

# Потоковый анализ

(Data-flow analysis)

Достижимые присваивания (Reaching definitions)

# Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$

## Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$

Бинарная операция  $\wedge$  (meet):  $\forall x, y, z \in L$

- $x \wedge x = x$  (идемпотентность);
- $x \wedge y = y \wedge x$  (коммутативность);
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$  (ассоциативность).

## Частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$ :<sup>1 2</sup>

$\forall x, y \in L$

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$ ;
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$ .

## Свойства полурешеток

- Обрыв убывающих цепей:  
 $\forall x_1 > x_2 > \dots \exists k : \nexists y \in L : x_k > y$
- Ограниченность:

<sup>1</sup>Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении  $\leq$  через  $\wedge$ ?

<sup>2</sup>Можно ли восстановить полурешетку  $\langle L, \wedge \rangle$  имея только частичный порядок  $\langle L, \leq \rangle$ ?

# Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$

## Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$

Бинарная операция  $\wedge$  (*meet*):  $\forall x, y, z \in L$

- $x \wedge x = x$  (*идемпотентность*);
- $x \wedge y = y \wedge x$  (*коммутативность*);
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$  (*ассоциативность*).

## Частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$ :

$\forall x, y \in L$

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$ ;
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$ .

## Свойства полурешеток

- Обрыв убывающих цепей:  
 $\forall x_1 > x_2 > \dots \exists k : \nexists y \in L : x_k > y$
  - Ограниченность:
- 

## Примеры

- Множество подмножеств  $S$   
 $L = 2^S, \wedge = \cap$  (или  $\cup$ )
- Натуральные числа  
 $L = \mathbb{N}, x \wedge y = \min(x, y)$
- Константные целочисленные значения  
 $L = \mathbb{Z} \cup \{T, \perp\}, \perp < \mathbb{Z} < T$
- Иерархия типов в программе  
 $L = Types, x \leq y = x <: y$  (*subtype*)

Монотонность

Монотонность на полурешетке

Дистрибутивность

- Поточный граф
- Полурешетка свойств
- Начальная разметка
- Преобразователи свойств
  - Семейство монотонных функций

- MOP
- MFP
  - $\exists MFP$
  - $\exists! MFP$
  - $MFP \leq MOP$
- Теорема Килдалла
  - дистрибутивность преобразователей  $\Rightarrow MFP = MOP$
- Неразрешимость

Topsort ??



Спасибо за внимание