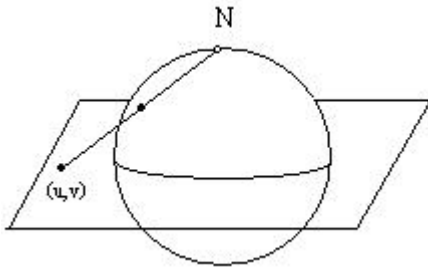


# 2010 Geometry: Ex. 5

due 2011/10/21

1.  $\boxplus$ (參見 p67 Ex16) 考慮

$$\begin{aligned} \mathbb{X}: \mathbb{R}^2 &\rightarrow S^2 \setminus \{N\}, N = (0, 0, 1) \\ (u, v) &\mapsto \left( \frac{2u}{u^2+v^2+1}, \frac{2v}{u^2+v^2+1}, \frac{u^2+v^2-1}{u^2+v^2+1} \right) \end{aligned}$$



- (a) 檢查這的確是  $S^2 \setminus \{N\}$  的參數式
- (b) 計算 E, F, G, E=G 嗎?
- (c) 計算  $\mathbb{X}_u, \mathbb{X}_v$
- (d) 若  $W_1, W_2$  是  $\mathbb{R}^2$  兩以  $a$  為起點的向量, 說明  $W_1, W_2$  的夾角 =  $d\mathbb{X}(W_1)$  與  $d\mathbb{X}(W_2)$  的夾角
2.  $\boxplus$ (旋轉面)  $\mathbb{X}(\theta, s) = (a(s) \cos \theta, a(s) \sin \theta, b(s))$   
 $(a(s), b(s))$  為長度參數之平面曲線  
 計算 E, F, G 並討論其 regular 的條件
3.  $\boxplus$ (管面) 設空間曲線  $\gamma(s), s$  長度參數,  $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$  為 Frenet frame  
 令  $\mathbb{X}_l(s, \theta) = \gamma(s) + l \cos \theta \vec{n}(s) + l \sin \theta \vec{b}(s), l > 0$   
 計算 E, F, G 並討論其 regular 的條件
4. (「切」面) 設空間曲線  $\gamma(s), s$  長度參數  
 令  $\mathbb{X}(s, v) = \gamma(s) + v \vec{t}(s)$   
 計算 E, F, G 並討論其 regular 的條件
5. Ex4, p100
6.  $\boxplus$ Ex6, p100