mathbf{C} 的第 i 行 j 列元素 c_{ij} 的值即为矩阵 \mathbf{A} 的第 i 行元素与矩阵 \mathbf{B} 的第 j 列元素对应相乘所得的所有数之和。

2.3 光学矩阵乘法

2.3.1 光学相乘原理

类似于累加器是电子计算机的核心运算器, 光学乘法器是光子计算系统的核心运算器, 并且具有可二维并行性。光学乘法器的原理, 简单来说, 就是光学信息处理系统中信息加载和信息转换处理的过程。乘法器简单光路原理如图 2.1 所示, 其中, L_1 、 L_2 表示不同的光调制器件, 如空间管调制器、胶片、光栅、全息图等等; I_0 、 I_1 、 I_2 分别表示经过光调制器件 L_1 和 L_2 前后的光束; $f_1(x, y)$ 为 L_1 的透过率函数, $f_2(x', y')$ 为 L_2 的透过率函数。在不考虑光的衍射等因素的情况下, 当一束振幅为 1 的单色平面波 I_0 照射到 L_1 时, L_1 将对其进行调制, 从 L_1 透过的光束 I_1 此时的复振幅变换为 $f_1(x, y)$, 光束随后经过 L_2 , 光束被进行第二次调制, 得到输出光 I_2 的复振幅为 $f_1(x, y)f_2(x', y')$ 。整个过程实现了两个函数的相乘操作, 其实也就是一个光计算过程, 特别的, 当函数 $f_1(x, y)$ 和 $f_2(x', y')$ 分别代表两不同矩阵时, 此原理就是光学实现矩阵相乘的理论支撑。

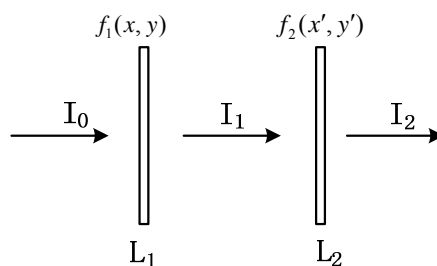


图 2.1 光学乘法原理示意图

Fig.2.1 principles of optical multiplication

2.3.2 光学向量—矩阵乘法器

本小节所介绍的向量—矩阵乘法系统模型是由 Goodman 最早提出的，经过不断的研究和改进，向量—矩阵乘法器的结构如图 2.2 所示，系统主要由信号输入部分、信息处理部分、信号输出部分三部分组成^[47,48]。各部分功能如下：

①信号输入部分主要功能是实现输入信号的加载，并将含有输入信号信息的光束传送到信号处理部分，这部分主要由线阵光源、对输入进行预处理的凸透镜以及柱面透镜组成。

②信息处理部分的主要功能是对输入信号和预先放置在系统中的信号进行相乘运算，这部分主要由光学信息处理元件构成，如空间光调制器等。

③信号输出部分的主要功能是采信号处理后的信息，此部分主要由柱面透镜、光电探测器组成。

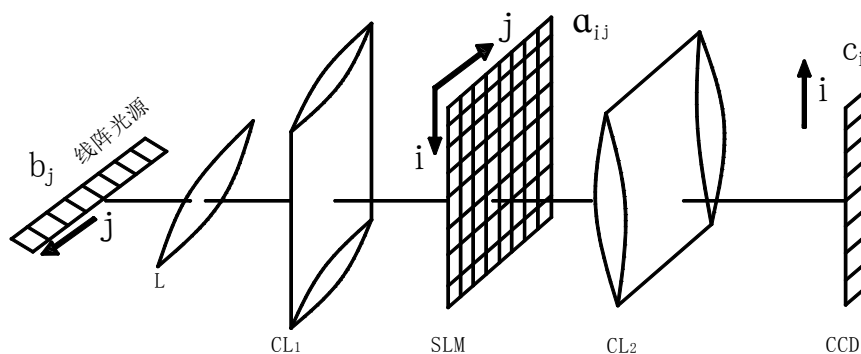


图 2.2 向量—矩阵乘法器结构图

Fig.2.2 Structure diagram of vector-matrix multiplier

其中，凸透镜与柱面透镜之间、柱面透镜与空间光调制器、空间光调制器与柱面透镜、柱面透镜与光电探测器之间的距离均为焦距。系统的工作原理可简单的表述为：线阵光源发出的带有输入信号的光束经过准直凸透镜进行预处理后，

到达起扇入作用的输入柱面透镜处，光束被调制成若干个光带（个数与输入信号的元素个数相同），然后光带在达到空间光调制器时与预置在系统中的信息相乘，最后再通过输出柱面透镜的扇出作用将信号传送到光电探测器处，对光信号进行光电转换，得到最终的输出结果。

下面，我们以一个 $m \times n$ 矩阵 \mathbf{A} 与一个 n 维向量 \mathbf{B} 相乘得到一个 m 维向量 \mathbf{C} 为例来详细说明向量—矩阵乘法器的工作原理。若分别用 a_{ij} ， b_j 和 c_i 表示 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 中的元素，则有

$$c_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_j \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (2.6)$$

首先，将向量 \mathbf{B} 作为输入信号，并通过线阵光源（线阵发光二极管或者线阵半导体激光器）对其进行加载，使线阵光源的 n 个发光器的光强与 $b_j (j=1, 2, \dots, n)$ 的各个值成正比。然后，将矩阵 \mathbf{A} 作为预置在系统内的信息，通过能调制光信息的调制器（例如空间光调制器）来加载，空间光调制器的 $m \times n$ 个像素按矩阵形式排列，通过计算机控制空间光调制器上各个像素点的透射率，使其跟矩阵 \mathbf{A} 中对应点的值 a_{ij} 成固定的比例。线阵光源放置在凸透镜的前焦面处，空间光调制器放置在第一个柱面透镜 CL_1 的后焦面上，第二个柱面透镜 CL_2 放置在距离空间光调制器焦距处，光电探测器（CCD）放置在柱面透镜 CL_2 的后焦面上。

工作原理：线阵光源通过准直透镜 L 的准直后，形成的平行光照射在第一个柱面透镜 CL_1 上，由于柱面透镜 CL_1 在水平方向具有扇出作用，而在竖直方向不起作用，所以 b_j 在 i 变化的方向（竖直方向）被 CL_1 复制形成一条光带，若在 j 方向上固定一点，从该点往上下延伸的方向上所有的光强都是一样的，并且光强正比于 b_j 。光束到达 SLM 后与矩阵 \mathbf{A} 完成相乘运算，从 SLM 输出像元 (i, j) 的光波强度正比于 $a_{ij} b_j$ 。光束经过 CL_2 柱面透镜以后，被聚焦到垂直放置的探测器阵列 CCD 上。 CL_2 在水平方向不起作用，在垂直方向上具有扇入的功能，使得 SLM 的输出光的第 i 行所有像素的光都集中在第 i 个探测器上。因为所采用的线阵光源是非相干的，所以它们发出的光是相互独立的，第 i 个光电探测器的输出正比于向量相应元素 c_i 。上述过程以采用非相干光源为前提，从几何光学角度分析，未考虑光的干涉与衍射的影响，是一种理想情况。若采用相干光源，由于干涉和衍射的存在，会使得探测平面上光强的分布不均匀，分析就较为复杂。

从上述光学—向量矩阵乘法器工作原理可以看出，所有的乘法运算和加法运算都是通过并行的方式来进行，这样充分显示了光学信息处理在并行性上的优势。一般为了便于光学实现，矩阵 \mathbf{A} 和向量 \mathbf{B} 元素一般采用只含有“0”和“1”两个值的二进制数。例如，若线阵光源处的加载向量 $\mathbf{B}=(1 \ 0 \ 1)$ ，SLM 上的加载矩阵

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 那么我们将会得到向量 $\mathbf{C} = (1 \ 2 \ 2)$, 满足式 (2.6)。

2.3.3 光学矩阵—矩阵相乘

本小节将详细介绍文献[44]中提出的光学实现矩阵相乘方法, 该方法是典型的利用全息技术原理来光学实现矩阵相乘的方法, 通过光学 4f 系统来实现, 原理如下:

如果两个矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 相乘, 数学表达式如下:

$$p(j,i) = \sum_l a(j,l)b(l,i) \quad (2.7)$$

利用光学 4f 系统来进行矩阵相乘运算的过程为: 矩阵 \mathbf{B} 放置在输入面, 在输出面得到结果矩阵 \mathbf{P} , 矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 的相乘运算在光从输入面传播到输出面这一个过程中完成。这个过程的数学表达为

$$p(j,l) = \sum_m \sum_l \mathbf{G}(j,m)H(m)\mathbf{G}(m,l)b(l,i) \quad (2.8)$$

其中, $H(m)$ 为全息掩模的复振幅分布, $\mathbf{G}(j,m)$ 和 $\mathbf{G}(m,l)$ 为傅立叶变换矩阵, 对比公式 (2.8), 我们可以得到:

$$\sum_{m=1}^M \mathbf{G}(j,m)H(m)\mathbf{G}(m,l) = a(j,l) \quad (2.9)$$

当光学变换系统的参数满足如下表示的一组关系式时, 那么求解式 (2.9) 所示的方程组可以通过简便的矩阵运算实现。关系式为

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_1 \Delta x}{f \lambda} = \frac{1}{M}, \\ \frac{\Delta x \Delta x_2}{f \lambda} = \frac{1}{J}, \\ M = J \times L \end{cases} \quad (2.10)$$

其中, Δx_1 , Δx 和 Δx_2 分别是输入、全息透镜和输出面的采样周期, L, M 和 J 分别是上述三平面的 x 方向或者 y 方向的取样数目, f 是系统所用的傅立叶透镜的焦距, λ 是波长, r_1 是输入平面的取样光孔宽度和取样周期之比。

当满足上述关系时, 那么由公式 (2.9) 可以推出如下关系式:

$$H(m) = \sum_j \sum_l \exp(i2\pi mj/J) a(j,l) \exp(i2\pi lm/M) \quad (2.11)$$

进行光学实验时, 全息模板 $H(m)$ 可以通过计算全息的方法得到, 放置在光学 4f 系统的频谱面, 最后在输出面得到光学矩阵相乘结果从而实现了光学矩阵—矩阵相乘。

利用全息技术实现矩阵相乘,不仅制作工艺复杂,而且精度低。另外,除了全息技术以外,基于编码技术的光学矩阵相乘^[18-20]以及基于光折变晶体的光学矩阵相乘^[42]也是光学矩阵—矩阵相乘的重点研究问题。引入了编码技术的光学矩阵乘法可以进行多进制、可扩展、大规模矩阵—矩阵乘法运算,并且光学矩阵编码技术可以与成熟的电子计算机技术结合,得到光电一体的高性能光计算系统。但是基于编码的光学矩阵相乘方法需要考虑进位和反馈电路等问题,结构复杂,并且精度较低。光折变晶体是一种非线性光学材料,光波在通过光折变晶体时与晶体相互作用能形成一系列复杂、特殊的光折变效应,这些效应能够成为光学信息处理的重要方法,因此在光计算中有着广泛的应用。利用光折变晶体实现光学矩阵相乘的方法是一种全光计算方法,但是由于光折变晶体的特殊性质,实验中读出光的入射角度和位置都经过精确的调整才能得到,实现难度较大。

2.4 重要光学系统器件

① 空间光调制器

从定义来看,空间光调制器(Spatial Light Modulator, SLM)是指一类能将信息加载在一维或者二维的光场中的器件^[49-52],它能够充分利用光的高速度、并行和互连能力来对信号进行处理。在光学信息处理系统中,信息的输入以及输出大都是通过二维矩阵的方式来加载和呈现的,这些都可以通过空间光调制器的加载来实现。空间光调制器在随时间变化的电驱动信号或者其他信号的控制下,可以改变空间上光分布的振幅或者强度、相位、偏振态以及波长。它的这些特点使得其成为光学信息处理系统中的核心器件,也将成为新型的光计算系统中发挥重要功能的器件之一。

从结构来看,空间光调制中含有大量的独立小单元,这些独立单元组成了一维(或者二维)的阵列。独立单元可以是物理上分割的小单元,也可以是无物理边界的连续整体,由于器件材料的分辨率和输入图像或信号的空间分辨率有限,从而形成一个个小单元。这些小单元各自相互独立的接收光学或电学的输入信号,并通过各种物理效应来改变自身的光学特性,比如改变相位、振幅、光强度、频率或者偏振态等,从而实现对输入光波的空间调制(或者变换)。我们把这些独立小单元叫做空间光调制器的“像素”,把控制像素的光信号(或者电信号)称为“写入光”,或“写入电信号”,把照射整个器件并被调制的输入光称为“读出光”,经过空间光调制器后出射的光称为“输出光”,如图 2.3 所示。形象的说,空间光调制器可以看作一块透射率或其它光学参数分布能够按照需要进行快速调节的透明片。显然,写入信号应该含有控制调制器各个像素的信息。

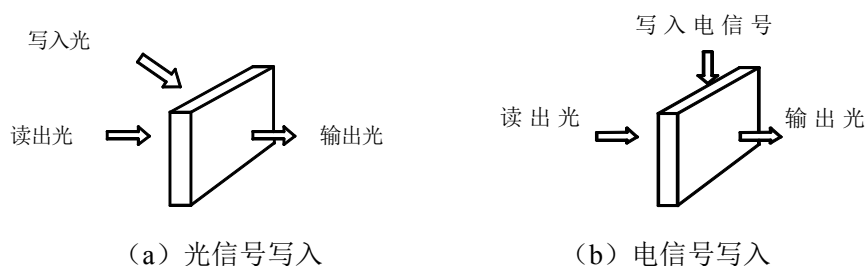


图 2.3 空间光调制器示意图

Fig.2.3 Schematic diagram of spatial light modulator

从分类来看,若根据写入信号的不同(写入信号可以是光学信号,也可以是电信号),可以分为电寻址空间光调制器(E-SLM)和光寻址空间光调制器(O-SLM)两类。E-SLMs 通过电信号对输入光进行调制来控制输出光的状态,在形式上由许多单个分立的元素和像素组成。而 O-SLMs 则是以光电转换的形式在输入输出域上并行完成各种处理,多为模拟的非像素单元构成,所以从应用角度又可相应的将空间光调制器分为数字和模拟两类。若按照输出光输出方式的不同,可分为反射式空间光调制器和透射式空间光调制器两类。若按照按照功能区分,可分为三大类:一是光寻址空间光调制器,主要用来作非相干到相干的图像转换或非线性光阈值处理,代表性器件有液晶光阀、微通道板、普克尔斯读出光学调制器(Pockels Readout Optical Modulator, PROM)等。二是电寻址空间光调制器,主要作用是电信号转换到二维光学图像,代表性器件有铁电液晶屏等。三是智能型空间光调制器(智能像素),主要特点是每个像素上都带有集成电路处理器,附有电子处理功能。

从功能来看,空间光调制器是一种提供实时或者准实时的一维或者二维光学传感器件和运算器件,在光学信息处理系统中,它是系统和外界信息交换的窗口。当它作为系统的输入器件是,它的功能主要是将待处理的原始信息处理成系统所要求的输入形式。此时空间光调制器可作为输入加载器,实现电—光转换、串行—并行转换、非相干光—相干光转换、波长转换等等。当它作为处理和运算器件时,可以实现光放大、向量—矩阵或者矩阵—矩阵乘法、对比反转、波面形状控制等。

总之,空间光调制器作为光学信息处理系统中的核心部件,广泛的应用于成像投影、光束分束、激光束整形、相干波前调制、相位调制、光学镊子、全息投影、激光脉冲整形等诸多领域。

② 光电探测器

CCD (Charge Coupled Devices) 是电荷耦合器件的简称,由贝尔实验室的

W.S.Boyle 和 G.E.Smith 在 1970 年发明的^[53,54]，由于它有光电转换、信息存储、延时和将电信号按顺序传送等功能，且集成度高、功耗低等优点，因此在发明之后就得到了飞速发展，现已经是是图像采集及数字化必不可少的关键器件，广泛应用于科学、教育、医学、商业、工业、军事和消费领域。

CCD 不同于其它的光电探测器，它不是以光电流或电压为信号，而是以电荷包的形式存储和传送信息的。CCD 是一种固态图像传感器，从结构上来说，它就是按一定规律排列的 MOS（金属-氧化物-半导体）电容组成的阵列。它以一块 P 型或者 N 型的纯净单晶硅为衬底，然后再衬底上生长一层非常薄（约 120nm）二氧化硅，再在二氧化硅上扩散一层接受光子辐射的掺杂多晶硅，形成规则的 MOS 电容器阵列，外围通过扩散不同的绝缘层沟道密布在单晶硅上，最后加上电源和控制信号引线做成集成芯片就是 CCD 图像传感器。

按照像素排列方式的不同，可以将 CCD 分为线阵 CCD 和面阵 CCD 两种。CCD 之所以在光学固体成像中占据主导地位而且应用越来越广泛，不仅仅是因为它能获取较好的图像质量、功耗低，价格低廉。而是相比于其他光电探测器，它有着许多独特的优势：

- 1) 具有很高的分辨率。由于 CCD 的像元尺寸小，所以对于同样物理尺寸大小的传感器，它比其他探测器能够探测到更多的像素点，从而分辨率就越高。
- 2) 具有非常好的响应均匀性，能够保证图像不失真。
- 3) 具有较高的信噪比。由于 CCD 芯片物理结构决定通过电荷耦合，电荷转移到共同的输出端的过程基本没有噪声，使得 CCD 器件噪声极低，从而信噪比很高；
- 4) CCD 的暗电流^[55]很小。暗电流对器件的动态范围以及信号处理能力的影响很大，常温下，CCD 的暗电流密度可以达到 $2\sim 10\text{pA/cm}^2$ ；
- 5) 具有很高的灵敏度。灵敏度代表传感器的光敏单元收集光子产生电荷信号的能力。CCD 的灵敏度比 CMOS 图像传感器要高 30%~50%。这主要因为 CCD 像元耗尽区深度可达 10mm，具有可见光及近红外光谱段的完全收集能力。
- 6) 具有较高的占空比。全帧转移结构占空比接近 100%。

2.5 傅里叶光学

2.5.1 光的衍射理论

光绕过障碍物偏离直线传播路径而进入阴影区里的现象，叫光的衍射^[56]，衍射这一现象几何光学中光具有波动性的表现。假设现在有单色光照射在有限孔径 Σ 上，在光线传播方向上距离 z 处放置一个接收屏，接收屏所在平面与有限孔径所在平面平行，那么从孔径上任意一点 $P_1(x_1, y_1)$ 到接收屏上任意一点 $P_0(x_0, y_0)$ 的距离

r_0 可表示为 $r_0 = \sqrt{z^2 + (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}$ 。

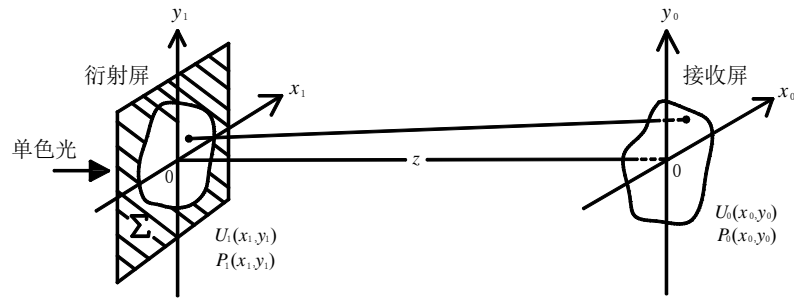


图 2.4 衍射的几何关系示意图

Fig.2.4 Schematic diagram of the geometric relationship of diffraction

惠更斯—菲涅耳原理中指出，波前上每一个点都可看做是次波中心，光场中某一点的扰动是包围光源的任一封闭面波前上所有点发出的次波在该点的相干叠加。为了将惠更斯-菲涅耳原理变化为更简单、更好用的形式，我们对 $P_0(x_0, y_0)$ 点和 $P_1(x_1, y_1)$ 点之间的距离 r_0 做近似处理。处理之前， r_0 表达式可以改写为：

$$r_0 = z \left[1 + \left(\frac{x_0 - x_1}{z} \right)^2 + \left(\frac{y_0 - y_1}{z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

