Geometry Homework 6

B96201044 黃上恩, *B98901182* 時丕勳, *K0020100x* 劉士瑋

October 22, 2011

Problem 1 (Ex P151 2). *Show that if a surface is tangent to a plane along a curve, then the points of this curve are either parabolic or planar.*

Proof. □

Problem 3 (Ex P151 3).

(a) *Let $C \subset S$ be a regular curve on a surface S with Gaussian curvature $K > 0$. Show that the curvature κ of C at p satisfies*

$$\kappa \geq \min(|\kappa_1|, |\kappa_2|),$$

where κ_1, κ_2 are the principal curvatures of S at p.

(b) 為什麼上一小題需要 $K > 0$ 的條件，$K \geq 0$ 不可以嗎？

Problem 7.

(a) T_λ 是縮放 λ 倍的映射，$\lambda > 0$。$\mathbb{X} : \Omega \to \mathbb{R}^3$ *regular surface*。討論 $T_\lambda \circ \mathbb{X} : \Omega \to \mathbb{R}^3$ 上對應點 κ_n, H, K 的變化。

(b) $\mathbb{X} : \begin{matrix} \Omega \\ (u,v) \end{matrix} \to \mathbb{R}^3$，若定義 $\overline{\mathbb{X}}(u,v) = \mathbb{X}(v,u)$*(*因此 N 轉向*)*。討論 $\overline{\mathbb{X}}(\Omega)$ 上相對應點的 K_n, H, K 變化。

Problem 9 (旋轉面). $\mathbb{X}(u,v) = (f(u)\cos v, f(u)\sin v, g(u))$，$f > 0$

(a) 計算其 e, f, g, H, K

(b) 討論其 *principal direction* 與 *principal curvature* K_1, K_2。

Problem 10 (管面). $\mathbb{X}(s,\theta) = \gamma(s) + \cos\theta \vec{n}(s) + \sin\theta \vec{b}(s)$, $0 < \kappa < 1$

(a) 計算其 e, f, g, H, K

(b) 討論曲面上 K 的分佈。