Потоковый анализ

(Data-flow analysis)

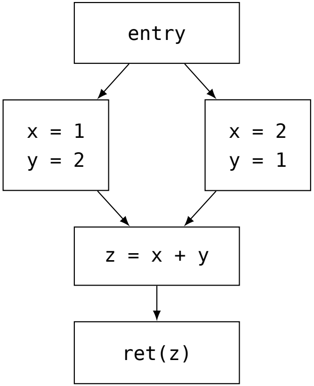
Потоковый анализ

Потоковый анализ

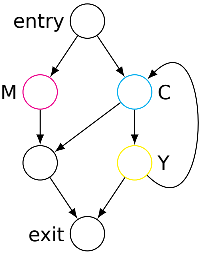
- Статический
- Глобальный (весь CFG)
- Зависит от потока управления
- Вычисление свойств исполнения программы
- Единая формальная модель и теория

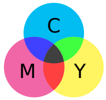
Применение

- Reaching definitions (use-def links)
- Live-variable analysis
- Constant propagation
- Constant subexpression elimination
- Dead code elimination



Пример

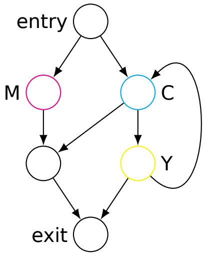


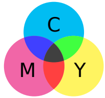


Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$

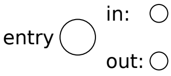


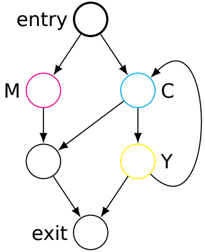


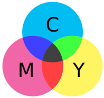
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



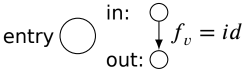


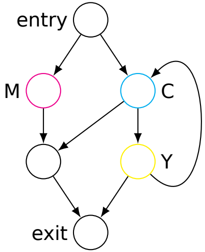


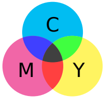
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



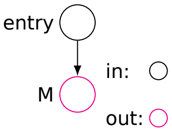


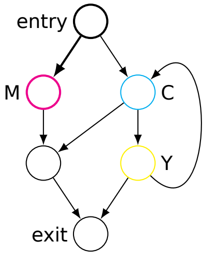


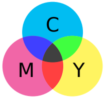
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$

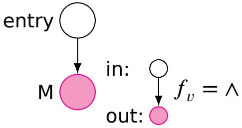


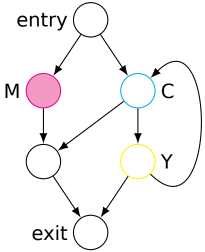


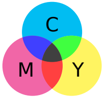


Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



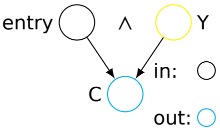


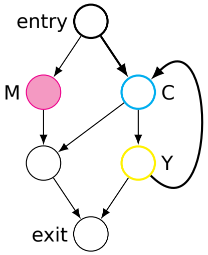


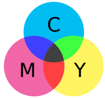
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



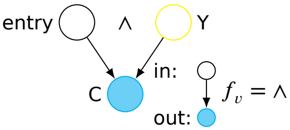


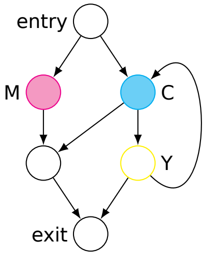


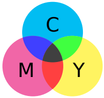
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



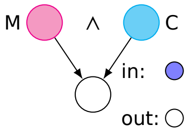


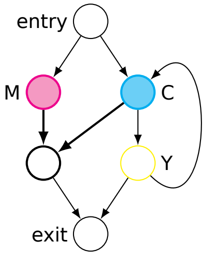


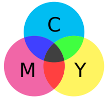
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



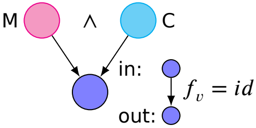


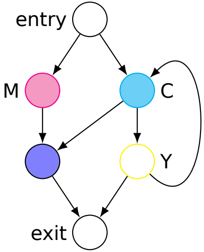


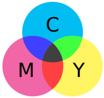
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



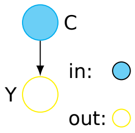


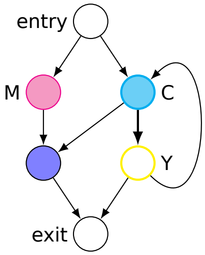


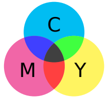
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



