

GEOMETRY HOMEWORK 4

B96201044 黃上恩, B98901182 時丕勳, K0020100x 劉士璋

October 8, 2011

Problem 3.

- (a) 假設 $\kappa(s) \neq 0, \tau(s) \neq 0$, 由四點決定一球, 討論空間曲線 $\gamma(s)$ 的密切球, 並決定球心與半徑。
- (b) 討論螺線 $(a \cos t, a \sin t, bt)$ 的密切球, $a > 0$ 。

Proof.

□

Problem 4. $\kappa \neq 0, \tau \neq 0$ 為兩常數, 請決定 $\kappa(s) = \kappa, \tau(s) = \tau$ 的曲線方程式。(長度參數 s)

Problem 5 (Darboux vector). $\gamma(s)$ arc length

- (a) 說明 \exists vector $\omega(s)$ (called Darboux vector) such that

$$\begin{cases} T' &= \omega \times T \\ N' &= \omega \times N \\ B' &= \omega \times B \end{cases}$$

- (b) $V(s)$ is a vector along $\gamma(s)$ 且 w.r.t (T, N, B) , $V(s) = (v_1(s), v_2(s), v_3(s))$
 $\Rightarrow V' = (v'_1, v'_2, v'_3) + \omega \times V$
- (c) 說明 $\omega = \frac{1}{2}(T \times T' + N \times N' + B \times B')$

Problem 8.

- (a) 令函數 $x_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, (x_1, \dots, x_n) \mapsto x_i$. 計算 $[dx_i]$, 在不同的 $a \in \mathbb{R}^n$, dx_i 如何隨 a 變化。
- (b) 由上題微分式 $df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n$ 與映射 df 結合起來。
- (c) $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, 怎麼利用上題幫你計算 df