① 菲涅耳近似

用形如 $\sqrt{1+b} = 1 + \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}b^2$ 的方式将式 (2.12) 展开，取前两项做近似，此时我们只考虑到了 z 轴附近的区域，故也称此种条件下的近似为傍轴近似，那么我们将得到：

$$r_0 \approx z \left[1 + \left(\frac{x_0 - x_1}{z} \right)^2 + \left(\frac{y_0 - y_1}{z} \right)^2 \right] \quad (2.13)$$

此式称为菲涅耳近似，从而可以得到傅里叶变换形式的菲涅耳衍射公式：

$$\begin{aligned} U_0(x_0, y_0) &= \frac{\exp(jkz)}{jkz} \exp \left[j \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2) \right] \\ &\times \iint_{\Sigma} U_1(x_1, y_1) \exp \left[j \frac{k}{2z} (x_1^2 + y_1^2) \right] \exp \left[-j \frac{k}{\lambda z} (x_0 x_1 + y_0 y_1) \right] dx_1 dy_1 \\ &= \frac{\exp(jkz)}{jkz} \exp \left[j \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2) \right] F \left\{ U_1(x_1, y_1) \exp \left[j \frac{k}{2z} (x_1^2 + y_1^2) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.14)$$

可以看出，式中除了一个相乘的常数相位因子外，它是紧靠孔径右方的复场与一个二次相位因子的乘积的傅里叶变换形式。

② 夫琅禾费衍射

如果近似条件比菲涅耳近似更强，当 z 满足 $z \gg \pi(x_1^2 + y_1^2)_{\max} / \lambda$ 时，即当是一

个远场衍射时，我们将得到：

$$\begin{aligned}
 U_0(x_0, y_0) &= \frac{\exp(jkz)}{jkz} \exp\left[j \frac{k}{2z}(x_0^2 + y_0^2)\right] \\
 &\times \iint_{-\infty}^{\infty} U_1(x_1, y_1) \exp\left[-j \frac{k}{\lambda z}(x_0 x_1 + y_0 y_1)\right] dx_1 dy_1 \\
 &= \frac{\exp(jkz)}{jkz} \exp\left[j \frac{k}{2z}(x_0^2 + y_0^2)\right] F\{U_1(x_1, y_1)\}
 \end{aligned} \quad (2.15)$$

此时接收屏附近的区域称为夫琅禾费衍射区，该区域所产生的衍射，就称为夫琅禾费衍射，此时我们忽略了相位因子 $(x_1^2 + y_1^2)$ 影响，式(2.15)中的积分项因子就是傅里叶变换的准确变换式，所以有限孔径经过夫琅禾费衍射之后再观察平面上得到的复振幅正比于物体的傅里叶变换（物体的空间频谱）。这是空间滤波理论的基础，也是傅里叶光学的根基所在。

2.5.2 傅里叶透镜的性质

傅里叶透镜是基于傅里叶光学的光学系统中至关重要的元器件。正是由于透镜可以进行傅里叶变换这一重要特性，使得其在光学信息处理中具有举足轻重的地位。本小节内容将介绍将物平面置于透镜前焦面，接收屏置于透镜后焦面时，进行准确的傅里叶变换的过程。

通常，透镜的相位变换表达式可以写作：

$$t(x, y) = \exp(-jk \frac{x^2 + y^2}{2f}) \quad (2.16)$$

这个式子是表示一个薄透镜对入射光的效应的基本表示式。若透镜前侧的场分布为1，那么透镜后侧的场 U' 可以表示如下：

$$U'(x, y) = \exp(-jk \frac{x^2 + y^2}{2f}) \quad (2.17)$$

① 输入紧靠透镜前侧

设一个平面输入透明片，其振幅透射比为 $t_1(x, y)$ ，紧靠着放在一个焦距为 f 汇聚透镜之前，如图2.5所示，

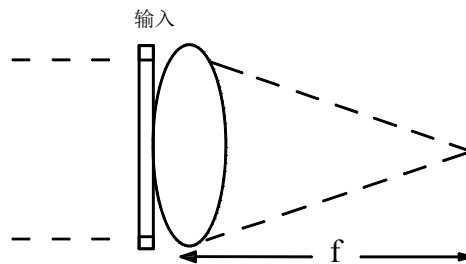


图 2.5 输入紧靠透镜光路图

Fig.2.5 Optical path diagram of input object close to the lens

假定输入被一个振幅为 A 的单色平面波垂直入射均匀照明，这时到透镜后侧的振幅分布为

$$U'(x, y) = U(x, y) \exp(-jk \frac{x^2 + y^2}{2f}) \quad (2.18)$$

其中， $U(x, y)$ 为紧靠透镜前的光分布，并且 $U(x, y) = At_1(x, y)$ ， $U'(x, y)$ 为紧靠透镜后的光分布，我们可以通过菲涅耳衍射公式 (2.14) 求得透镜后焦面的场振幅分布为：

$$U_f(u, v) = \frac{\exp\left[j \frac{k}{2f}(u^2 + v^2)\right]}{j\lambda f} \times \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) \exp\left[-j \frac{k}{\lambda f}(xu + yv)\right] dx dy \quad (2.19)$$

我们可以看到，透镜后焦面上的场分布正好是入射到透镜上的场的夫琅禾费衍射图样，所以我们可以得到透镜的位相变换作用，我们可以在也可以近场观察到物体的远场衍射图样，即夫琅禾费衍射。

② 输入位于透镜之前

当输入放在透镜之前距离为 d 之处，如图 2.6 所示，

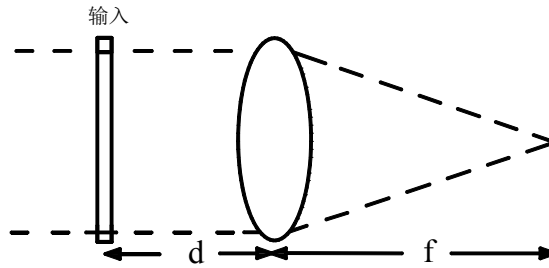


图 2.6 输入位于透镜之前光路图

Fig.2.6 Optical path diagram of input object before the lens

同样由一个垂直入射的振幅为 A 的平面波照明。物体的振幅投射比仍然用 $t_1(x, y)$ 来表示，那么公式 (2.18) 可以改写为：

$$U_f(u, v) = \frac{\exp\left[j \frac{k}{2f}(1 - \frac{d}{f})(u^2 + v^2)\right]}{j\lambda f} \times \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) \exp\left[-j \frac{k}{\lambda f}(xu + yv)\right] dx dy \quad (2.20)$$

与式 (2.19) 对比，我们发现，在变换积分之前，仍旧有一个二次相位因子，并且相位因子中，多了一个相乘因子 $(1 - \frac{d}{f})$ 。特别地，当 $d=f$ 时，积分前的相位因子会完全被消掉。所以，当输入放置在透镜的前焦面时，相位弯曲会消失，得

到准确的傅里叶变换关系。这个就是透镜能够进行傅里叶变换的理论支撑。

③ 输入位于透镜之后

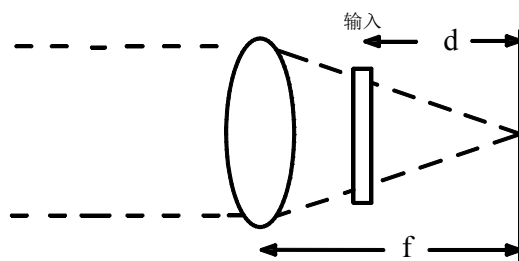


图 2.7 输入位于透镜之后光路图

Fig.2.7 Optical path diagram of input object after the lens

如图 2.7 所示，物置于透镜之后，仍考虑接受面在透镜的后焦面的情况。照明光波变为经过透镜会聚的球面波，经过物函数的调制后，再经过一个菲涅耳衍射过程到达透镜的后焦面，透镜后焦面上的光场分布为：

$$U_f(u, v) = \frac{\exp\left[j\frac{k}{2d}(u^2 + v^2)\right]}{j\lambda d^2} \times \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) \exp\left[-j\frac{k}{\lambda f}(xu + yv)\right] dx dy \quad (2.21)$$

因此，除了差一个二次相位因子外，后焦面上的振幅分布是由透过透镜孔径部分的输入的傅里叶变换表达式。

2.6 本章小结

本章主要对光学矩阵相乘的相关理论进行了详细的描述。首先从数学理论的角度介绍了矩阵的相加运算，与常数相乘运算，与矩阵相乘运算的原理。然后由光学实现矩阵相乘的原理出发，详细介绍了向量矩阵—乘法器系统的结构以及工作原理，并给出了详细的推导过程，接着介绍了系统中起到至关重要作用的光学器件——空间光调制器（SLM）以及 CCD，最后介绍了傅里叶光学中的标量衍射理论，其中标量衍射理论分为近场衍射——菲涅耳衍射以及远场衍射——夫琅禾费衍射，详细给出了二者的推导公式，紧接着介绍了傅里叶光学中重要的光学元件——傅里叶透镜的性质，结合衍射理论和透镜变换函数，详细阐述了透镜傅里叶变换作用的机理。

3 光学矩阵相乘方法

3.1 引言

第二章主要介绍了光学矩阵相乘的理论及傅里叶光学中的基本理论。通过理论的研究我们发现,现存的光学实现矩阵—矩阵相乘的方法还存在制作工艺难度大,精度低,光路复杂难以调节等缺陷。据此,本章节提出了一种基于 4f 系统的光学矩阵—矩阵相乘方法,本方法利用基于卷积运算的矩阵相乘原理进行编码,并通过光学 4f 系统来实现,实现起来方便简单。因此,本章首先介绍光学信息处理系统——光学 4f 系统的基本原理,提出基于卷积的矩阵相乘原理,再结合二者并根据光学信息处理系统对光学矩阵相乘滤波器的要求,设计出适合加载在 SLM 上的光学滤波器,并且给出详细的设计过程以及光学矩阵相乘滤波器的仿真结果。接着阐述了 CCD 采集结果的后处理过程,给出理想 4f 系统情况下以及考虑器件量化误差情况下的光学矩阵相乘的仿真结果,最后对结果进行分析,研究本文提出的矩阵相乘的光学实现方案的可行性。

3.2 矩阵相乘光学实现方法

3.2.1 光学 4f 系统

从信息论角度来说,一个完整的信息系统包含输入函数、传递函数、输出函数。光学 4f 系统作为一种经典的光学信息系统,不但具备信息系统的性质,而且具有光学特殊性。4f 系统的输入、传递、输出函数都是空间的二维信号,通过光波的形式来表征。根据傅里叶透镜的性质,光学 4f 系统中放置在傅里叶透镜的前焦面的物通过透镜后可以在傅里叶透镜的后焦面得到其准确的傅里叶变换,因此 4f 系统在光学信息处理系统中取得了广泛的应用^[57]。其光路如图 3.1 所示:

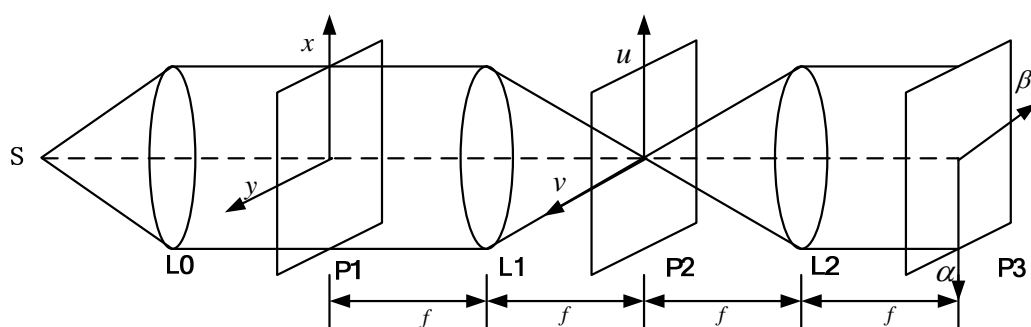


图 3.1 光学 4f 系统原理图

Fig.3.1 Schematic diagram of optical 4f system

其中：S 为光源，P1 平面（ xy 平面）为图像输入面，P2 平面（ uv 平面）为频谱面，P3 平面（ $\alpha\beta$ 平面）为输出面，三个平面两两之间各放置一个透镜，分别为 L1、L2，其中输入面 P1 到第一个透镜 L1 的距离、第一个透镜 L1 到频谱面 P2 的距离、频谱面 P2 到第二个透镜 L2 的距离、第二个透镜 L2 到输出面 P3 的距离均为焦距 f ，这也是光学 4f 系统名称的由来。

光学 4f 系统的工作流程描述为：若将输入信号 $f(x, y)$ 置于输入面，那么经过傅里叶透镜 L1 的变换，将在频谱面将得到输入的频谱 $F(u, v)$ ；相应的，若在频谱面加载光学矩阵相乘滤波器 $h(x, y)$ 的频域形式 $H(u, v)$ ，那么经过傅里叶透镜 L2 的变换，在输出面上将得到 $F(u, v)$ 与 $H(u, v)$ 乘积的傅里叶逆变换，也就是输入信号与滤波器函数的卷积结果。

从信息系统的角度分析，光学 4f 系统在空域的主要作用是实现了两个信号的卷积运算，

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) \quad (3.1)$$

其中 $f(x, y)$ 为二维输入信号， $h(x, y)$ 为二维传递函数， $g(x, y)$ 为二维输出信号。

若将信号从空域变换到频域，式 (3.1) 变为如下表达式：

$$G(u, v) = F(u, v) \cdot H(u, v) \quad (3.2)$$

其中输入信号的频域形式为 $F(u, v)$ ，传递函数的频域形式为 $H(u, v)$ ，输出信号的频域形式为 $G(u, v)$ 。4f 系统中，傅里叶透镜具有傅里叶变换的性质，那么我们可以得到信号在空域和频域的关系如下：

$$FFT\{f(x, y) * h(x, y)\} = F(x, y) \cdot H(x, y) \quad (3.3)$$

$$g(x, y) = FFT^{-1}\{F(u, v) \cdot H(u, v)\} \quad (3.4)$$

其中 $g(x, y)$ 就是通过 CCD 接收到的光学矩阵相卷积在空域的的图像。

3.2.2 基于卷积的矩阵相乘原理

通过研究矩阵相乘原理和卷积原理我们发现，通过某种特定的数据变换，可以利用两个矩阵的卷积来实现数学矩阵相乘。本章的滤波器设计、滤波器仿真、以及光学矩阵的仿真实验都是以此为基础的，下面我们将详细的说明利用卷积运算实现矩阵相乘的过程。

假设有矩阵 \mathbf{A} 大小为 $m \times s$ ，矩阵 \mathbf{B} 的大小为 $s \times n$ ，若将二者相乘将得到矩阵 \mathbf{C} ，即 $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C}$ ，此时 \mathbf{C} 的大小为 $m \times n$ ，具体的运算表达式如下：

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{ms} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{sn} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{s1} & \cdots & b_{sn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

上式的具体运算过程是这样的：若矩阵 \mathbf{A} 用行向量的方式来表示，那么

$\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_m)^T$ ，同样的，以行向量方式表示矩阵 \mathbf{C} ，则 $\mathbf{C} = (\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_m)^T$ ，矩阵 \mathbf{B} 按列向量表示为 $\mathbf{B} = (\mathbf{\beta}_1, \mathbf{\beta}_2, \dots, \mathbf{\beta}_n)$ 。将矩阵 \mathbf{A} 按行进行分解后，将得到 m 个行向量 \mathbf{a}_i ($i=1, 2, \dots, m$)。若将第 i 个向量 $\mathbf{a}_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$ 与矩阵 \mathbf{B} 相乘，根据矩阵相乘运算原理，矩阵 \mathbf{C} 中的对应的第 i 个行向量 $\mathbf{c}_i = (c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{in})$ 即为所求结果。从此过程我们看出，矩阵相乘原理可以这样理解，矩阵相乘实质就是第一个矩阵 \mathbf{A} 所有行向量与第二个矩阵 \mathbf{B} 的所有列向量之间依次做内积运算的结果，内积运算的定义如下：

所谓内积，就是将两个向量中的对应元素相乘后再相加，相加所得之和即为内积运算结果。内积运算的前提是两个向量的维数相同，对于维数同为 n 的向量 $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ 和 $\mathbf{k} = (k_1, k_2, \dots, k_n)$ 来说，内积运算的公式为

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{f}, \mathbf{k} \rangle &= f_1 k_1 + f_2 k_2 + \dots + f_n k_n \\ &= \sum_{i=1}^n f_i k_i \end{aligned} \quad (3.6)$$

那么，对于矩阵相乘运算来说，矩阵 \mathbf{C} 中的每一个元素值 c_{ij} 就是两个向量 \mathbf{a}_i ， $\mathbf{\beta}_j$ 的内积：

$$\begin{aligned} c_{ij} &= \langle \mathbf{a}_i, \mathbf{\beta}_j \rangle = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \dots + a_{is} b_{sj} \\ &= \sum_{s=1}^s a_{is} b_{sj} \end{aligned} \quad (3.7)$$

另外，根据卷积定理，两向量 ξ 与向量 η 相卷积的过程可表示为

$$\mathbf{y}(i) = \xi(i) * \eta(i) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \xi(k) \times \eta(i-k) \quad (3.8)$$

其中，若向量 ξ_i 的长度为 n ，向量 η_i 的长度为 m ，卷积结果 \mathbf{y} 的长度为两向量长度值相加再减一，即 $m+n-1$ 。从公式 (3.8) 中可以看出，向量卷积的过程是这样的：向量 ξ 保持不变，向量 η 以纵轴为中心翻转 180° ，然后依次往 ξ 向量方向平移一个单位，每平移一个单位两向量对应的元素相乘后再相加，直到两向量不再有相交元素为止。特别的，当 $m=n$ 时，两向量的长度相等，此时卷积结果 \mathbf{y} 的长度为奇数 $2n-1$ ，位于 \mathbf{y} 中最中间的那个元素就是向量 η 反序后的所得向量 η' 与向量 ξ 的做内积运算后的结果。

在前文中我们也提到，矩阵相乘实质是两矩阵中的行、列向量两两分别求内积的结果。从这个过程中得到启示：如果将其中的一个向量进行反序后再进行卷积运算，那么所得结果向量的正中间的位置的值就是原始两个向量的内积结果。更进一步，如果将两个向量都扩展为矩阵，那么我们就将其中一个矩阵进行一定的编码处理，就可以通过矩阵的卷积运算得到矩阵相乘的结果。

先以向量与矩阵相乘为例，将矩阵 \mathbf{A} 中任意向量 $\mathbf{a}_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{is})$ 进行转置