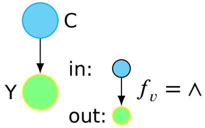


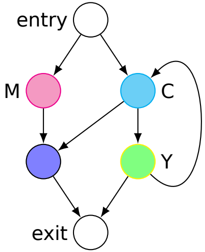


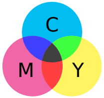
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



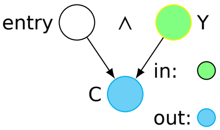


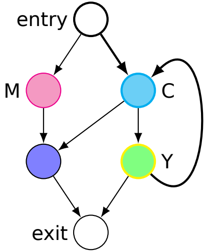


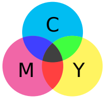
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



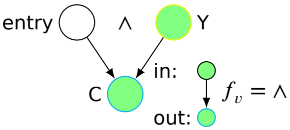


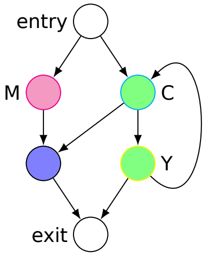


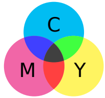
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$

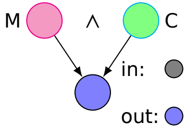


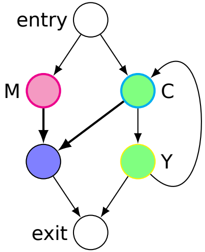


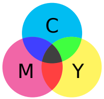


Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



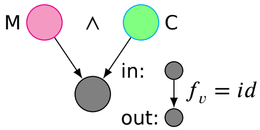


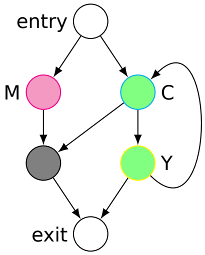


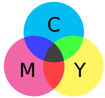
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



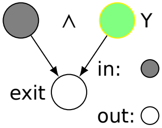


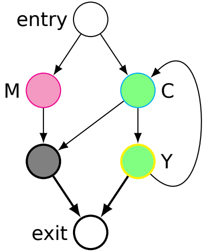


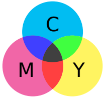
Пример

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$

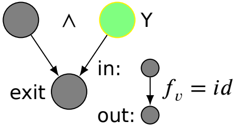


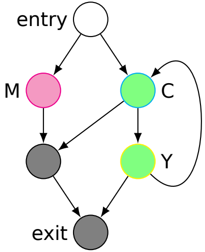


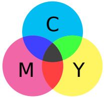


Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$







Полурешетка свойств

Бинарная операция $\wedge$ (*meet*)

- $x \wedge x = x$ (*идемпотентность*)
- $x \wedge y = y \wedge x$ (*коммутативность*)
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$ (*ассоциативность*)

Частичный порядок $\leq$

- $x \leq x$ (*рефлексивность*)
- $x \leq y \;\&\; y \leq z \Rightarrow x \leq z$ (*транзитивность*)
- $x \leq y \;\&\; y \leq x \Rightarrow x = y$ (*антисимметричность*)

Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ [1] [2]

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \;\&\; x \neq y$

[1] Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении $\leq$ через $\wedge$?

[2] Можно ли восстановить полурешетку $\langle L, \wedge \rangle$ имея только частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$?

Полурешетка свойств

Бинарная операция $\wedge$ (*meet*)

- $x \wedge x = x$ (*идемпотентность*)
- $x \wedge y = y \wedge x$ (*коммутативность*)
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$ (*ассоциативность*)

Частичный порядок $\leq$

- $x \leq x$ (*рефлексивность*)
- $x \leq y \;\&\; y \leq z \Rightarrow x \leq z$ (*транзитивность*)
- $x \leq y \;\&\; y \leq x \Rightarrow x = y$ (*антисимметричность*)

Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ [1] [2]

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \;\&\; x \neq y$

Свойства полурешеток

Ограниченность снизу

$$\exists \bot \in L : \forall x \in L : \bot \wedge x = \bot \; (\bot \leq x)$$

Ограниченность сверху

$$\exists \top \in L : \forall x \in L : \top \wedge x = x \; (x \leq \top)$$

Высота полурешетки

$$H_L = max\{|x_1 > x_2 > \ldots \in L|\}$$

Обрыв убывающих цепей

$$\forall x_1 > x_2 > \ldots \in L : \exists k : \nexists y \in L : x_k > y$$

Произведение полурешеток

$$\langle A, \wedge_A \rangle \times \langle B, \wedge_B \rangle = \langle A \times B, \wedge \rangle,$$

$$(a, b) \wedge (a', b') = (a \wedge_A a', b \wedge_B b')$$

---

[1] Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении $\leq$ через $\wedge$?

