### Потоковый анализ

(Data-flow analysis)

### Потоковый анализ

#### Потоковый анализ (Data flow analysis)

- Статический
- Глобальный (весь CFG)
- Зависит от потока управления
- Вычисление свойств исполнения программы
- Единая формальная модель и теория

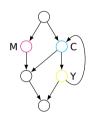
### Примеры

- Reaching definitions (use-def links)
- Liveness analysis
- Constant propagation
- Constant subexpression elimination
- Dead code elimination

CFG

### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E \rangle$ 

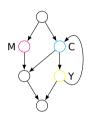




### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

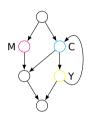




### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

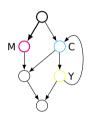




### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

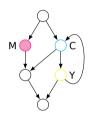




### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

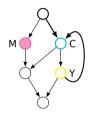




### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

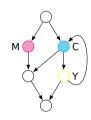




### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

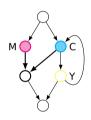




#### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**



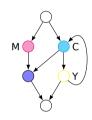


### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

TODO



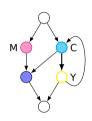


### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

TODO

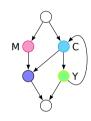




### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

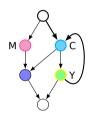




### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

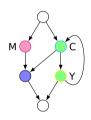




### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

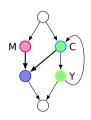




### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

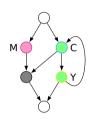




### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

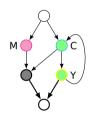




#### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**

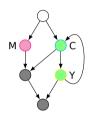




#### Окружение потокового анализа

ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E 
angle$ 

### **TODO**





# Полурешетка свойств $\langle L, \wedge angle$

### Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$

Бинарная операция  $\land$  (meet):  $\forall x, y, z \in L$ 

- $x \wedge x = x$  (идемпотентность);
- $x \wedge y = y \wedge x$  (коммутативность);
- $(x \land y) \land z = x \land (y \land z)$  (ассоциативность).

### Частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$ : 1 2

 $\forall x, y \in L$ 

- $x \le y \Leftrightarrow_{def} x \land y = x$ ;
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \land y = x \& x \neq y$ .

#### Свойства полурешеток

- Обрыв убывающих цепей:
  - $\forall x_1 > x_2 > \dots \exists k : \nexists y \in L : x_k > y$
- Ограниченность:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении ≤ через  $\land$ ?

<sup>2</sup>Можно ли восстановить полурешетку  $\langle L, \land \rangle$  имея только частичный порядок  $\langle L, < \rangle$ ?

# Полурешетка свойств $\langle L, \wedge angle$

### Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$

Бинарная операция  $\land$  (*meet*):  $\forall x, y, z \in L$ 

- $x \wedge x = x$  (идемпотентность);
- $x \wedge y = y \wedge x$  (коммутативность);
- $(x \land y) \land z = x \land (y \land z)$  (ассоциативность).

### Частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$ :

 $\forall x, y \in L$ 

- $x \le y \Leftrightarrow_{def} x \land y = x$ ;
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \land y = x \& x \neq y$ .

### Свойства полурешеток

- Обрыв убывающих цепей:  $\forall x_1>x_2>\dots \exists k\,:\, \nexists y\in L\,:\, x_k>y$
- Ограниченность:

### Примеры

- Множество подмножеств S  $L = 2^S, \land = \cap (\mathsf{или} \cup)$
- Натуральные числа  $L = \mathbb{N}, x \wedge y = min(x, y)$
- Константые целочисленные значения  $L=\mathbb{Z}\cup\{\mathsf{T},\bot\},\bot<\mathbb{Z}<\mathsf{T}$
- Иерархия типов в программе  $L = Types, x \le y = x <: y \text{ (subtype)}$

### Потоковые функции

Монотонность

Монотонность на полурешетке

Дистрибутивность

### Задача потокового анализа

- Потоковый граф
- Полурешетка свойств
- Начальная разметка
- Преобразователи свойств
  - Семейство монотонных функций

### Решение задачи потокового анализа

- MOP
- MFP
  - $\exists MFP$
  - ∃!*MFP*
  - $MFP \leq MOP$
- Теорема Килдалла
  - ullet дистрибутивность преобразователей  $\Rightarrow MFP = MOP$
- Неразрешимость

### Оценка сложности

Topsort ??