和反序后得到的向量 $\alpha'_i = (a_{is}, a_{i(s-1)}, \dots, a_{i1})^T$ ，将其与矩阵 \mathbf{B} 相卷积得到矩阵 \mathbf{D} ，即 $\alpha'_i * \mathbf{B} = \mathbf{D}$ ，表示为：

$$\begin{pmatrix} a_{is} \\ a_{i(s-1)} \\ \vdots \\ a_{i1} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{s1} & \dots & b_{sn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_{s1} & d_{s2} & & d_{sn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{(2s-1)1} & d_{(2s-1)2} & \dots & d_{(2s-1)n} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

其中，矩阵 \mathbf{D} 行数为向量 α'_i 与矩阵 \mathbf{B} 的行数相加减 1，为 n ，列数为向量 α'_i 与矩阵 \mathbf{B} 的列数相加减 1，为 $2s-1$ 。向量与矩阵的卷积原理可类比于向量与向量的卷积原理，不同之处在于，向量与矩阵的卷积中向量 α'_i 依次与矩阵 \mathbf{B} 中第 i 个列向量 β_i 相卷积得到一个列向量 $\mathbf{d}_i (i=1, 2, \dots, n)$ ， \mathbf{d}_i 依次排开后构成矩阵 \mathbf{D} 。根据上述的卷积运算和矩阵相乘运算之间的关系，可以在矩阵 \mathbf{D} 中得到数学矩阵相乘的结果，即为矩阵 \mathbf{D} 中最中间一行（即第 s 行）的向量 $(d_{s1}, d_{s2}, \dots, d_{sn})$ ，更具体的说，这一行值就是向量 α_i 与矩阵 \mathbf{B} 的数学相乘结果。

利用上述性质进行推广，如果我们将矩阵 \mathbf{A} 按行分解成若干行向量，然后依次进行上述原理中的反序、倒置等操作，再与另一矩阵 \mathbf{B} 卷积，就能够在每个卷积结果中得到每个行向量和矩阵相乘的结果。从矩阵 \mathbf{D} 中可以看出，向量与矩阵的卷积结果中除了中间满足数学矩阵相乘的一行有效值 $(d_{s1}, d_{s2}, \dots, d_{sn})$ 外，还存在很多无效值，但这些无效值是卷积过程中必然存在的，这跟卷积运算性质相关：卷积结果相对于被卷积的两个函数来说，结果的大小会扩展成二者大小之和减一。也就是说，我们要想通过卷积得到“有效值”，就必须保证矩阵 \mathbf{A} 中的每一个向量与矩阵 \mathbf{B} 卷积过后的结果矩阵不被其他结果矩阵叠加而破坏掉。所以我们可以通过这样的方式来实现矩阵和矩阵相乘：将由矩阵 \mathbf{A} 分割得到的行向量进行反序、转置操作后，依次横向排列构成一个矩阵，然后在相邻的列向量中间补充足够的零。这样在进行卷积操作后，每个向量与矩阵 \mathbf{B} 的卷积结果矩阵不会互相叠加而破坏掉数学矩阵相乘结果，那我们就能在每个向量卷积的结果的最中间行的位置得到矩阵数学相乘的结果。具体的实现步骤如下：

- 1) 将矩阵 $\mathbf{A}_{m \times s}$ 按行分割，得到 m 个行向量。
- 2) 将步骤 1) 中得到的各个行向量依次进行反序、转置操作，得到 m 个新的列向量。
- 3) 上述列向量与矩阵 $\mathbf{B}_{s \times n}$ 进行卷积运算所得结果的大小均为 $(2s-1) \times n$ ，将每个列向量依次按照卷积结果的列数 n 进行补零操作，在每个列向量右侧补 $n-1$ 列零后得到 m 个大小为 $s \times n$ 子矩阵，子矩阵的表达形式为：

$$\begin{pmatrix} a_{is} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{i(s-1)} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

4) 将上述 m 个子矩阵进行依次横向排列合成一个新的矩阵, 然后将合成矩阵与矩阵 \mathbf{B} 进行卷积运算, 得到的卷积结果的行数为 $2s-1$, 列数为 $(m+1)n-1$ 。

5) 取卷积结果矩阵中最中间的行向量的部分元素 (第 s 行中第 1 列至 $m \times n$ 列的元素), 然后根据 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 相乘的结果矩阵 $\mathbf{C}_{m \times n}$ 的排列方式将各元素依次排列, 即为矩阵相乘的结果。

这个就是利用矩阵卷积实现矩阵的数学相乘的整个过程。

3.2.3 光学实现矩阵相乘方案

在 3.2.1 小节中, 详细介绍了光学 4f 系统的工作原理, 该系统能够实现卷积运算, 并且通过节 3.2.2 的分析, 本文提出的矩阵相乘的方法就是通过矩阵的卷积运算来实现的。所以在本文中, 利用光学 4f 系统来实现光学矩阵相乘是可以行的。基于 4f 系统的光学实现矩阵相乘的详细分析过程如下:

① 输入信号。将矩阵 \mathbf{B} 以图像的形式 f 作为输入信号放置在系统的输入面, 经过第一个傅里叶透镜后, 在频谱面将得到输入信号的傅里叶变换式子, 亦即输入信号的频谱:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dx dy \quad (3.11)$$

② 构造光学矩阵相乘滤波器。将矩阵 \mathbf{A} 进行编码处理后, 得到空域形式的矩阵相乘滤波器, 记为 $h(x, y)$, 再将 $h(x, y)$ 转换到频域, 即进行傅里叶变换, 得到矩阵相乘滤波器的频域形式 $H(u, v)$,

$$H(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dx dy \quad (3.12)$$

将 $H(u, v)$ 放置在频谱面, 这样, 二者在频谱面相乘得到

$$\begin{aligned} F(u, v)H(u, v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dx dy \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dx dy \end{aligned} \quad (3.13)$$

③ 矩阵相乘的光学实现。上述频域相乘结果再通过第二个傅里叶透镜, 进行逆傅里叶变换, 得到

$$g(x, y) = FFT^{-1}\{F(u, v) \cdot H(u, v)\} = f(x, y) * h(x, y) \quad (3.14)$$

最后在输出面得到矩阵的卷积的结果。然后根据节 3.2.2 所述原理, 在卷积结果的

最中间行的位置读取到数学矩阵相乘的结果。

3.3 光学矩阵相乘滤波器的设计

3.3.1 光学矩阵相乘滤波器设计要求

采用光学方法实现矩阵相乘，由于设计过程当中进行了傅里叶变换，信号有了从空域到频域的这一个转换，因此在设计光学矩阵相乘滤波器的时候，不仅要考虑空域还要考虑频域变换，而对于常用的滤波器卷积变换，仅考虑空域变换即可。而且，基于 $4f$ 系统的光学矩阵相乘滤波器的空域和频域都有一些要求^[58]。

① 空域形式

本文中，在输出面我们采用数码相机的 CCD 来进行图像的采集。CCD 是一种特殊半导体器件，上面有很多相同的感光元件，每个感光元件叫一个像素。CCD 在摄像机里是一个极其重要的部件，它起到将光线转换成电信号的作用。

一般情况下，若光学矩阵相乘中采用的空域滤波器系数是既有正数又有负数的结构，那么根据卷积公式 $g(x, y) = f(x, y) * h(x, y)$ （假设 $f(x, y)$ 为输入图像， $h(x, y)$ 为空域形式的滤波器），得到的结果也是包含正数和负数的。如果滤波器系数是一个有正有负的矩阵，而输入图像是全为正数的矩阵时，那么 $g(x, y)$ 将是一个有正有负的矩阵。

本系统完成的光学矩阵相乘实质上就是输入图像与空域矩阵滤波器的卷积过程，即传输到 CCD 上的结果 $g(x, y)$ 的系数是有正负的。由于 CCD 器件本身的特性，只能接收到信号的绝对值，如果用 CCD 接收输出结果前 $h(x, y)$ 不进行处理的话，势必会造成误差，所以需要对滤波器 $h(x, y)$ 进行一定处理，使其系数变为非负的实数，才能确保 CCD 采集到的结果与输入到 CCD 上的信号相同，避免误差的产生。

② 频域形式

在光学 $4f$ 系统中，实现光学滤波器的方式主要有以下几种^[58]：胶片，全息图，光栅，空间光调制器。

其中，虽然全息图的方法和设计光栅方法可以在实现光学滤波器的时候不求频域滤波器系数为实数，也就是说，滤波器可以是负数，也可以是复数，但是它们的设计难度大，实现比较困难，并且精度也不高。

而空间光调制器和胶片都是通过把曝光期间内的入射光强线性地变换为透过率这一方式来实现调制的，但胶片方法的精度较之于空间调制器方法要低，加之，空间调制器还有可按需动态变化这一优点。所以本文选用振幅型 SLM 来加载光学矩阵相乘滤波器。

振幅型 SLM 要求加载的滤波器必须为非负的实数。根据傅里叶变换理论，如

果信号在时域是一个实数且偶的函数，则其傅里叶变换一定也是一个实且偶的函数。本文中我们加载在 SLM 上的滤波器就是频域形式的，所以就要求函数在空域时是实数且关于原点对称的函数。本文中所设计滤波器都是根据 SLM 加载的限制条件来设计的，滤波器均关于原点对称，因此对空域滤波器不需要进行奇偶变换操作。

3.3.2 光学矩阵相乘滤波器的设计方法

节 3.3.1 中详细给出了加载在空间光调制器上的光学矩阵相乘滤波器所必须满足的条件，本节主要描述光学矩阵相乘滤波器的具体设计流程，参考文献[57]中的光学滤波器的构造方法，得到光学矩阵相乘滤波器的具体设计过程如下：

① 空域滤波器正负分开

在节 3.3.1 中已经提到，在本文中，光学矩阵相乘中用来设计成空域滤波器的矩阵是既有正数又有负数的结构，由于 CCD 器件本身的特性，只能捕捉到信号的绝对值，为了避免误差的产生，需要对滤波器的空域形式 $h(x, y)$ 进行一定改进，使其系数变为非负的实数，才能保证 CCD 采集到的结果与输入到 CCD 上的信号相同。

具体的处理方法用公式可表示为

$$f(x, y) = f_p(x, y) - f_n(x, y) \quad (3.15)$$

其中

$$f_p(x, y) = \begin{cases} f(x, y), & f(x, y) \geq 0 \\ 0 & f(x, y) < 0 \end{cases}$$

表示对光学矩阵相乘滤波器取正系数生成的滤波器，

$$f_n(x, y) = \begin{cases} -f(x, y), & f(x, y) < 0 \\ 0 & f(x, y) \geq 0 \end{cases}$$

表示对光学矩阵相乘滤波器取负系数，然后取绝对值生成的滤波器。

对于光学矩阵相乘而言，生成的滤波器通过在空域分别按正、负进行存储，最终得到两个滤波器。

② 校正矩阵的生成

在节 3.3.1 中已经提到，为了能加载在空间光调制器上，生成的光学矩阵相乘滤波器系数必须全为实数，但一般来说，矩阵通过傅立叶变换后所得的矩阵系数大多都是包含复数的。根据离散傅里叶变换理论，当输入矩阵同时满足对称性以及矩阵系数全为实数这两个条件时，矩阵进行傅立叶变换后的系数可以通过校正矩阵的校正后变成实数，本文的光学矩阵相乘滤波器这是根据这个限制条件来设计的。

得到的二维矩阵相乘滤波器的校正矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(u, v) &= \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} e^{-j(\frac{N}{2}-1)\frac{2\pi}{N}(u+v)} = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} e^{j(u+v)\pi} e^{-j\frac{2\pi}{N}(u+v)} \\ &= \begin{cases} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}(u+v)} & \text{当 } u+v \text{ 为偶数时} \\ -\sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}(u+v)} & \text{当 } u+v \text{ 为奇数时} \end{cases} \quad (3.16) \end{aligned}$$

③ 归一化

由节 3.3.1 可知, 为了能够加载在 SLM 上, 频域形式的滤波器系数需满足非负条件。对于光学矩阵相乘滤波器而言, 滤波器在空域进行正负分开后被分解为两个只包含正数的滤波器, 然后对这两个滤波器进行傅里叶变换, 得到的频域滤波器系数不仅含有复数, 还含有负数, 经过步骤②, 我们利用校正矩阵解决了复数问题, 但是还是存在负数的问题。因此, 需要进行归一化把滤波器系数提升为正数。

设经过步骤①②处理之后的滤波器为 $F(u, v)$, 其最大值为 F_{\max} , 最小值为 F_{\min} (如果 $F_{\min} > 0$, 则令 $F_{\min} = 0$), 对二维滤波器频域形式按式(3.17)方法进行归一化:

$$F_n(u, v) = \frac{F(u, v) - F_{\min}}{F_{\max} - F_{\min}} \quad (3.17)$$

经过以上 3 个步骤处理后的滤波器就满足了节 3.3.1 提出的光学要求。

3.3.3 光学矩阵相乘滤波器空域编码

在节 3.2.2 中详细说明了利用矩阵卷积来实现矩阵相乘的原理, 为了设计光学矩阵相乘滤波器, 不仅要考虑上节中系统对滤波器的设计要求, 还必须根据基于卷积运算实现矩阵相乘原理进行空域编码, 下面将详细介绍光学矩阵相乘滤波器的编码过程。

对于两矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 相乘得到 \mathbf{C} , 即 $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C}$, 光学矩阵相乘滤波器根据矩阵 \mathbf{A} 来进行编码。矩阵 $\mathbf{A}_{m \times s}$ 的结构如下所示:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{ms} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

① 矩阵的转置和反序

卷积公式的运算规则是这样的, 先将其中一个变量保持不变, 然后另一个变量进行反序, 再依次平移一个单位错位相乘再相加得到最后结果。如若想通过卷积运算得到我们需要的数学相乘结果, 则需要将矩阵 \mathbf{A} 进行转置处理, 然后再逐列反序 (或者先对矩阵逐行反序, 再将矩阵转置), 使其能够利用矩阵的卷积运算来实现矩阵的数学相乘。此时矩阵 \mathbf{A} 变为 \mathbf{A}' :

$$\mathbf{A}' = \begin{pmatrix} a_{1s} & a_{2s} & \cdots & a_{ms} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

② 矩阵的列分解

根据①步骤中得到的 \mathbf{A}' 矩阵按列向量的形式进行分解，得到如下形式：

$$\mathbf{A}' = (\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_n) \quad (3.20)$$

其中， $\mathbf{a}_i = (a_{1s}, a_{1(s-1)}, \cdots, a_{11})$ 为分解的列向量，然后根据列向量 \mathbf{a}_i 与矩阵 \mathbf{B} 卷积结果的大小来分别对每个列向量进行补零操作，得到一系列单独的子矩阵 \mathbf{A}_i ， \mathbf{A} 矩阵中一共可以得到 m 个这样的小矩阵，每个小矩阵当做一个子矩阵。

③ 光学矩相乘阵滤波器的合成

本文提出的是要光学实现矩阵与矩阵相乘，区别于向量—矩阵相乘的一个关键点就是通过将多个向量—矩阵相乘并行实现，从而达到矩阵与矩阵相乘的目的。步骤②中所得的 m 个子矩阵就放在并行处理系统的 m 个通道中，每个通道都能得到一个向量—矩阵相乘的结果。将步骤②中的所有子矩阵 $\mathbf{A}_i (i=1, 2, \cdots, m)$ 做并行处理的具体方法就是在水平方向上通过首尾相接的方式合并所有子矩阵得到一个合成矩阵 \mathbf{AA} ，

$$\mathbf{AA} = (\mathbf{A}_1 \quad \mathbf{A}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{A}_n) \quad (3.21)$$

这里的矩阵 \mathbf{AA} 就是光学矩阵相乘滤波器在空域的“有效值”部分。

④ 光学矩阵相乘滤波器的对称化

如节 3.3.2 中所述，在滤波器设计过程中，为了使加载在频谱面的滤波器都为实数，我们需要在将空域滤波器进行傅里叶变换后再乘以一个校正矩阵，而要想在乘以校正后得到的滤波器系数全为实数就要必须满足一个条件：矩阵相乘滤波器的空域形式是一个对称矩阵。所以，我们还需要将这个合成矩阵 \mathbf{AA} 进行对称化处理。

处理过程如下：假设合成矩阵 \mathbf{AA} 位于直角平面坐标的第二象限，先将合成矩阵 \mathbf{AA} 关于 y 轴对称进行翻转 180° ，得到矩阵 $\mathbf{AA1}$ ，然后将得到的 $\mathbf{AA1}$ 矩阵关于 x 轴对称翻转 180° 得到矩阵 $\mathbf{AA2}$ ，将 $\mathbf{AA2}$ 放置在第四象限，最后分别在第一和第三象限放置与合成矩阵 \mathbf{AA} 大小一样的零矩阵，这样我们就得到了一个对称的合成空域滤波器。空域滤波器对称化后的示意如图 3.2 所示：

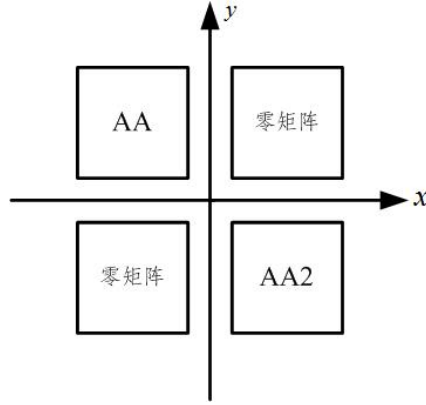


图 3.2 空域滤波器最终形式

Fig.3.2 The final form of filter in space domain

通过上述的编码过程我们发现，后续处理过程中的“有效值”部分就是位于第二象限（左上角）部分的子矩阵 \mathbf{AA} 的值，其他三个象限的值仅是因为对称化处理而产生的。所以在后续仿真实验和光学实验中，我们一般在左上角的“有效值”部分截取我们最终的矩阵相乘结果。

在完成光学矩阵相乘滤波器的空域编码后，再按照节 3.2.2 所述的光学滤波器设计方法进行空域正负分开、频域校正、归一化等处理，得到最终的光学矩阵相乘滤波器。

3.3.4 光学矩阵相乘结果的解码

在节 3.3.3 节中，详细介绍了光学矩阵相乘滤波器的空域的编码过程，并且说明了在最终矩阵结果中，左上角部分才是“有效值”部分，需要在此部分截取最终的矩阵相乘结果。下面以一个实例来说明在“有效值”截取最后矩阵相乘结果的过程。

例如矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 与矩阵 $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ 数学相乘，得到矩阵 $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 11 & 4 \\ 23 & 8 \end{pmatrix}$ ，即 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 4 \\ 23 & 8 \end{pmatrix}$ ，根据上节所述编码过程，首先将矩阵 \mathbf{A} 进行编码处理，变换成合成矩阵 $\mathbf{AA} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ 。然后将矩阵 \mathbf{AA} 与矩阵 \mathbf{B} 做卷积运算，得到矩阵 $\mathbf{C}' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 & 0 \\ 11 & 4 & 23 & 8 \\ 5 & 2 & 15 & 6 \end{pmatrix}$ 。

对比矩阵 \mathbf{C}' 和矩阵 \mathbf{C} 的所有元素，可以看出矩阵 \mathbf{C} 中第 2 行的 1 至 4 个元素 (11 4 23 8) 就是矩阵 $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 11 & 4 \\ 23 & 8 \end{pmatrix}$ 中的 4 个元素。以此类推，假设矩阵 \mathbf{A} 的大

小为 $m \times s$ ，矩阵 \mathbf{B} 的大小为 $s \times n$ ，则光学矩阵相乘的解码过程步骤如下：

- 1) 首先锁定“有效值”区域，即合成矩阵 \mathbf{AA} 与矩阵 \mathbf{B} 相卷积所得结果。
- 2) 然后截取有效值部分第 s 行的值第 1 至 $m \times n$ 的元素值。
- 3) 最后将所截取的元素值依次按照矩阵 \mathbf{C} 中的排列方式进行排列，这样就得到了最终的矩阵相乘结果。

