

2010 Geometry: Ex.6

due 2011/10/28

1. \boxtimes Ex P151 2
2. Ex P151 5 (mean curvature)
3. \boxtimes
 - (a) Ex P151 3
 - (b) 為什麼上一小題需要 $\kappa > 0$ 的條件， $\kappa \geq 0$ 不可以嗎？
4. Ex P151 8 (Gauss map)
5. Ex P151 9 (a) (b) (Gauss map)
6. Ex P152 17 (Gauss)
7. \boxtimes
 - (a) T_λ 是縮放 λ 倍的映射， $\lambda > 0$ 。 $\mathbb{X} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ regular surface . 討論 $T_\lambda \circ \mathbb{X} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ 上相對應點 κ_n, H, K 的變化。
 - (b) $\mathbb{X} : \begin{matrix} \Omega \\ (u, v) \end{matrix} \rightarrow \mathbb{R}^3$, 若定義 $\bar{\mathbb{X}}(u, v) = \mathbb{X}(v, u)$ (因此 N 轉向)。
討論 $\bar{\mathbb{X}}(\Omega)$ 上相對應點的 K_n, H, K 的變化。
8. $\mathbb{X}(u, v) = (u, v, f(u, v))$ (函數曲面)
 - (a) 計算其 e, f, g, H, K
 - (b) 說明在 $f(u, v)$ 的 critical point $\begin{bmatrix} e & f \\ f & g \end{bmatrix}$ 就是 $\begin{bmatrix} f_{uu} & f_{uv} \\ f_{vu} & f_{vv} \end{bmatrix}$
並由此討論其極值型態與 K 的關係。
9. $\boxtimes \mathbb{X}(u, v) = (f(u) \cos v, f(u) \sin v, g(u))$ (旋轉面)， $f > 0$
 - (a) 計算其 e, f, g, H, K
 - (b) 討論其 principal direction 與 principal curvature K_1, K_2 。
10. $\boxtimes \mathbb{X}(s, \theta) = \gamma(s) + \cos \theta \vec{n}(s) + \sin \theta \vec{b}(s), 0 < \kappa < 1$ (管面)
 - (a) 計算其 e, f, g, H, K
 - (b) 討論曲面上 K 的分佈
11. $\mathbb{X}(s, t) = \gamma(s) + tT(s)$ ， $T = \gamma'(s)$ (切面)
計算其 K 。