

GEOMETRY HOMEWORK 7

B96201044 黃上恩, B98901182 時丕勳, K0020100x 劉士璋

October 31, 2011

Problem 2. 若 $F(x, y, z) = 0$ 定義一 *surface*, 證明 $\nabla f \neq 0$ 的地方 Gauss curvature $K = \frac{\nabla F^t A \nabla F}{\|\nabla f\|^4}$. 其中 A 為 $\partial^2 F = \begin{pmatrix} F_{xx} & F_{xy} & F_{xz} \\ F_{yx} & F_{yy} & F_{yz} \\ F_{zx} & F_{zy} & F_{zz} \end{pmatrix}$ 的 *adjoint Matrix*, i.e. $A = \det(\partial^2 F)(\partial^2 F)^{-1}$

Proof.

□

Problem 3 (Ex P168 4). Determine the asymptotic curves and the lines of curvature of $z = xy$.

Problem 4. 已知 $\mathbb{X}(u, v)$ 為一 *surface* $\subset \mathbb{R}^3$ 且 $E = G = (1 + u^2 + v^2)^2, F = 0$ 而且 $e = 1, f = \sqrt{3}, g = -1$

(a) 求在 $\mathbb{X}(1, 1)$ 的 K 與 H

(b) 如何決定過 $\mathbb{X}(1, 1)$ 的 *line of curvature* 與 *asymptotic curve* (如果有話)

Problem 5. $\mathbb{X}(u, v) = (v \cos u, v \sin u, u)$, 令 $\gamma(t) = \mathbb{X}(t, 1)$

(a) 求 $\gamma(t)$ 的 $\kappa_n, \kappa_g, \tau_g$

(b) 與 $\gamma(t)$ 的 κ, τ 有何關係

Problem 6. 令 $(x(t), y(t)) = (t - \tanh t, \operatorname{sech} t)$ 這基本就是 p7(4) 的 *tratrix*

(a) 將此曲線化作長度參數

(b) 利用上小題, 求此曲線繞 x 軸旋轉的旋轉體的 K