至此，光学矩阵相乘滤波器的编码以及解码过程就全部完成了。在本文的光学系统中，由于是利用空间光调制器（SLM）来加载光学矩阵相乘滤波器，因此需要设计空域和频域滤波器系数均满足非负这个条件，之后的工作就是根据节 3.3.1 至节 3.3.3 所描述方法的各个步骤构造频域形式的光学矩阵相乘滤波器。光学矩阵相乘滤波器的具体构造流程如图 3.3 所示。

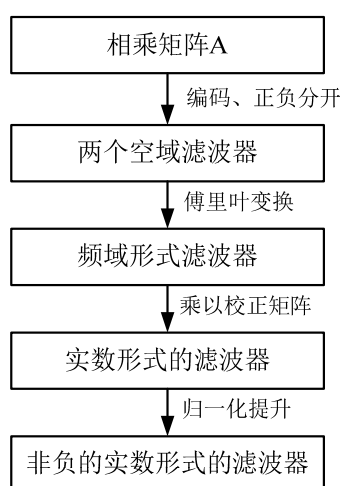


图 3.3 光学矩阵相乘滤波器的设计流程图

Fig.3.3 Design flow diagram of optical matrix multiplication filter

3.4 光学矩阵相乘仿真实验

3.4.1 光学矩阵相乘滤波器的仿真

① 滤波器加工

由于本文实验中的输入图像、滤波器都是根据低阶矩阵来设计的，所以输入图像和滤波器的物理尺寸比较小，这显然是不适合进行光学实验的。因为光学试验中存在不可避免的相干噪声等，若物理尺寸过小会导致有用信息尺寸被相干噪声破坏，并且光学实验中存在的衍射，也会对光学试验结果产生干扰。

文献[59]一文中提出，在实际的光学 $4f$ 系统实验中，光学小波频域形式的滤波器点数跟输入图像大小、 $4f$ 系统的器件（如空间光调制器，CCD）的采样特点以及系统噪声相关，所以光学小波的空间滤波范围应该通过光学实验来确定。所以本文中我们也需要考虑通过不同的加工方式来处理输入面的输入信号，频谱面

的滤波器，这样才能保证输出面的光学结果的准确性。具体原理介绍如下：

空间频率可以用空间周期的倒数来表示，单位为 lp/mm。对于数字图像，假定相邻两像素间距为 d_i ，则其采样频率为：

$$f_s = \frac{1}{d_i} \quad (3.22)$$

当采样频率确定后，采样信号所能表现的最大的信号频率为采样频率的一半。因此，相邻两像素间距为 d_i 的数字图像所能表示的信号的最大空间频率为

$$f_i = \frac{1}{2d_i} \quad (3.23)$$

平面波的空间频率是傅里叶光学中常用的物理量，设平面波的波长为 λ ，透镜的焦距为 f ，波矢量为 \vec{k} ，（ \vec{k} 的方向余弦为 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ ），在满足近轴条件的情况下，若透镜前焦面的输入信号为 $f(x, y)$ ，则在透镜的后焦面可以近似得到

$$F(u_d, v_d) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi \left(\frac{ud}{\lambda f_x} + \frac{vd}{\lambda f_y} \right)} dx dy \quad (3.24)$$

其中 $ud \approx f \cos \alpha, vd \approx f \cos \beta$ ，它们为傅里叶透镜后焦面上的坐标。由信号的角谱与信号的空间频率关系可知： $f_x = \frac{\cos \alpha}{\lambda}, f_y = \frac{\cos \beta}{\lambda}$ 。因此，信号的频率 f_e 与对应频谱上的坐标 u_e 关系如下：

$$u_e \approx f \times \lambda \times f_e \quad (3.25)$$

在本文的光学矩阵相乘实验系统中，加载输入图像和滤波器所选用的是振幅型空间光调制器，该 SLM 的像素间距为 $d_{slm} = 0.01389mm$ ，对应的采样尺寸为 72lp/mm，另外，激光光源波长 $\lambda = 632.8nm$ ，透镜焦距为 $f = 400mm$ ，输出面使用 Canon600D 采集实验结果，其电荷耦合器件两相邻像素间距为 $d_{ccd} = 0.004311mm$ 。根据这些参数，得到输入图像、滤波器的大小如下所示：

1) 输入面的大小

若在输入面采用逐点方式将图像加载在空间光调制器上，则空间光调制器的采样频率为 72lp/mm。当输入图像的数据过小时，逐点加载的方式显然是不合适光学实验。因此我们可以通过降低输入图像分辨率来增大尺寸，即将输入图像上的每点按 $n \times n$ 点的加工方式进行处理，此时空间光调制器的采样频率变为：

$$f = \frac{72lp/mm}{n} \quad (3.26)$$

此时输入图像的最大频率为：

$$f = \frac{72lp/mm}{2n} \quad (3.27)$$

假定输入图像的原始点数为 $N \times N$ ，则按 $n \times n$ 点的方式加工后，输入图像的点数为 $nN \times nN$ ，其物理尺寸变为：

$$a = 0.01389 \times nN \text{ (mm)} \quad (3.28)$$

2) 滤波器的大小

根据公式 (3.25), $u_e \approx f \times \lambda \times f_e$, 其中 f 为透镜焦距, f_e 为信号的最大频率, u_e 为滤波器半径, 那么滤波的物理尺寸为:

$$D = 2u_e \approx 2f \times \lambda \times f_e \text{ (mm)} \quad (3.29)$$

对应的滤波器点数为:

$$N = \frac{D}{d_{slm}} \quad (3.30)$$

根据上述原理, 采用不同的加工方式, 输入图像和滤波器对应不同的物理尺寸和点数。下面分别给出了在不同加工方式下, 输入为二阶矩阵、三阶矩阵、四阶矩阵时, 输入图像和滤波器的具体物理尺寸和点数。

表 3.1 输入为二阶时不同加工方式对应的输入图像及滤波器尺寸

Table 3.1 Input image and filter sizes corresponding to different processing methods when input the

second-order matrix						
原始输入 图像	加工方 式	采样 频率	输入图像 物理尺寸	频域滤波器 物理尺寸	频域滤波器 点数	空域滤波 器点数
2×2	2×2	36	0.05556	9.11232	656×656	9×9
	4×4	18	0.11112	4.55616	328×328	
	9×9	8	0.25002	2.02496	146×146	
	12×12	6	0.33336	1.51872	109×109	
	18×18	4	0.50004	1.01248	72×72	
	36×36	2	1.00008	0.50624	36×36	
	72×72	1	2.00016	0.25312	18×18	

表 3.2 输入为三阶时不同加工方式对应的输入图像及滤波器尺寸

Table 3.2 Input image and filter sizes corresponding to different processing

methods when input the third-order matrix						
原始输入 图像点数	加工方 式	采样 频率	输入图像 物理尺寸	频域滤波器 物理尺寸	频域滤波器 点数	空域滤波 器点数
3×3	2×2	36	0.08334	9.11232	656×656	
	4×4	18	0.16668	4.55616	328×328	
	9×9	8	0.37503	2.02496	146×146	
	12×12	6	0.50004	1.51401	109×109	17×17
	18×18	4	0.75006	1.00008	72×72	
	36×36	2	1.50012	0.50004	36×36	
	72×72	1	3.00024	0.02778	2×2	

表 3.3 输入为四阶时不同加工方式对应的输入图像及滤波器尺寸

Table 3.3 Input image and filter sizes corresponding to different processing

methods when input the fourth-order matrix						
原始输入 图像点数	加工方 式	采样 频率	输入图像物 理尺寸	频域滤波器 物理尺寸	频域滤波器 点数	空域滤波器 点数
4×4	2×2	36	0.11112	9.11232	656×656	
	4×4	18	0.22224	4.55616	328×328	
	9×9	8	0.50004	2.02496	146×146	
	12×12	6	0.66672	1.51401	109×109	31×31
	18×18	4	1.00008	1.00008	72×72	
	36×36	2	2.00016	0.50004	36×36	
	72×72	1	4.00032	0.02778	2×2	

上述表格中的频率单位为线对/每毫米 (lp/mm)，物理尺寸单位为毫米 (mm)，后文中的表格也沿用此单位。从上述表格中可以看出，加工方式越大，输入图像的物理尺寸变大，滤波器的物理尺寸反而越小。在实际的光学实验中，要求输入图像和滤波器的物理尺寸不能太大，也不能过小，所以我们排除了 2×2、72×72 两种加工方式，然后对其他种 5 种情况均进行了光学实验，通过验证，这 5 种加工方式均能得到较好的光学效果。

② 滤波器的仿真

本文的光学矩阵相乘仿真实验中，作为输入图像的矩阵共有二阶矩阵、三阶矩阵、四阶矩阵三种，三种矩阵都分别用了两个不同的矩阵来作为输入，根据不同的输入矩阵，相应的设计了不同的滤波器，图 3.4-3.6 分别给出了上述 6 种情况下的滤波器仿真图像，其中，F1_P 表示第一种情况对应的正滤波器、F1_N 表示第一种情况对应的负滤波器、F2_P 表示第二种情况对应的正滤波器、F2_N 表示第二种情况对应的负滤波器。

1) 输入为二阶矩阵

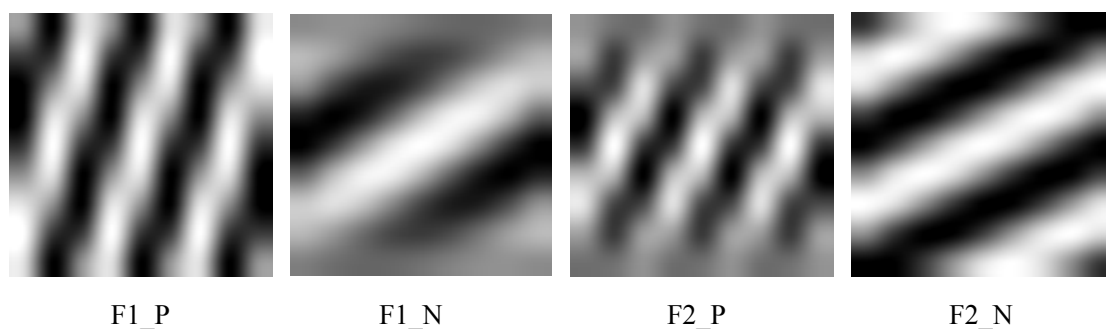


图 3.4 光学矩阵相乘频域滤波器

Fig.3.4 Optical matrix multiplication filters in frequency domain

第一种情况下滤波器对应的原始矩阵为 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ，第二种情况下滤波器对应的原始矩阵为 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 。

2) 输入为三阶矩阵

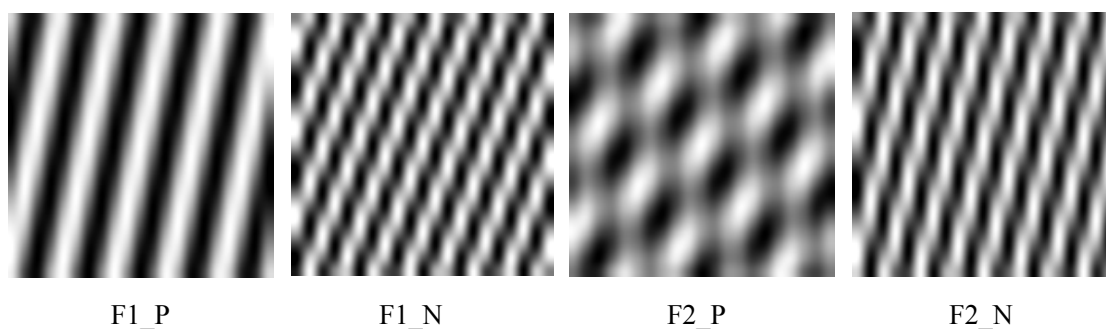


图 3.5 光学矩阵相乘频域滤波器

Fig.3.5 Optical matrix multiplication filters in frequency domain

第一种情况下滤波器对应的矩阵为 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，第二种情况下滤波器对应的矩阵为 $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

3) 输入为四阶矩阵

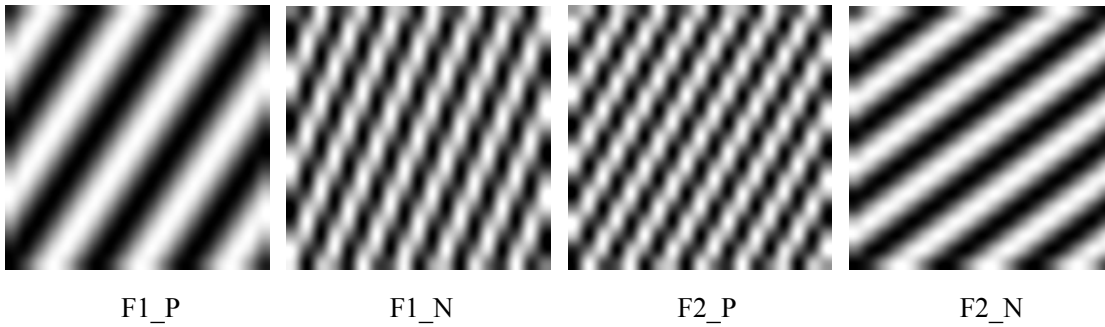


图 3.6 光学矩阵相乘频域滤波器

Fig.3.6 Optical matrix multiplication filters in frequency domain

第一种情况下滤波器对应的矩阵为 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，第二种情况下滤波器对应的矩阵为 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ 。

3.4.2 光学矩阵相乘的后处理方法

光学矩阵相乘的仿真实验中，首先设计出光学矩阵相乘滤波器，然后将其置于如图 3.1 所示的 $4f$ 系统的频谱面上，输入面放置输入矩阵图像，此时在输出面所采集到的结果并不是最终的结果，还需要根据光学矩阵相乘滤波器的设计流程，对输出面的结果进行相应的后处理。

① 去归一化

在之前的滤波器设计中，光学矩阵相乘滤波器在频域进行了归一化量化处理，使得本来含有负值的滤波器系数全部提升至正值，所以最后利用 CCD 采集到的结果要进行相应的逆变换，假设 $f0_ccd_p$ 是 CCD 采集到的滤波器为正时的分量， $\hat{F}(u,v)$ 为校正后的正滤波器的频域形式的系数矩阵， $image_f0$ 为输入图像按照滤波器 $f0$ 大小进行扩展后的图像，以正分量为例，逆归一化后的正分量为：

$$f0_p = (\max(\hat{F}(u,v)) - \min(\hat{F}(u,v))) \cdot f0_p_ccd + \min(\hat{F}(u,v)) \cdot image_f0 \quad (3.31)$$

同理，负分量也是按照相同的方法进行去归一化处理。这样，就可以得到去

归一化后的结果。

② 消除校正矩阵

在设计滤波器时，我们将从空域形式转换到频域形式的滤波器乘了一个校正矩阵 $f0_N$ ，使得滤波器中不含复数。为了消除校正矩阵的作用，必须先将①中得到的正负分量进行傅里叶变换，将空域形式转化为频域形式，再除以校正矩阵，以正分量为例，则消除校正矩阵后的正分量为：

$$f_plus = \text{fft}(f0_plus) / f0_N \quad (3.32)$$

同理，按照相同的方法，得到负分量 $f_negative$ 。

③ 正负矩阵相减

由于在滤波器设计过程中进行了正负矩阵区分，把空域形式含有正数和负数的滤波器分成一个正矩阵和一个负矩阵，因此后处理过程中，就应该用正负矩阵减去负矩阵，也就是进行如下操作：

$$out_f = f_plus - f_negative \quad (3.33)$$

最后把这两个结果进行逆傅里叶变换，即得到了光学矩阵相乘的结果。当然，也可以先进行逆傅里叶变换再进行相减。

3.4.3 误差分析

实验值与理论值之间的差异称为误差。由于仪器精度、实验条件、环境等因素的影响，测量不可能是完全精确的，实验值与客观存在的理论值之间总会存在着一定的差异。误差不同于错误，错误是应该而且可以避免的，而误差是不可绝对避免的，只能减小。

误差的表示方法分为绝对误差和相对误差两种。绝对误差表示实验值与理论值之间的差，表示如下：

$$\varepsilon_1 = X_i - X_t \quad (3.34)$$

式中， X_i 为实验值， X_t 为理论值，绝对误差具有与实验值相同的量纲。

相对误差表示绝对误差与理论值之比，如式（3.35）所示

$$\varepsilon_2 = \frac{X_i - X_t}{X_t} \times 100\% \quad (3.35)$$

相对误差一般用百分率或千分率表示，无量纲。绝对误差和相对误差都有正值和负值，正值表示测定结果偏高，负值则反之，反映了测量值和理论值之间的差别，误差的绝对值越小说明实验值更加接近理论值，从而验证了实验方法的正确性和有用性。误差分析的评价方法直观、准确、计算简单，这种方法已经成为应用范围甚广的实验评价手段。

3.4.4 理想光学 4f 系统的仿真实验

本文使用二阶矩阵，三阶矩阵，四阶矩阵作为输入图像，与之对应相乘的矩

阵被设计为滤波器，通过仿真实验，研究矩阵相乘的光学实现方法，详细仿真步骤如下所述：

- ① 生成光学矩阵相乘滤波器，如节 3.3、节 3.4.1 中所述；
- ② 对输入矩阵做快速傅里叶变换 FFT，得到输入矩阵图像的频谱；
- ③ 将步骤②的输出结果和频域形式的光学矩阵相乘滤波器相乘，得到光学矩阵卷积结果的频谱；
- ④ 对光学矩阵卷积结果的频谱进行逆傅里叶变换 IFFT，得到了 CCD 采集图像；
- ⑤ 对④中结果进行后处理，包括去归一化、正负矩阵相减、去校正矩阵，这时得到的结果为光学矩阵卷积的结果；
- ⑥ 根据节 3.3.4 中基于卷积运算实现矩阵相乘的解码原理，截取左上角部分的“有效值”，重新排列得到最终的矩阵相乘结果；
- ⑦ 计算并分析矩阵相乘理论值与矩阵相乘光学实验结果之间的误差。

下面以表格和图像的形式分别给出了二阶矩阵、三阶矩阵和四阶矩阵作为输入的 6 种情况下数学矩阵相乘的理论值和本次光学仿真实验值，并分析了二者之间的误差。

表 3.4 输入为二阶矩阵时的理想仿真结果

Table 3.4 Ideal simulation results for the second-order matrix

	滤波器对应 矩阵	输入 矩阵	数学相乘 结果	仿真结果（保留 小数点后四位）	绝对 误差
情况一	1 0	0 1	0 1	0.0000 1.0000	0 0
	-1 -1	1 0	-1 -1	-1.0000 -1.0000	0 0
情况二	1 1	0 0	1 1	1.0000 1.0000	0 0
	0 -1	1 1	-1 -1	-1.0000 -1.0000	0 0

表 3.5 输入为三阶矩阵时的理想仿真结果

Table 3.5 Ideal simulation results for the third-order matrix

	滤波器对应 矩阵	输入 矩阵	数学相乘 结果	仿真结果（保留 小数点后四位）	绝对 误差
情况一	0 0 -1	1 0 1	-1 0 -1	-1.0000 0.0000 -1.0000	0 0 0
	1 0 0	0 1 0	1 0 1	1.0000 0.0000 1.0000	0 0 0
	0 0 0	1 0 1	0 0 0	0.0000 0.0000 0.0000	0 0 0
情况二	0 -1 0	0 1 0	-1 -1 -1	-1.0000 -1.0000 -1.0000	0 0 0
	1 0 0	1 1 1	0 1 0	0.0000 1.0000 0.0000	0 0 0
	0 0 1	0 1 0	0 1 0	0.0000 1.0000 0.0000	0 0 0

