Exercise 1:

1. Combien de solution(s) le système linéaire suivant possède-t-il?

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 6x_3 = -5/4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 71/3 \\ x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -91/12 \end{cases}$$

☐ 0
☐ 1
☐ 2
☐ une infinité
☐ Aucune des réponses ci-dessus

2. Que vaut le déterminant de la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 2 & -4 & 5 \\ 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

☐ -66
☐ -210
☐ 222
☐ -72
☐ Aucune des réponses ci-dessus

3. Quelle est l'inverse (pour autant qu'il existe) de

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -7 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

☐ $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 23/15 & -7/15 & -1/3 \\ -5/3 & 1/3 & 2/3 \\ 14/15 & 1/15 & 1/3 \end{pmatrix}$

☐ $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 23/15 & 7/15 & -1/3 \\ -5/3 & -1/3 & 2/3 \\ 14/15 & 1/15 & -1/3 \end{pmatrix}$

☐ $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 23/15 & 7/15 & 2/3 \\ -5/3 & -1/3 & 2/3 \\ 14/15 & 1/15 & -1/3 \end{pmatrix}$

☐ $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 23/15 & 7/15 & -1/3 \\ -5/3 & -1/3 & 2/3 \\ 14/15 & 4/15 & -1/3 \end{pmatrix}$

☐ Aucune des réponses ci-dessus

4. Que vaut le produit suivant
$$\begin{pmatrix} 1/4 & 2 & 3 \\ 1 & -2/3 & -7 \\ 3 & 5 & 6/5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5/2 \end{pmatrix}$$

☐ $\begin{pmatrix} -15/4 \\ 91/6 \\ -4 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 15/4 \\ -91/6 \\ -4 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 15/4 \\ 91/6 \\ -4 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 15/4 \\ -91/6 \\ 4 \end{pmatrix}$

☐ Aucune des réponses ci-dessus

5. Parmi les familles de vecteurs suivantes, lesquelles sont linéairement indépendantes

☐ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} -6 \\ 18 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 4 \\ -12 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} \lambda \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 2\lambda \\ 6 \end{pmatrix}$, où $\lambda \in \mathbb{R}$

☐ Aucune des réponses ci-dessus

6. Parmi les familles de vecteurs suivantes, lesquelles sont linéairement indépendantes

☐ $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -11 \\ 12 \\ -4 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 11 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 10 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ -18 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

☐ Aucune des réponses ci-dessus

Exercise 2:
Soit le système:

$$\begin{aligned} 20x + 4y &= \beta \\ 5x + \alpha y &= 1 \end{aligned}$$

où x, y sont des inconnues et α, β des paramètres réels.

1. Pour quelles valeurs de α ce système a-t-il une solution unique? Calculer cette solution.
2. Pour quelles valeurs de α et β ce système n'admet-il aucune solution?

Exercise 3:
Soit le système d'équations linéaires:

$$\begin{aligned} \alpha x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \\ (\beta - 1)x_2 + \alpha x_3 &= \alpha \\ \alpha x_1 + 2\beta x_2 + \beta x_3 &= 1 \end{aligned}$$

où $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ sont des paramètres.

1. Écrire le système sous forme matricielle **Ax=b**.
2. Calculer le déterminant de $\mathbf{A}$. Montrer que $\det \mathbf{A} = 0$ si et seulement si $\alpha = 0$, ou $\beta = 1$, ou $\beta = 2\alpha + 1$.
3. Résoudre le système lorsque $\alpha = 0$ et $\beta = 1$.
4. Montrer que le système n'a pas de solution lorsque $\alpha = 0$ et $\beta \neq 1$.
5. Résoudre le système lorsque $\alpha \neq 0$ et $\beta = 1$.
6. Montrer que le système n'a pas de solution lorsque $\alpha \neq 0$ et $\beta = 2\alpha + 1$.