

Bonus

學期結束前交即可，而且除非完成，否則不用交。

給定一 simple close curve $\gamma(s)$ ，考慮 $\gamma(s)$ 沿著 N 方向以 $|\kappa|$ 的變化率變動的情形。

Formulation: 令 $F(s, t) = (x(s, t), y(s, t))$

$F(s, t)$ 可想成 $\gamma_t(s)$ ，是在時間 t 時的曲線。其中 $\gamma_0(s) = \gamma(s)$ ，此時不妨假設 s 為長度參數。但當 $t \neq 0$ ， s 並非 $\gamma_t(s)$ 之長度參數。

1. $\gamma_0(s) = (\cos s, \sin s)$ 時，說明 $\gamma_t(s)$ 的變化
2. 令 $\Delta = \sqrt{\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2}$ ，證明 $\frac{\partial \Delta}{\partial t} = -\kappa_t^2(s)\Delta$
(其實 $\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}$ 是 $\frac{\partial x}{\partial s}, \frac{\partial y}{\partial s}$)
3. 說明 γ_t 的長度會越來越短。
4. 給出一個想法，說明若 γ_1, γ_2 一開始不相交，則 γ_{1t}, γ_{2t} 就永遠不會相交。