表 3.6 输入为三阶矩阵时的理想仿真结果

Table 3.6 Ideal simulation results for the fourth-order matrix

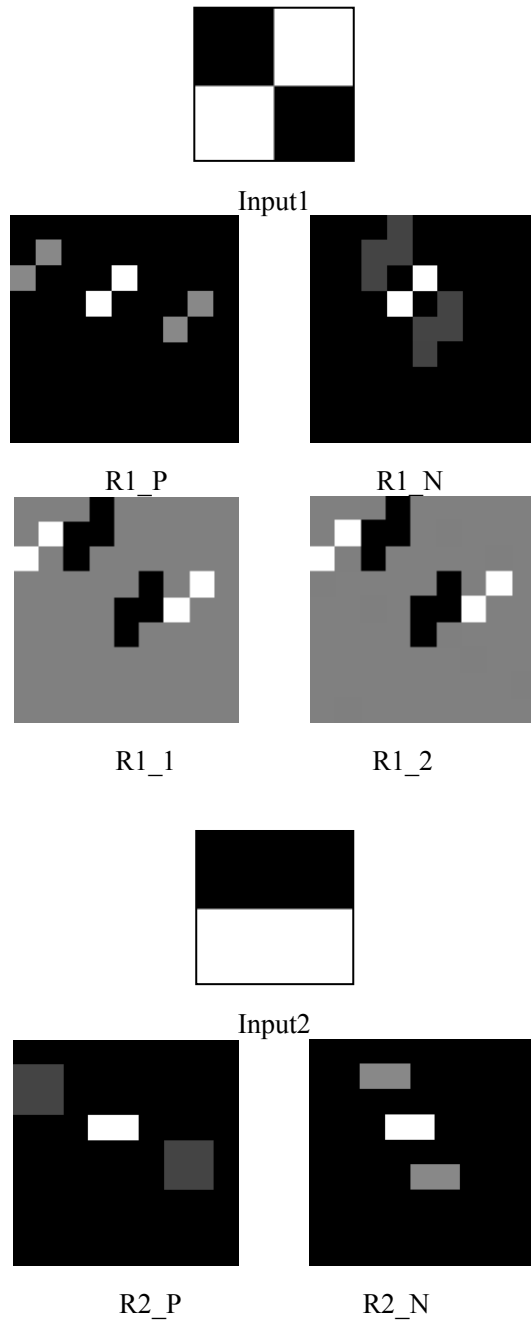
	滤波器对应 矩阵	输入 矩阵	数学相乘 结果	仿真结果（保留 小数点后四位）	绝对 误差
情况一	0 0 -1 0	0 0 0 1	0 -1 0 0	0.0000 -1.0000 0.0000 0.0000	均为 0
	0 1 0 0	0 0 1 0	0 0 1 0	0.0000 0.0000 1.0000 0.0000	
		0 1 0 0			
情况二	0 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	1.0000 0.0000 0.0000 1.0000	均为 0
	0 0 0 -1	1 0 0 1	-1 0 0 -1	-1.0000 0.0000 0.0000 -1.0000	
		1 0 0 1			

通过分析上述表格中的数据，理想情况下光学 4f 系统的仿真结果跟理论上数学矩阵相乘结果完全相同，二者相对应数据之间的绝对误差均为 0，所以从光学仿真实验上来看，本文提出的光学矩阵相乘方法是完全正确的。

为了更好的说明结果，方便与第四章光学实验结果进行对比，我们给出了仿真实验中所采用的输入矩阵图像、矩阵直接相卷积的结果、光学矩阵相卷积的仿真结果图像。另外值得注意的是，要得到光学矩阵相乘结果还需根据上述步骤⑥进行解码。其中，Input1 表示输入矩阵图像 1，R1_P 代表输入为第一种情况时光学矩阵卷积正分量，R1_N 代表输入为第一种情况时光学矩阵卷积负分量，R1_1 代表输入为第一种情况时空域直接卷积结果，R1_2 代表输入为第一种情况时光学矩阵卷积的仿真结果，Input2 表示输入矩阵图像 2，R2_P 代表输入为第二种情况

时光学矩阵卷积正分量，R2_N 代表输入为第二种情况时光学矩阵卷积负分量，R2_1 代表输入为第二种情况时空域直接卷积结果，R2_2 代表输入为第二种情况时光学矩阵卷积的仿真结果。

1) 输入为二阶矩阵



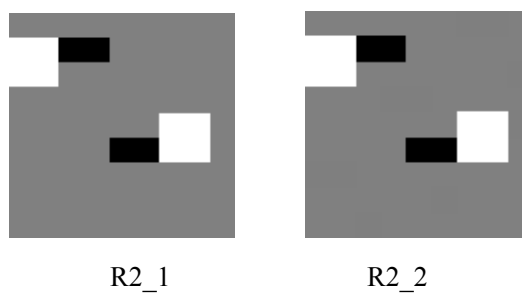
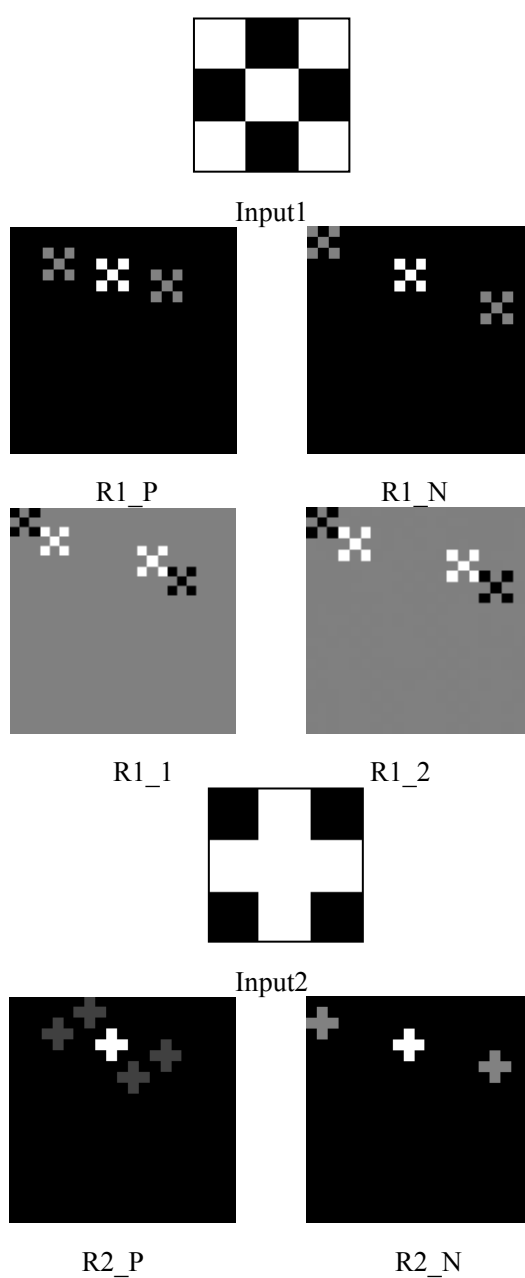


图 3.7 二阶矩阵光学相乘的仿真结果

Fig.3.7 Simulation results of optical multiplication of second-order matrix

2) 输入为三阶矩阵



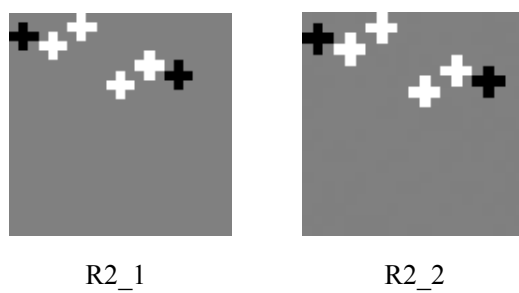
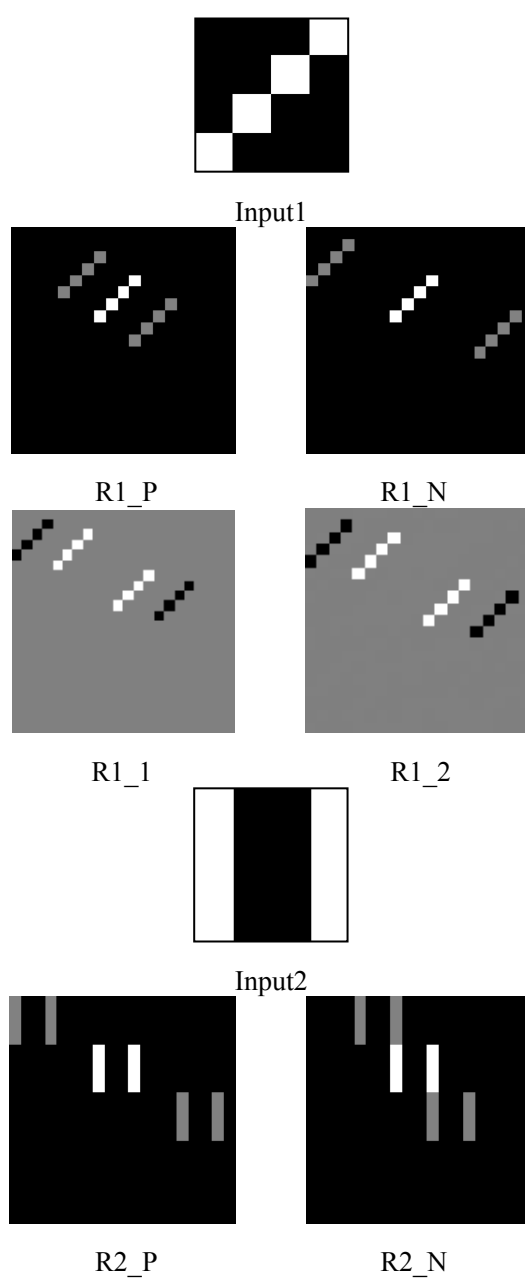


图 3.8 三阶矩阵光学相乘的仿真结果

Fig.3.8 Simulation results of optical multiplication of third-order matrix

3) 输入为四阶矩阵



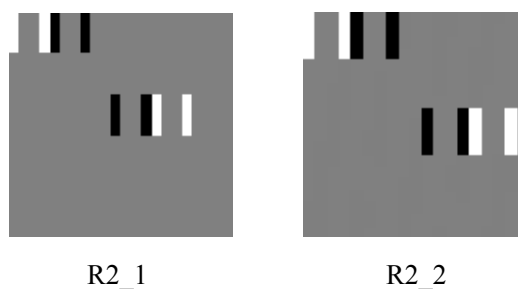


图 3.9 四阶矩阵光学相乘的仿真结果

Fig.3.9 Simulation results of optical multiplication of fourth-order matrix

3.4.5 引入量化误差的光学 4f 系统的仿真实验

实际的光学 4f 系统中所采用的元器件（如 SLM、CCD、傅里叶透镜等）的精度是有限的，设为 256 级量化，所以在矩阵相乘的光学实现过程中，置于频谱面上的频域形式的光学矩阵相乘滤波器的实现方式会引起量化误差，同时输出面上的采集设备（CCD）也会引入量化误差。

对节 3.4.4 中的仿真步骤进行如下修改：

对步骤①设计完成的光学矩阵相乘滤波器进行 256 级量化；对步骤④得到的输入矩阵的光学矩阵相乘结果进行 256 级量化；其余步骤不变。

按照以上步骤仿真结果如表 3.7-3.9 所示。

表 3.7 输入为二阶矩阵时考虑量化误差的仿真结果

Table 3.7 Simulation results of considering the quantization error for the second-order matrix

	滤波器对应 矩阵	输入 矩阵	数学相乘 结果	仿真结果（保留 小数点后四位）
情况一	1 0	0 1	0 1	-0.0004 0.9968
	-1 -1	1 0	-1 -1	-0.9990 -1.0001
情况二	1 1	0 0	1 1	0.9983 0.9983
	0 -1	1 1	-1 -1	-0.9988 -0.9977

表 3.8 输入为三阶矩阵时考虑量化误差的仿真结果

Table 3.8 Simulation results of considering the quantization error for the third-order matrix

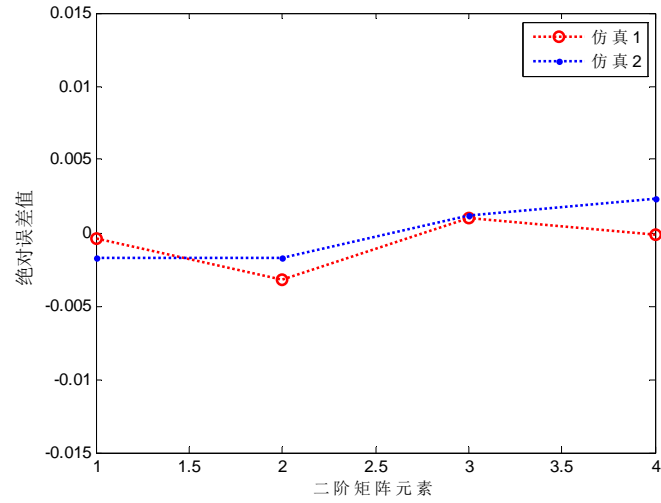
	滤波器对应 矩阵	输入 矩阵	数学相乘 结果	仿真结果（保留 小数点后四位）		
情况一	0 0 -1	1 0 1	-1 0 -1	-1.0003	0.0000	-1.0003
	1 0 0	0 1 0	1 0 1	1.0003	0.0000	1.0003
	0 0 0	1 0 1	0 0 0	0.0000	0.0001	0.0000
情况二	0 -1 0	0 1 0	-1 -1 -1	-0.9997	-0.9990	-0.9992
	1 0 0	1 1 1	0 1 0	0.0018	1.0005	0.0001
	0 0 1	0 1 0	0 1 0	0.0000	1.0003	0.0004

表 3.9 输入为四阶矩阵时考虑量化误差的仿真结果

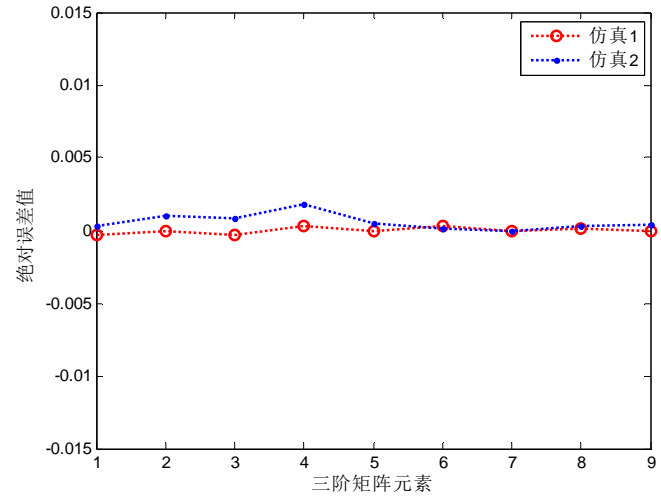
Table 3.9 Simulation results of considering the quantization error for the fourth-order matrix

	滤波器对应 矩阵	输入 矩阵	数学相乘 结果	仿真结果（保留 小数点后四位）			
情况一		0 0 0 1					
	0 0 -1 0	0 0 1 0	0 -1 0 0	0.0000	-0.9990	0.0000	0.0000
	0 1 0 0	0 1 0 0	0 0 1 0	-0.0005	0.0000	0.9994	0.0000
情况二		1 0 0 0					
		1 0 0 1					
	0 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	0.9971	0.0000	0.0000	0.9982
情况二	0 0 0 -1	1 0 0 1	-1 0 0 -1	-0.9994	0.0000	0.0000	-0.9994
		1 0 0 1					

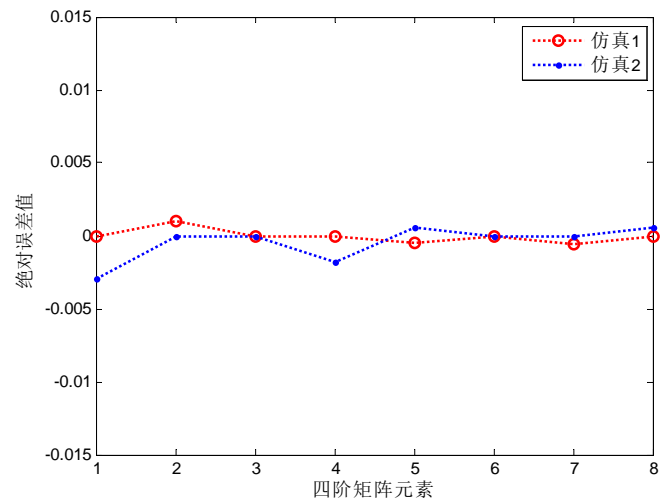
根据上述表格中的数据可以看到，当仿真过程中考虑光学实验的加载设备以及采集设备的量化级数时，仿真实验结果与矩阵相乘的理论值之间会出现误差，根据统计，二阶、三阶、四阶矩阵的六组实验的绝对误差范围在-0.0032~0.0023之间，各组实验值与理论值的绝对误差接近于0。为了更好的显示仿真结果，将各组实验的绝对误差值绘制成曲线，如图 3.10(a)-(c)所示。



(a) 二阶矩阵的误差分布曲线



(b) 三阶矩阵的误差分布曲线



(c) 四阶矩阵的误差分布曲线

图 3.10 考虑量化误差时光学仿真结果的误差曲线

Fig.3.10 Error curves of optical simulation result when considering quantization error

从以上误差分布曲线图可以看出，误差分布曲线均走势平缓，无特别大的起伏，说明理论值和仿真实验值的误差很小，并且分布在一定的范围之内（-0.0032~0.0023），这就说明在考虑元器件引入的量化误差情况下，即模拟光学实际实验的情况下，本文提出的方法依旧是可行的。

3.5 本章小结

本章首先介绍了基于光学 4f 系统的矩阵相乘的光学实现方案：通过光学 4f 系统的构成和工作原理的描述以及该系统能够实现卷积运算这一性质，提出了利用卷积运算实现矩阵相乘的方法，在详细描述该方法的原理过程后，给出了基于 4f 系统的矩阵相乘的光学实现方案。然后给出了光学矩阵相乘滤波器的设计方法：根据光学 4f 系统的滤波器要求，详细阐述了光学矩阵相乘滤波器的具体设计步骤，叙述了从矩阵相乘变换到矩阵卷积的编码方法以及从矩阵卷积变换到矩阵相乘的解码方法。最后进行了光学相乘的仿真实验：详细描述了光学仿真图像的后处理方法以及结果的评价方法后，具体给出了光学矩阵相乘在理想 4f 情况下以及考虑器件量化误差情况下的仿真实验结果，两种仿真的结果说明本文提出的矩阵相乘的光学实现方法是正确的。

4 光学矩阵相乘的光学实验

4.1 引言

在第三章光学矩阵相乘仿真实验的基础上,本章主要通过搭建实际的光学 4f 系统来验证本文提出的光学矩阵相乘方案的正确性。首先,因为 4f 系统的光路调节是非常细致的工作,所以给出实验中需要注意的问题以及解决方案。然后根据实验情况给出了实验的采集结果,并对实验采集结果进行了后处理,给出了每一步的处理结果,最后通过分析实验结果,得出结论。

4.2 光学系统参数

本章光学实验采用光学 4f 系统来完成,实际的光学 4f 系统构成如下图所示。

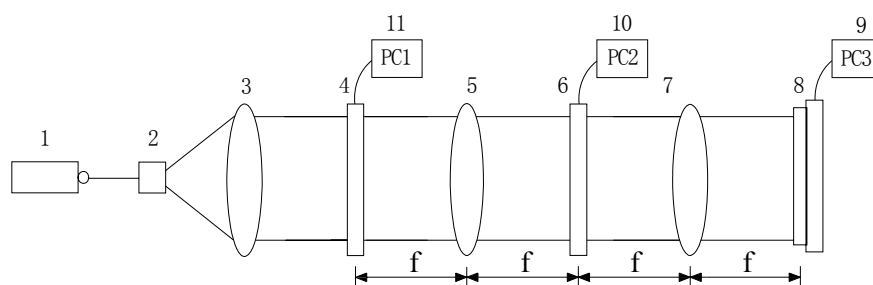


图 4.1 实际光学 4f 系统构成图

Fig.4.1 Actual optical 4f system configuration diagram

该系统构成图的主要器件为:器件 1 为激光源,器件 2 为针孔滤波器,器件 3、5 和 7 为傅里叶透镜,器件 4 和 6 为空间光调制器,器件 8 为光电探测器 (CCD),器件 9、10 和 11 为计算机。4f 系统的工作原理过程为:氦—氖激光器 1 发出的光经过空间滤波器 2 进行扩束,之后光束经过准直透镜 3 准直后变为平行光,照射在输入面 4 上作为物光输入,物光经过傅里叶透镜 5 后进行傅里叶变换,在频谱面 6 处经过滤波处理,然后通过傅里叶透镜 7 完成逆傅里叶变换,最后由光电探测器 8 记录实验结果。其中输入图像以及频谱面的滤波器均通过空间光调制器加载。该光学系统用到的主要器件及参数如下:

① 氦—氖激光器:购自上海虹扬,型号为虹扬 1000,中心波长为 632.8nm,额定功率为 35mw,长 1.2m。本文中实际光学实验时激光源功率大概为 22mw,经过反射镜后又有一定损失,最后在针孔滤波器输出面的功率大概为 900uw。

② 傅里叶透镜:GCO-0203M 型号消像差透镜,购自大恒光电,其焦距为 400mm,孔径为 100mm,系统中的准直镜用的也是采用此型号的傅里叶透镜。

③ 针孔滤波器：又名空间滤波器，购自北京杏林睿光，型号为 RL-SF01，40X 扩束；

④ CCD：采用的是 Canon EOS 600D 数码单反相机，其中的图像传感器的参数为：尺寸为 $22.3 \times 14.9 \text{ mm}^2$ ，有效像素为 5184×3456 。

⑤ 空间光调制器：简称 SLM，其中的液晶是 SONY 公司的 LCX038，主要参数为：分辨率为 768×1024 像素，对角线尺寸为 0.7 英尺，像素间距为 $13.89 \mu\text{m}$

⑥ 三台计算机，第一台用来加载放置在输入面的 SLM 上的输入图片，第二台用来加载放置在频谱面的 SLM 上的滤波器图片，第三台连接放置在输出面的 CCD 来采集输出结果。

除了以上主要设备，实验中还需要一些其他的辅助设备：导轨，卷尺，底座，水平尺，偏振片，光阑，黑屏等。

4.3 光学系统调节

4.3.1 确定 CCD 的采集位置

通过图 4.1（光学 4f 系统）我们知道，采集图像的设备 CCD 必须放置在第二个傅里叶透镜的后焦平面上，可是在实际的光路调节中，由于光学实验台长度以及金属导轨长度的限制，无法将 CCD 放在标有刻度且便于直接读数进行微调的金属导轨上，而是被放在傅里叶透镜后焦面大概的位置，所以后面必须要进行调节，才能找到准确的后焦面的位置。本文采用了文献[60]所述的方法来调节，最终确定 CCD 的最佳位置，这种方法利用的是傅里叶透镜的性质--经过傅里叶透镜的光在焦平面会汇聚的特点。具体调节过程如下：

首先，CCD 被大致放置在第二个傅里叶透镜的后焦平面处，然后在 SLM1（输入面，即器件 4）上加载“十”字图片（如图 4.2 所示），在 SLM2（频谱面，即器件 6）上加载全通滤波器。

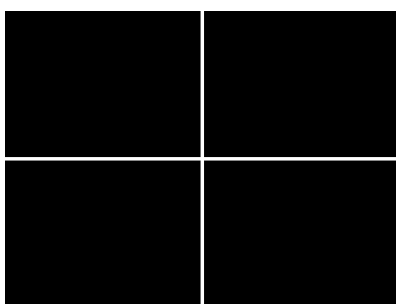


图 4.2 十字架图像

Fig.4.2 Cross image

然后，前后移动 CCD，观察 CCD 上显示的十字架，使得“十”字最清晰，且

边沿均最细，左右移动 CCD 且调节俯仰，使得“十”字的四条边都是粗细度均匀且一致。根据傅里叶透镜的性质，此时的十字架最清晰且最细，那就认为该处为 CCD 的最佳放置，如图 4.3 所示。

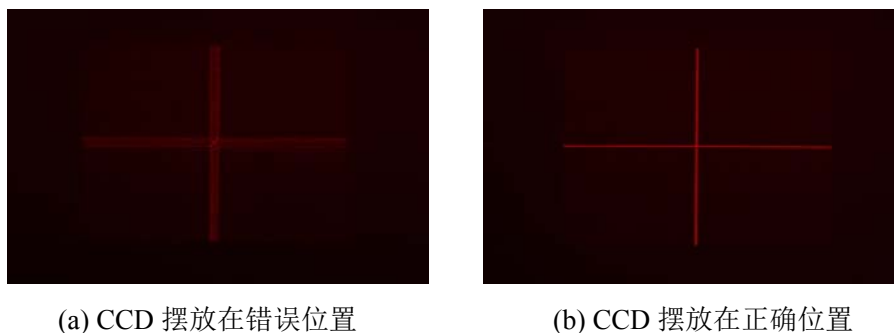


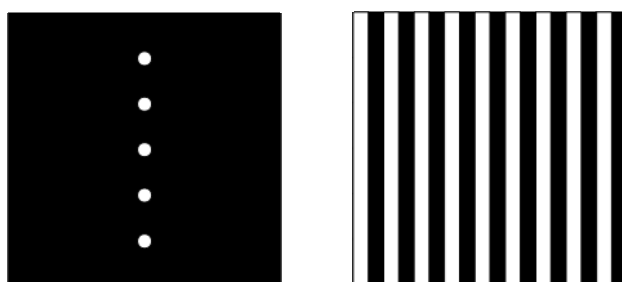
图 4.3 CCD 摆放在不同位置下十字架变化情况

Fig.4.3 Change situation of cross when CCD is placed in different position

4.3.2 测量系统的角度偏移

在实际光学的实验中，大部分器件的调节都是手动，若想将 SLM1（输入面）、SLM2（频谱面）以及 CCD（输出面）三者调至完全位于同一水平面上几乎是不可能的，那么这三者之间必将存在着一定的偏移角度，这是调节光路中无法避免的问题。但是在文献[61]中提出了一种角度补偿的方法来解决这个问题。实现的详细过程如下：

首先在输入面加载一排纵向的小白点（如图 4.4a），其余位置为全黑，这相当于允许多束细光束通过。然后在频谱面加载一幅纵向的光栅图（如图 4.4b），这个光栅图通过光的衍射起到了复制的作用，将输入面的一纵排小白框在纵向进行复制，在输出面得到一系列光斑矩阵（如图 4.5 所示）。



(a) SLM1 加载的特定图像 (b) SLM2 加载的特定图片

图 4.4 SLM 加载的特定图像

Fig.4.4 Specific images loaded by SLM

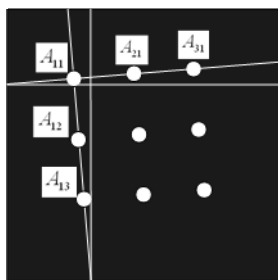


图 4.5 CCD 采集到的输出函数示意图

Fig.4.5 Schematic diagram of the output function acquired by the CCD

最后将图 4.5 中横向、纵向上的白点分别连成直线，计算横向光斑连线的斜率并求其与水平线夹角 α ，这个角度即为 SLM1 与 CCD 之间的偏移角度，再计算纵向光斑连线的斜率并求其与竖直线夹角 β ，这个角度即为 SLM2 与 CCD 之间的偏移角度。最后将两个偏移角度 α 、 β 相减，得到 $\theta = \alpha - \beta$ 即为 SLM1 与 SLM2 之间的夹角。

在本论文实验中，根据此方法计算出 SLM1 与 CCD 的夹角为 0.7008° ，SLM2 与 CCD 之间的夹角为 0.3842° ，那么 SLM1 与 SLM2 之间的夹角为 0.3166° ，说明加载在 SLM2 上的滤波器图像需要顺时针旋转 0.3166° 度来实现补偿。

4.3.3 频谱面中心调节以及定位

在 4f 系统光路中，为了能够得到准确的光学实验结果，光路上的器件中心都必须调节至光轴上。如图 4.1 所示，输入图像经过第一个傅里叶透镜后，将在频谱面上得到它的频谱，人眼看到这个谱就是一个小亮点，并且其大部分能量在轴心附近小区域内，越靠近轴心就越强，且轴心处能量最强。

调节时，首先将小亮点调节至 SLM2 液晶屏中央，通过计算机加载“十字”图片，继续调节 SLM2 的上下左右位置，使得亮点正好位于“十字”的交叉处；然后通过计算机在第一台 SLM1 上加载大小为 90 的白孔，第二台 SLM2 上加载大小为 90 的黑孔，继续调节 SLM2，使得在 CCD 上的图片显示为全黑，这就说明光路中的器件对齐较为准确，进一步再加载大小为 30 的白孔、黑孔进行更为准确的调节。最后，根据文献[62,63]中提出的基于四叉树的轴心搜索方法进行频谱面中心的定位操作。

这种方法的基本思想是：先将待搜索区域分成等大小的 4 块区域（如图 4.6 中的 A、B、C、D），设计 4 个带通滤波器，每个滤波器均对应一个区域，将已设计的 4 个滤波器依次置于频谱面处，再采集 4 组输出结果并且对结果进行分析，然后选出能量最大的区域为下一级搜索区域，减小滤波器的大小，重复以上操作（如图 4.6）。根据文献中的方法进行四叉树轴心定位，最终得出滤波器轴心为 (391,503)。

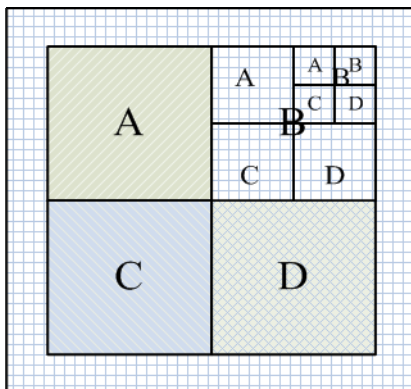


图 4.6 基于四叉树的正方形滤波器示意图

Fig.4.6 Schematic diagram of rectangular filters based on quad-tree

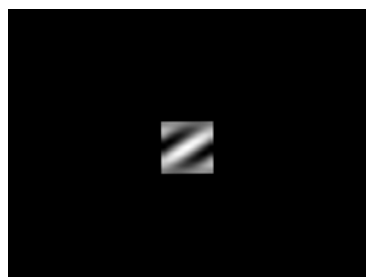
4.4 实验中加载在频谱面的滤波器

本论文节 3.4.1 中详细介绍了滤波器的多种加工方式，本文实验中采用经过 18×18 加工方式加工的滤波器，点数为 72×72 。通过上节中的操作已经得到 SLM1 与 SLM2 的夹角为 0.3166° ，加载在 SLM2 上的光学矩阵相乘滤波器的中心为 $(391, 503)$ ，因此 SLM2 的滤波函数需要顺时针旋转 0.3166° 来实现角位移补偿，并且要把滤波器的中心移动到 $(391, 503)$ ，得到的滤波器图像如下图所示：

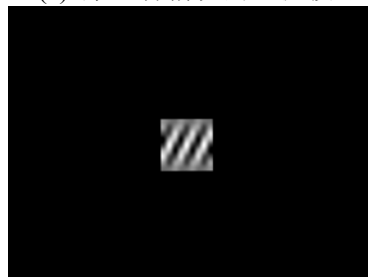
① 输入为二阶矩阵时



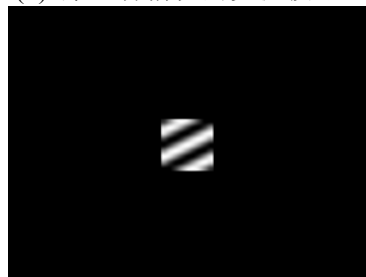
(a) 第一种情况的正滤波器



(b) 第一种情况的负滤波器



(c) 第二种情况的正滤波器



(d) 第二种情况的负滤波器

图 4.7 输入为二阶矩阵时加载在 SLM2 上的正、负滤波器

Fig.4.7 Positive and negative filters loaded in the SLM2 when the input is second-order matrix

② 输入为三阶矩阵时

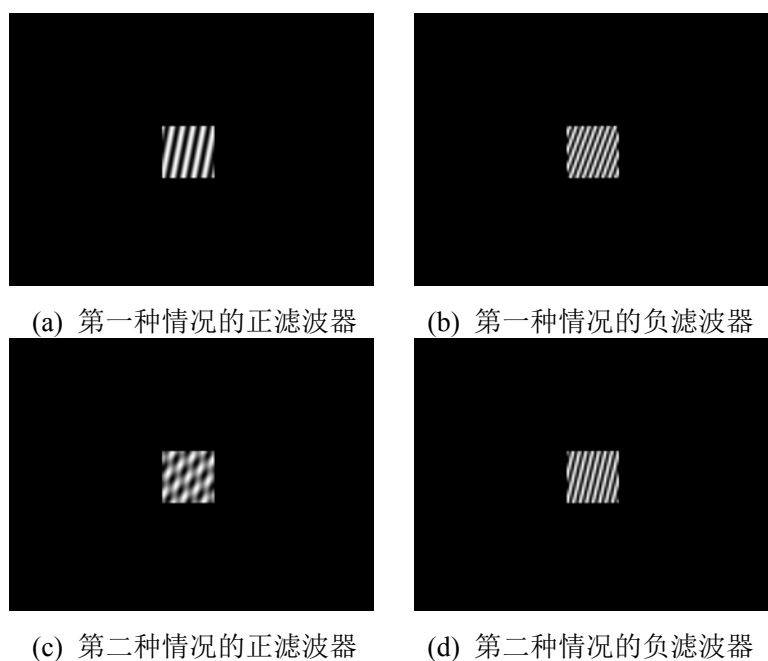


图 4.8 输入为三阶矩阵时加载在 SLM2 上的正、负滤波器

Fig.4.8 Positive and negative filters loaded in the SLM2 when the input is third-order matrix

③ 输入为四阶矩阵时

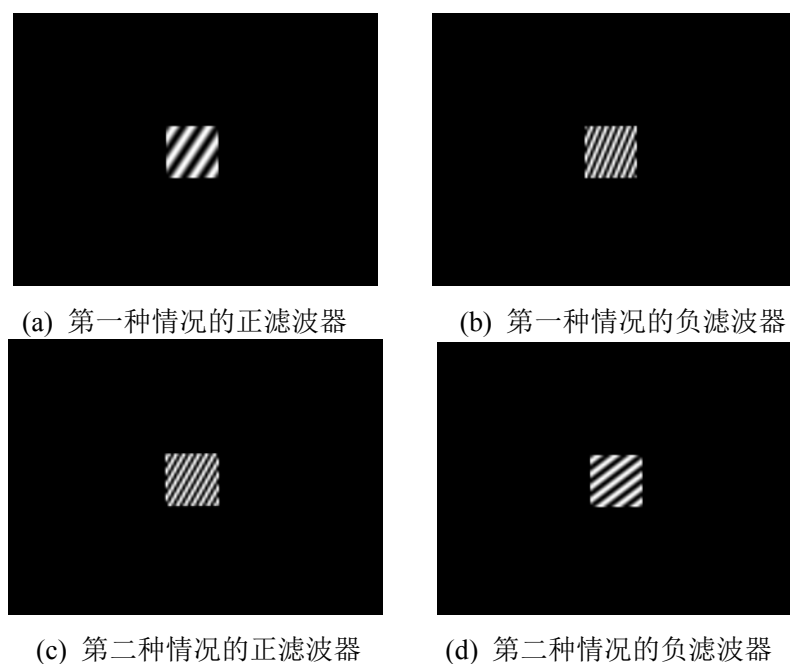


图 4.9 输入为四阶矩阵时加载在 SLM2 上的正、负滤波器

Fig.4.9 Positive and negative filters loaded in the SLM when the input is fourth-order matrix

4.5 光学矩阵相乘的实验步骤

按照图 4.1 搭建光路，实际光路如下图所示：

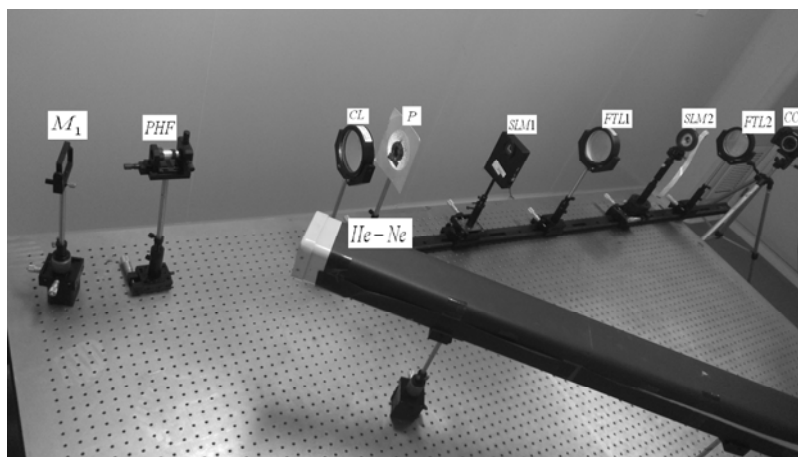


图 4.10 实际搭建的光学 4f 系统光路图

Fig.4.10 Optical path diagram of the optical 4f system which is actually constructed

其中 SLM1 加载输入图像，SLM2 加载处理后的光学矩阵相乘滤波器（如图 4.7-4.9 所示）。本论文中分别进行了二阶矩阵、三阶矩阵和四阶矩阵的光学矩阵相乘实验。为了验证本光学实验的可行性，每组矩阵都用了两种输入进行光学测试。实验的具体步骤如下：

① 将输入矩阵加载在 SLM1 上，分别加载以下输入矩阵图像作为输入，其中输入图像的大小对应节 3.4.1 中的 18×18 的加工方式中输入图像的大小：



图 4.11 二阶矩阵输入图像 1、2

Fig.4.11 Input image 1、2 for second-order matrix



图 4.12 三阶矩阵输入图像 1、2

Fig.4.12 Input image1、2 for third-order matrix

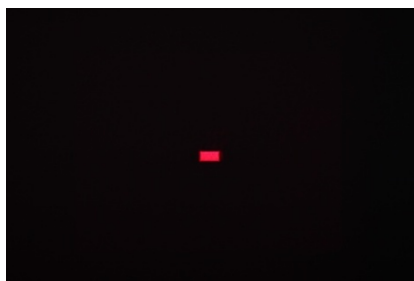


图 4.13 四阶矩阵输入图像 1、2

Fig.4.13 Input image1、2 for fourth order matrix

② 分别将图 4.7-4.9 所示的滤波器图像加载到 SLM2 上；

③ 在输出面采集光学矩阵相卷积的结果，由于 CR2 格式（即 CCD 的 RAW 图像格式）是一种无损模式，而 JPEG 格式对图像进行了压缩处理，是一种有损模式，所以 CR2 格式的图像是包含了光学图像的所有信息的，保证了图像的完整性和后处理结果的准确性。本文中的所有采集图像格式均设置为 CR2 格式，但是由于一般的读图软件显示不了 CR2 格式，为了说明采集结果，这里给出以 JPEG 格式采集的光学实验结果，如下图所示（以二阶矩阵输入 2 为例）；



(a) 采集到的全通图像(即在 SLM2 处放置全通滤波器)



(b) 采集到的光学矩阵相卷积正图像 (c) 采集到的光学矩阵相卷积的负图像

图 4.14 CCD 采集结果

Fig.4.14 Results collected by the CCD

④ 转换图片格式。MATLAB2014 软件中的 `imread` 函数可以直接读入 CR2 格式的图片(注: 2014 以下的版本不能直接读取 CR2 格式), 因此利用 MATLAB2014 软件把采集到的 CR2 格式结果图片转换为 bmp 格式;

⑤ 提取红色分量。本实验中, 我们采用的红色激光作为光源, 所以最后在输出面采集到的彩色图像中, 红色分量会比蓝色和绿色分量多, 而且本实验中输入图像是采用灰度二值图像, 所以我们要通过提取彩色图像中红、绿、蓝中红色分量的方式将输出图像转换为灰度图像。

⑥ 旋转图像。4.3 节已经计算出 SLM1 与 CCD 之间的夹角为 0.3166° , 因此需要将 CCD 采集到的图像顺时针旋转 0.3166° 来进行角度补偿。经过步骤⑤、⑥处理后的图像如图 4.15 所示。



(a) 正图像

(b) 负图像

图 4.15 提取红色分量并旋转处理后的正、负图像

Fig.4.15 Positive and negative images after extracting the red component and rotation processing

⑦ 截取图像。利用中心定位法对步骤⑥的处理结果进行尺寸裁剪。由于本实验中 CCD 采集到的输入图像数据结构简单, 层次分明, 容易得到图像中最亮部分的“中心”, 可以通过搜索法进行中心定位。具体处理过程如下(基于 MATLAB 软件的操作):

1) 首先对图像进行大致的分割(粗分割, 确定需裁剪的大概区域), 这样可

以减小搜索范围，有效提高精确度及减少处理时间；

2) 然后通过观察法锁定中心点附近的十几个像素点范围，利用搜索法开始搜索，搜索法遵循这样的规则：以当前像素点为基础，依次比较 x 方向的像素点的值，当像素点灰度值相差不大时，继续搜索附近的点进行比较，直到出现灰度值跳变非常大的像素点时就停止。同样的方法搜索 y 方向的像素点，将得到一个小方块范围，取该范围的中心点即为图像的中心点

3) 确定一个像素点对应在输出图片上的物理尺寸。由于光学实验中加载的输入图像和滤波器都经过了加工，也就是说，每个像素点都经过了放大，为保证后面对图像重采样的结果准确性，就必须确定实际中的一个像素点对应在图片上尺寸是多大。首先截取一个像素点的大致范围，然后通过上述步骤 2 中的搜寻法来最终确定一个像素点的大小。

4) 根据上述两个步骤确定的图片中心和一个像素点对应的大小，以中心为起始点，分别向上下左右四个方向延伸，根据比例关系通过计算确定截取图像的范围。

通过以上步骤就可以得到图像分割的行和列的边界坐标，这样图像就可以很容易的分割出来，分割后的图像如图 4.16 所示（以二阶矩阵输入 2 为例）。

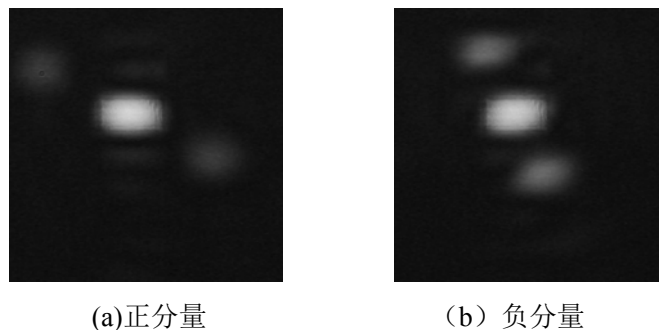


图 4.16 截取后的正、负分量

Fig.4.16 Positive and negative components after interception

⑧ 阈值分割及量化处理。由于在光学实验中，CCD 在采集最后图片的时候被设置了一定的曝光量和曝光时间，使得采集到的图像中含有“背景”值，并且截取图像的有效数据中只有两种像素值，目标和背景占据不同灰度级范围，所以可以通过阈值分割的方法来对图中不同的像素集合进行分类，使得各子集内部所有元素属性一致，然后分别对子集中的元素进行处理得到最终结果。阈值分割的方法根据“有光和无光”来判断像素点的灰度值，与光强无关，所以能够进行可靠的精确计算，这样的预处理方法在保证数据不失真的前提下大大简化了分析和处理步骤。本实验中分别将三种灰度值两两之间的均值作为阈值，进行阈值分割以

后，得到的两张图中（阈值分割分量 1、阈值分割分量 2）均只有两种灰度值，为了更好的体现实验效果，将阈值分割后的图像二值量化，结果如下图所示。

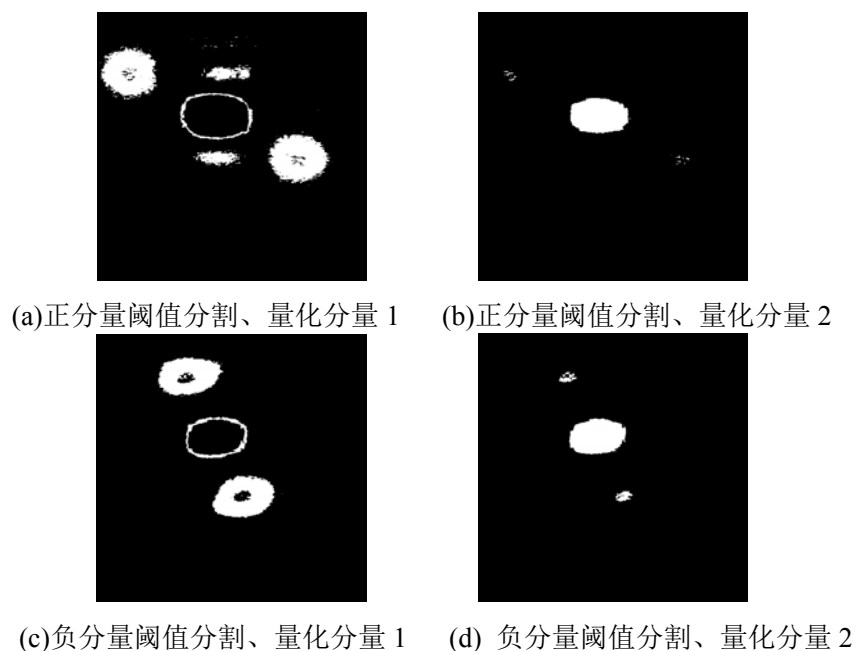
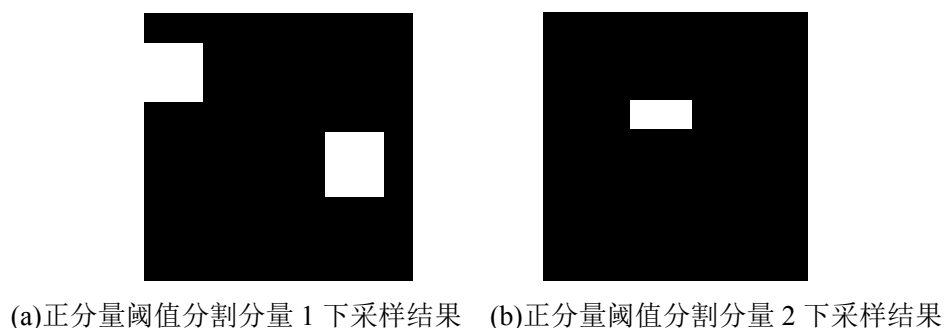
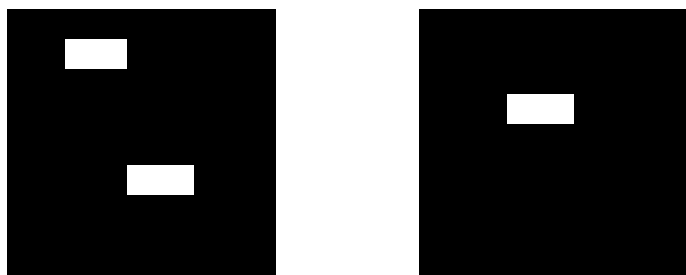


图 4.17 正负分量被阈值分割、量化处理后的图像

Fig.4.17 Images of positive and negative components after segmented by the threshold and quantified

由于实验之前输入图像被降低了分辨率，所以现在要对输出图像进行下采样，得到如图 4.18 所示结果。下采样后将对应的两张二值图像的灰度值分别映射为图 4.16 中相应点的灰度值均值，最后将所得的两张图相加，得到最终的光学实验处理图，如图 4.19 所示。

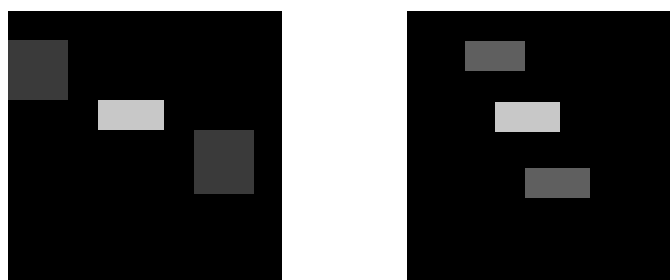




(c)负分量阈值分割分量 1 下采样结果 (d) 负分量阈值分割分量 2 下采样结果

图 4.18 阈值分割分量的下采样结果

Fig.4.18 Down sampling result of the threshold segmentation components



(a) 正分量映射后再相加图像 (b) 负分量映射后再相加图像

图 4.19 阈值分割分量映射后再相加的图像

Fig.4.19 Image after the threshold segmentation component maps and adds

⑨ 光学图像后处理。在光学矩阵相乘滤波器的设计过程中，由于 SLM 物理特点，对光学矩阵相乘滤波器进行了正负分开、校正、归一化等操作，所以 CCD 直接采集到的结果并不是光学矩阵相乘的结果，还需要对其依次进行相应的逆变换——去归一化、正负分量相减处理。对图 4.19 所示的结果进行节 3.4.2 所述的后处理得到的光学矩阵卷积结果如图 4.20 所示。



图 4.20 光学矩阵相乘结果

Fig.4.20 Optical matrix multiplication result

⑩ 截取光学矩阵相乘结果。根据节 3.2.2 的理论可知，通过步骤⑨得到结果实际为矩阵相卷积的结果，为了得到最终的矩阵相乘结果，还需要通过节

3.3.4 所述的解码方法对矩阵卷积结果进行截取。图 4.20 所示为二阶矩阵相卷积的结果，所以取 2 行的第 1 到 4 列的元素作为最终的矩阵相乘结果，最后按照 2×2 矩阵方式排列，得到最终结果为 $\begin{pmatrix} 1.0510 & 1.0510 \\ -0.9108 & -0.9108 \end{pmatrix}$ 。

为了更好的说明光学实验结果，图 4.21 和图 4.22 分别给出了三阶矩阵和四阶矩阵的原始光学结果截取图像和光学后处理后的图像，其中 O_P 表示光学实验得到的正分量图像，O_N 表示光学实验得到的负分量图像，R_P 表示经过处理后的正分量图像，R_N 表示经过处理后的负分量图像，O_R 表示最终得到的光学结果图。

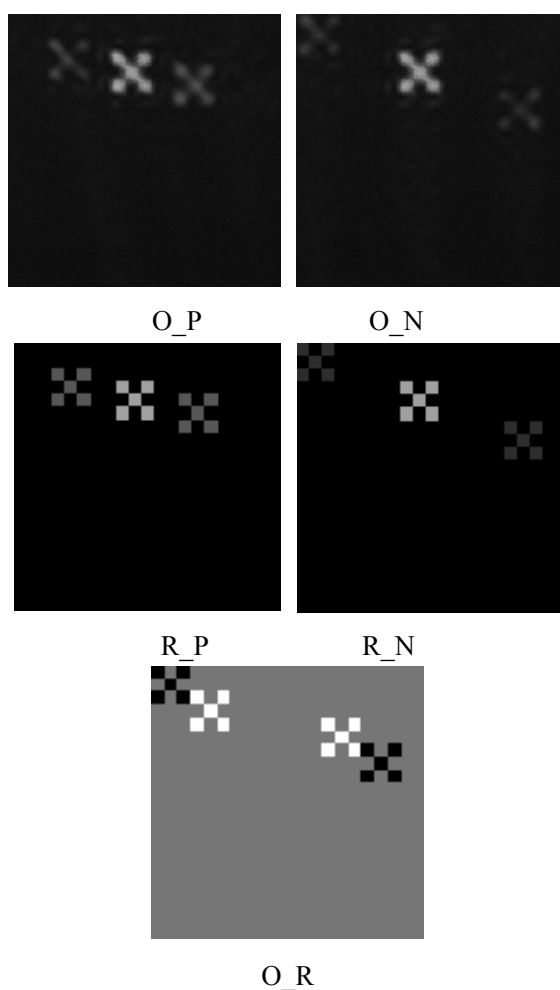


图 4.21 三阶矩阵的光学实验结果

Fig.4.21 Optical results of third-order matrices

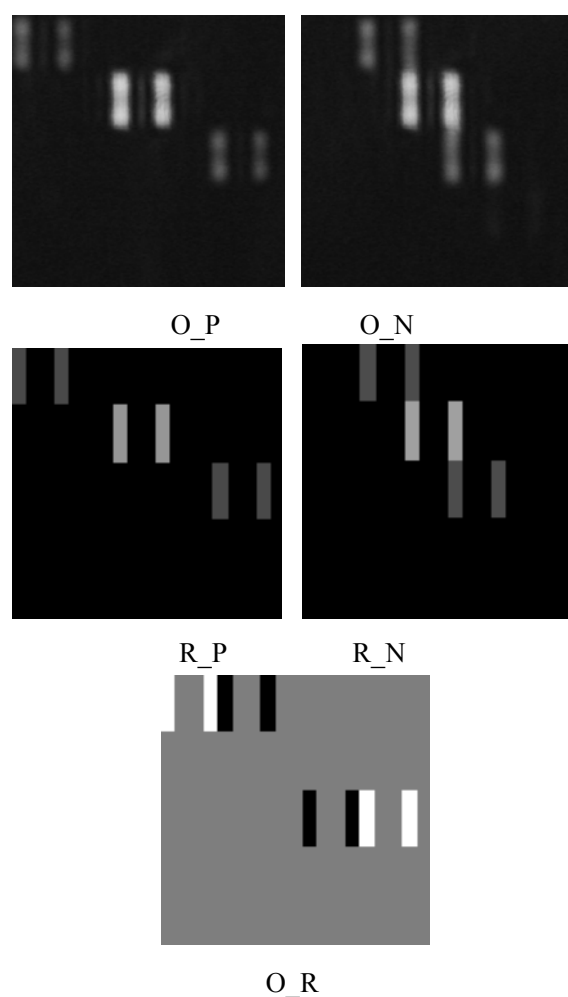


图 4.22 四阶矩阵的光学实验结果

Fig.4.22 Optical results of fourth-order matrices

4.6 光学矩阵相乘实验结果分析

上一节中已经详细介绍了光学矩阵相乘的每一步实验结果，为了说明光学矩阵相乘的实验效果，我们以图表的形式给出光学矩阵相乘实验结果，如下所示。

表 4.1 输入二阶矩阵的光学实验结果

Table 4.1 Optical results of the second-order matrix

	滤波器对应 矩阵	输入 矩阵	数学相乘 结果	光学实验结果（保留 小数点后四位）
情况一	1 0	0 1	0 1	-0.0003 0.9035
	-1 -1	1 0	-1 -1	-1.0248 -1.0248
情况二	1 1	0 0	1 1	1.0510 1.0510
	0 -1	1 1	-1 -1	-0.9108 -0.9108

表 4.2 输入三阶矩阵的光学实验结果

Table 4.2 Optical results of the third-order matrix

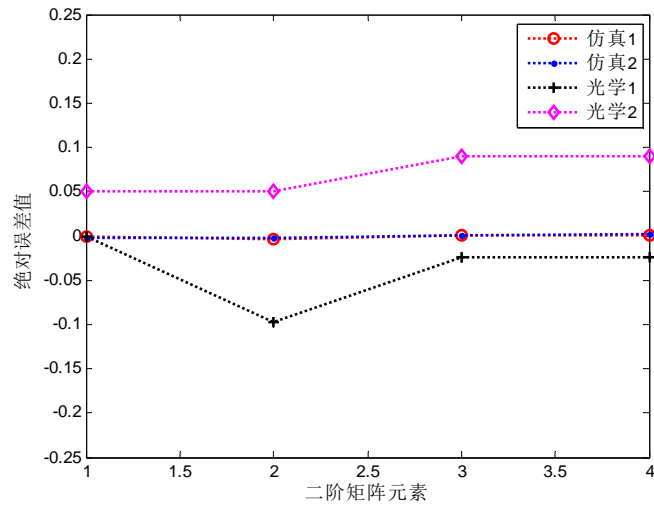
	滤波器对应			输入			数学相乘			光学实验结果（保留		
	矩阵			矩阵			结果			小数点后四位）		
情况一	0	0	-1	1	0	1	-1	0	-1	-0.9149	0.0000	-0.9149
	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1.0632	0.0000	1.0632
	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0.0000	0.0000	0.0000
情况二	0	-1	0	0	1	0	-1	-1	-1	-0.9076	-0.9076	-0.9076
	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0.0000	0.9578	0.0000
	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0.0000	0.9578	0.0000

表 4.3 输入四阶矩阵的光学实验结果

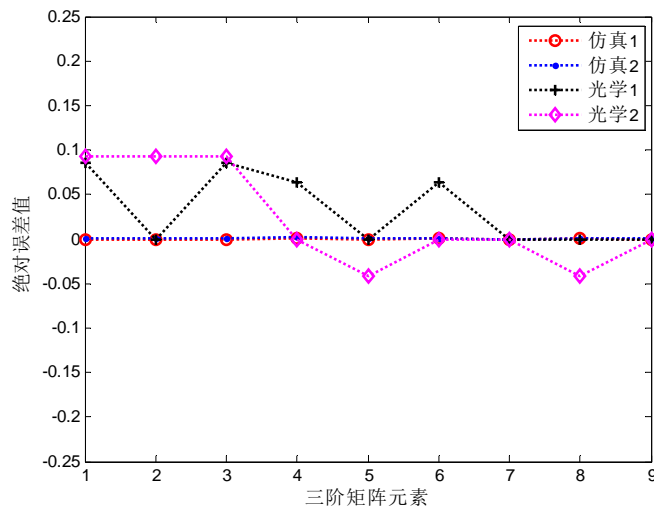
Table 4.3 Optical results of the fourth-order matrix

	滤波器对应				输入				数学相乘				光学实验结果（保留			
	矩阵				矩阵				结果				小数点后四位）			
情况一	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0.0000	-0.9392	0.0000	0.0000
					0	0	1	0								
					0	1	0	0								
					1	0	0	0								
情况二	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0.9607	0.0000	0.0000	0.9607
					1	0	0	1								
					1	0	0	1								
					1	0	0	1								

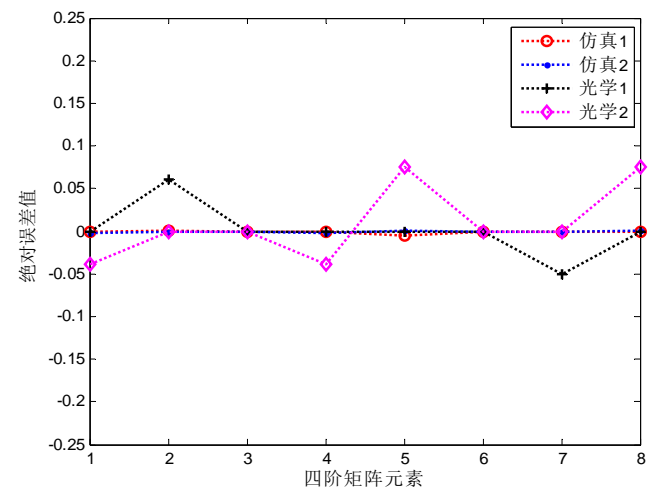
为了更清楚的表示光学实验结果，方便其与第三章中考虑量化误差情况下的仿真结果做对比，我们通过绘制绝对误差分布曲线图的方式来展示。



(a) 二阶矩阵的误差分布曲线



(b) 三阶矩阵的误差分布曲线



(c) 四阶矩阵的误差分布曲线

图 4.23 实际光学实验结果的误差曲线

Fig.4.23 Error curve of the actual experimental results

分析以上表格以及误差分布曲线图得出以下结论:

① 从表 4.1-4.3 的数据来看, 光学实验值与理论值之间的绝对误差范围为 $-0.0965 \sim 0.0924$, 相应的相对误差范围为 $-9.65\% \sim 9.24\%$, 而光学仿真实验值与理论值之间的误差范围为 $-0.0032 \sim 0.0023$, 相应的相对误差范围为 $-0.32\% \sim 0.23\%$, 说明光学实验值与理论值之间的绝对误差以及相对误差均大于光学仿真实验值与理论值之间的误差。

② 从误差分布曲线图来看, 光学实验误差曲线相对于仿真实验误差曲线来说, 在一定范围内波动起伏较大, 这说明光学实验值与理论值之间的绝对误差大于仿真实验值与理论值之间的绝对误差。

造成上述现象的主要原因是由于在实际的光学实验中, 光学 4f 系统存在不可避免的相干噪声, 而且系统的光学器件本身存在误差 (例如 SLM 的分辨率有限), 所以实际光学实验结果的精度低于仿真结果。但是总体来说, 无论是光学实验和仿真实验, 误差都较小 (接近于 0), 绝对误差小于 0.1, 相对误差均小于 10%, 保证了数据的准确性。所以仿真实验和光学实验均说明了本文提出的光学矩阵相乘的方法是正确的。

4.7 本章小结

本章首先介绍光学矩阵相乘系统的光路图, 以及光路调节过程中需要注意的角度补偿和中心定位等问题; 然后详细的介绍了光学实验步骤以及实验结果的后处理过程; 最后通过仿真结果与光学实验结果验证了本论文提出的矩阵相乘的光学实现方法的正确性。从节 4.6 中的最终结果来看, 光学实验数据与直接数学相乘的数据并没有完全一致, 具有一定的误差, 主要是光学系统自身的不足造成的。表现在以下几个方面: 一是实验中的单色光具有不可避免的相干噪声; 二是激光源功率不足, 每经过一个光学器件都要损失部分光能量; 三是激光发出的光不均匀。在后期可以通过误差补偿、噪声抵消、提高激光源功率等措施提高光学实验结果的精度。

5 总结和展望

本文全面的阐述了矩阵相乘以及光学矩阵相乘的基本原理和实现方法。在分析光学 4f 系统的具有卷积运算功能的基础之上,深入研究光学实现矩阵相乘的原理,结合二者,提出了利用卷积运算原理实现光学矩阵相乘的方法,并根据光学 4f 系统的特点设计出相应的光学矩阵相乘滤波器,最后通过仿真实验和光学实验验证了本文提出方法的正确性。论文取得了以下创造性的成果:

① 提出了基于卷积运算的光学矩阵相乘的方法。本文通过光学 4f 系统可以实现卷积运算的特点,提出了利用卷积运算实现矩阵相乘的方法。此方法相对于全息以及四波混频等实现矩阵—矩阵相乘的方法来说,计算简便快捷经济,算法高效而且实现效果良好,为光学实现矩阵相乘提供了新途径。

② 设计了光学矩阵相乘滤波器。根据本文提出的基于卷积运算的光学矩阵相乘原理,提出了光学矩阵相乘滤波器在空域的编码方法以及对应的解码方法,结合光学 4f 系统中关键器件 SLM 对加载图像的要求,在频域对滤波器进行归一化等处理,设计出了满足光学 4f 系统的光学矩阵相乘滤波器,并进行了仿真实验。

③ 完成了实际的光学矩阵相乘实验。根据本文提出的光学矩阵相乘方法以及设计的滤波器,进行了光学理想情况下、考虑量化误差情况下的光学矩阵相乘仿真实验,最后搭建了实际的光学 4f 系统完成了光学矩阵相乘实验,分析这三种实验结果,均说明了本文方法的正确性。

在本论文的研究中,由于光学系统的调节以及光学器件的精度等原因,基于卷积运算的光学矩阵相乘技术还存在一些不足,其主要表现在:

① 系统的相干噪声缺少有效的方法和手段,导致本论文最后的光学矩阵相乘结果与理论值之间具有一定的误差,效果并不是十分理想。

② 由于实验精度的限制,导致本论文只实现了二值矩阵的光学矩阵相乘。

今后将进一步研究光学系统噪声的抑制方法,有效提高光学实验精度,推动光学矩阵相乘技术向实际应用系统的发展。

致 谢

转眼间，三年的研究生生涯马上就要结束了，回首这段时光，心中感慨万千。在过去的三年中，我在老师、亲人、朋友和同学的帮助和支持下，克服了许多学习和生活中的困难，不仅增长了知识，对人生也有了更多的感悟，在这毕业论文完成之际，向所有关心和帮助过我的老师、亲人、朋友和同学致以最诚挚的感谢。

首先，我要感谢我的导师韩亮老师以及师母蒲秀娟老师。韩老师给我们提供了非常优越的科研和实验条件，使我在这三年的研究生期间，在学业上有了很大的进步。韩老师严谨的治学态度、深厚的学术造诣、活跃的学术思想以及大胆开拓的进取精神都给我留下了深刻的印象，并且激励着我不断前进。三年来，韩老师和蒲老师在学习和生活上都给予了我很多的关心和照顾，也正是在他们不断的悉心指导下，我才能够顺利地完成了本论文的撰写任务，在此我向韩亮老师和蒲秀娟老师表示最衷心的感谢和最诚挚的敬意！

同时，我要感谢田逢春老师在研究生期间在科研上给予我的帮助，在生活中给予我的关心。田老师兼备严谨的治学精神和豁达的生活态度，在科研工作中严肃认真，日常生活中平易近人，他的平衡工作和生活并享受工作和生活的教导，对我起到了巨大的鼓舞和激励作用。在此，向田老师致以最崇高的敬意和良好的祝愿！

其次，我要感谢同门程婉琪、刘亚丽，师兄张文理、余道喜，以及张丽同学。整个研究生期间与我一起成长，与他们的交流和讨论开阔了我的思路，令我受益匪浅。我们一起参加科研项目，融洽的交流和学习，互相帮助，在这三年中，我们建立了深厚的友谊，使我终身难忘。正因为有你们，我的研究生生活才会如此的丰富精彩，真诚地感谢你们！

最后，我要感谢我的父母，是他们在漫长的求学生涯中，始终竭尽全力地在物质和精神上给了我最大的鼓励、关心、支持和理解，谢谢你们，我亲爱的父母！

衷心地感谢各位评审老师在百忙之中抽空来审阅我的论文，感谢各位老师对本论文进行指导与批评指正！

刘 霞

二〇一七年四月 于重庆

参考文献

- [1] 蔡履中. 光学(第三版)[M]. 科学出版社, 2007.
- [2] 宋菲君, S.Jutamulia. 近代光学信息处理[M]. 北京: 北京大学出版社, 2014.
- [3] Abbe E. Beitrage zur Theorie des Mikroskops und der Mikroskopischen Wahrnehmung[J]. Archiv fur mikroskopische Anatomie, 1873, 9(1): 413-418.
- [4] 姬艳丽, 田逢春, 刘国金等. 用于光学小波变换的图像压缩方法[J]. 光电工程, 2009, 36(3): 74-78.
- [5] 田逢春, 韩亮, 王宇, 徐鑫. 空频域量化误差最小的光学小波滤波器设计[J]. 光电工程, 2008, (07): 109-115.
- [6] 唐光菊, 田逢春, 李立等. 基于四叉树的光学小波滤波器轴心定位的研究[J]. 光学技术, 2008, 34(4): 119-122.
- [7] 田逢春. 光学小波变换中的 Mexican-hat 小波母函数特性[J]. 重庆大学学报自然科学版, 2002, 25(12): 62-65.
- [8] Han L, Zhang W L, Pu X, Cheng W, Liu X. Optical nonsubsampling contourlet transform[J]. Applied Optics, 2016, 55(27): 7726-7734.
- [9] 刘效勇, 曹益平, 卢佩. 基于压缩感知的光学图像加密技术研究[J]. 光学学报, 2014, (03): 99-107.
- [10] 严奉霞, 王泽龙, 朱炬波, 刘吉英. 压缩感知理论与光学压缩成像系统[J]. 国防科技大学学报, 2014, (02): 140-147.
- [11] Yitzhak August, Chaim Vachman, Yair Rivenson, and Adrian Stern. Compressive hyperspectral imaging by random separable projections in both the spatial and the spectral domains[J]. Applied optics, 2013, 52(10): 46-54.
- [12] 赵友全, 李玉春, 郭翼等. 基于光谱分析的紫外水质检测技术[J]. 光谱学与光谱分析, 2012, 32(5): 1301-1305.
- [13] 陈宇恒, 周建康, 陈新华等. 高分辨光学压缩光谱成像方法与实验研究[J]. 光学学报, 2014, 34(1): 107-112.
- [14] Wang T, Li D M, Tao C K, et al. Research of image compression based on optical wavelet transform[M]. ICARCV '06. 9th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. 2006: 1-5.
- [15] 李修建等. 光计算技术基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013.
- [16] 母国光, 张延炘. 光学神经网络研究及其在模式识别中的应用[J]. 中国科学基金. 1991, (4): 28-32.

- [17] Feng Qian, Guoqiang Li, Hao Ruan, Liren Liu. Modified Signed-digit addition by using binary logic operations and its optoelectronic implementation[J]. Optics & Laser Technology, 1999, 31(6): 403-410.
- [18] D. Psaltis, D. Casasent, et al. Accurate numerical computation by optical convolution[J]. Proc Spie, 1980, 232: 151-156.
- [19] Changhe Zhou, Liren Liu, Zhijiang Wang. Binary encoded vector-matrix multiplication architecture[J]. Optics Letters, 1992, 17(24): 1800-1802.
- [20] Liren Liu, Guoqiang Li, Yaozu Yin. Optical complex matrix-vector multiplication with negative binary inner products[J]. Optics Letters, 1994(19): 1759-1761.
- [21] 罗风光, 曹明翠, 李洪谱. 光计算中一种等效全混洗交换光互连网络的实现方法[J]. 华中理工大学学报(自然科学版). 1994, 22(3): 108-111.
- [22] 罗风光, 徐军. 光计算中全排列无阻塞双 Omega 光互连网络的光学实现方法[J]. 中国激光. 1994, 21(3): 220-224.
- [23] 张锐, 杨建坤, 李修建, 胡文华, 叶瑞泉. 光学向量矩阵乘法器的进展[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27(z1): 960-962.
- [24] Fernandez M, Kruglic E. MEMS technology ushers in a new age in optical switching[J]. Lightwave, 2000, 17(9): 146.
- [25] Lin L Y, Goldstein E L, Tkach R W. Free-space micromachined optical switches for optical networking[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electron, 1998, 5(1): 4-9.
- [26] Morito K, Leuthold J, Melchior H. Dynamic analysis of MZI-SOA all optical switches for balanced switching[C]. 11th International Conference on Integrated Optics and Optical Fibre Communications, and, 23rd European Conference on Optical Communications. 1997, 2: 81-84.
- [27] Earnshaw M P, Sole J B D, et al. Compact, low-loss 4/spl times/4 optical switch matrix using multimode interferometers[J]. Electronics Letters, 2001, 37(2): 115-116.
- [28] C. Hyeol, P. Kapur, K. C. Saraswat. Power comparison between high-speed electrical and optical interconnects for interchip communication[J]. Lightwave Technology Journal of, 2004, 22(9): 2021 -2033.
- [29] Li Hongjian, Dou Yusheng, Tang Hong et al. Parallel computer simulation of photochemical reactions[J]. Chinese Journal of Lasers, 2009, 36(2): 356-361.
- [30] Miller D A B. Rationale and challenges for optical interconnects to electronic chips[J]. Proceedings of the IEEE, 2000, 88: 728-749.
- [31] 秦青松, 马新龙, 邵宇等. 新型光存储材料 $\text{Sr}_2\text{SnO}_4\text{:Tb}^{3+}, \text{Li}^+$ 的合成及其红外上转换光激励发光性能的研究[J]. 物理学报, 2012, 61(9): 464-467.

- [32] 张瑞. 光存储系统仿真与多级光存储技术研究[D]. 华中科技大学, 2005.
- [33] Heinz R A, Artman J O, Lee S H. Matrix Multiplication by Optical Method[J]. Appl Opt, 1970, 9(9): 2161-2168.
- [34] Jablonowski D P, Heinz R A, Artman J O. Matrix Multiplication by Optical Method: Experimental Verification[J]. Appl Opt, 1972, 11(1): 174-178.
- [35] Goodman J W. Fully parallel, high speed incoherent optical method for performing discrete Fourier transforms[J]. Optics Letters, 1978, 2(1): 1-3.
- [36] 于荣金. 集成光学与光电子学[J]. 光电子·激光, 1998(2): 162-165.
- [37] Eugene P. Mosca E P, Richard D. Griffin, Acoustooptical matrix-vector product processor: implementation issues[J]. Applied Optics, 1989, 28(18): 3843-3852.
- [38] 张锐. 光学向量—矩阵乘法器实验研究[D]. 国防科学技术大学, 2006.
- [39] 张锐, 郭威, 李淼, 杨建坤. 一套二进制向量—矩阵乘法运算的光计算系统[J]. 计算机技术与发展, 2007, (10): 141-143.
- [40] Caulfield H. J. Dolev S. Why future supercomputing requires optics[J]. Nature Photonics, May, 2010, 4(5): 261-263.
- [41] A. Poustie. Hybrid integrated SOA-based devices for optical signal processing[C]. International Conference on Photonics in Switching. IEEE, 2006: 1-3.
- [42] Sun C C, Chang M W, Hsu K Y. Matrix-matrix multiplication by using anisotropic self-diffraction in BaTiO₃[J]. Applied Optics, 1994, 33(20): 4501.
- [43] 张锐, 李修建, 杨建坤, 胡文华. 一种混合负二进制编码的光学矩阵乘法系统[J]. 光学与光电技术, 2007, (03): 66-68.
- [44] Chen Y. 4f-type optical system for matrix multiplication[J]. Optical Engineering, 1993, 32(1): 77-79.
- [45] Hidetoshi Nakano, Kazuo Hotate. Optical system for real-time multiplication of the multiple matrix with a 2-D light source array[J]. Applied Optics, 1987, 26(5): 917-23.
- [46] 同济大学数学系. 线性代数 (第 5 版) [M]. 高等教育出版社, 2007.
- [47] 李梅. 光学向量矩阵乘法研究[J]. 计算机技术与发展, 2012, (02): 198-201+205.
- [48] 聂永名. 相干光双 DMD 矢量矩阵乘法器[D]. 国防科学技术大学, 2008.
- [49] Casasent D. Spatial light Modulators[J]. Proceeding of the IEEE, 1977, 65(1): 143-157.
- [50] Chemla D S et al. Nonlinear optical properties of GaAs/GaAlAs multiple quantum well material- Phenomena and application[J]. Optical Engineering, 1985, 24(4): 556-564.
- [51] Miller D A B et al. Quantum wells for optical information processing[J]. Optical Engineering, 1987, 26(5): 368-372.
- [52] Noharet B, Wang Q, Junique S. Multiple quantum-well spatial light modulators for optical

- signal processing[C]. European Symposium on Optics and Photonics for Defence and Security. International Society for Optics and Photonics, 2004: 146-155.
- [53] 米本和也等. CCD/CMOS 图像传感器基础与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2006, 2-10.
- [54] 王庆有. CCD 应用技术[M]. 天津: 天津大学出版社, 2002, 2-50.
- [55] Blank N, Zurich. CCD Versus CMOS-Has CCD Imaging Come to an End[M]. Photogrammetric Week. 2001, 131-137.
- [56] 潘笃武, 贾玉润, 陈善华. 光学 (上下册) [M]. 复旦大学出版社, 1997.
- [57] 王宇. 光学小波变换中的滤波器设计[D]. 重庆大学硕士学位论文. 2007.
- [58] 韩亮. 光学小波变换及其滤波器研究[D]. 重庆大学, 2008.
- [59] 韩亮, 田逢春, 徐鑫, 刘伟, 王宇. 光学4f系统的图像空间频率特性[J]. 重庆大学学报 (自然科学版). 2008.
- [60] 李立. 光学小波变换的 4f 系统研究[D]. 重庆大学信号与信息处理, 2009.
- [61] 李立, 田逢春, 刘赛等. 4f 光学系统中滤波函数角位移补偿的研究[J]. 光学技术, 2009(04): 551-554.
- [62] 郭伟, 崔小弟, 倪国强. 基于四叉树复小波变换的卫星图像去噪[J]. 光学技术, 2006, 32(5): 706-709.
- [63] 唐光菊. 图像小波变换的光学实现[D]. 重庆大学, 2008.

附 录

A. 作者在攻读学位期间发表的论文目录

- [1] Han L, Zhang W L, Pu X, Cheng W, Liu X. Optical nonsubsampling contourlet transform[J]. Applied Optics, 2016, 55(27): 7726-7734.

B. 作者在攻读学位期间申请的相关专利

- [1] 韩亮, 刘霞, 蒲秀娟, 刘亚丽, 程婉琪. 基于小波变换的光学压缩感知方法, 国家发明专利(专利申请号: 201610357716.6), 2016. 5. (已受理)
- [2] 韩亮, 程婉琪, 蒲秀娟, 刘霞, 刘亚丽. 一种基于计算全息的光学加密方法和装置, 国家发明专利(专利申请号: 201610357852.5), 2016. 5. (已受理)

C. 作者在攻读学位期间参与的科研项目

- [1] 光学多尺度几何分析及其在高分辨率图像压缩中的应用, 国家自然科学基金(No.61171158), 2012.01-2015.12