[2] Можно ли восстановить полурешетку $\langle L, \wedge \rangle$ имея только частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$?

Примеры

Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

Примеры

Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

$$\begin{array}{c} \varnothing = \top \\ \downarrow \\ \{A\} = \bot \end{array}$$

Примеры

Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

$$\begin{tikzcd} \varnothing = \top \arrow[d] \\ \{A\} = \bot \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} & \varnothing = \top \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ \{A\} \arrow[dr] & & \{B\} \arrow[dl] \\ & \{A, B\} = \bot & \end{tikzcd}$$

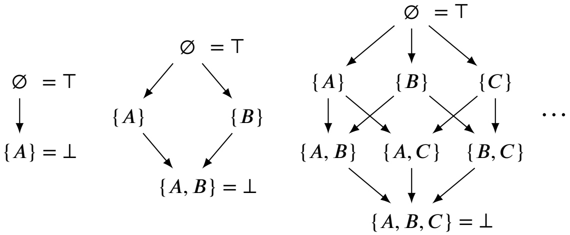
Множество подмножеств S

$L = 2^S, \wedge = \cup$ или $\cap$

$$
\begin{tikzcd}
\varnothing = \top \arrow[d] \\
\{A\} = \bot
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}
& \varnothing = \top \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
\{A\} \arrow[dr] & & \{B\} \arrow[dl] \\
& \{A, B\} = \bot &
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}
& \varnothing = \top \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & \\
\{A\} \arrow[d] \arrow[dr] & \{B\} \arrow[dl] \arrow[dr] & \{C\} \arrow[dl] \arrow[d] \\
\{A, B\} \arrow[dr] & \{A, C\} \arrow[d] & \{B, C\} \arrow[dl] \\
& \{A, B, C\} = \bot &
\end{tikzcd}
\qquad \cdots
$$

Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$



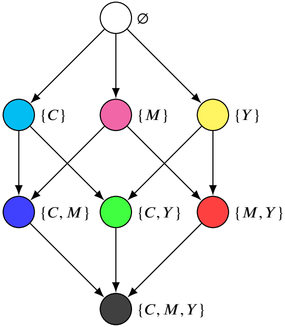
Примеры

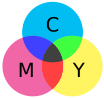
Множество подмножеств S

$L = 2^S, \wedge = \cup$ или $\cap$

CMYK

$L = 2^{\{C,M,Y\}}, \wedge = \cup$





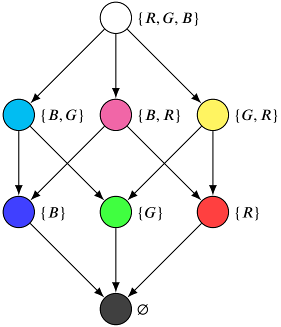
Примеры

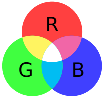
Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

RGB

$$L = 2^{\{R,G,B\}}, \wedge = \cap$$





Примеры

Множество подмножеств S

$L = 2^S, \wedge = \cup$ или $\cap$

Натуральные числа

$L = \mathbb{N}_0 \cup \{\top\}, x \wedge y = min(x, y)$

$$\begin{array}{c} \top \\ \downarrow \\ \cdots \\ \downarrow \\ 2 \\ \downarrow \\ 1 \\ \downarrow \\ 0 \end{array}$$

Примеры

Множество подмножеств S

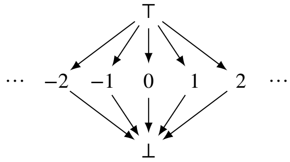
$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

Натуральные числа

$$L = \mathbb{N}_0 \cup \{\top\}, x \wedge y = min(x, y)$$

Целочисленные константы

$$L = \mathbb{Z} \cup \{\top, \bot\}, \bot < \mathbb{Z} < \top$$



Примеры

Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

Натуральные числа

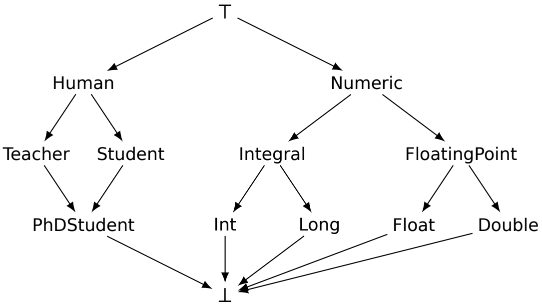
$$L = \mathbb{N}_0 \cup \{\top\}, x \wedge y = min(x, y)$$

Целочисленные константы

$$L = \mathbb{Z} \cup \{\top, \bot\}, \bot < \mathbb{Z} < \top$$

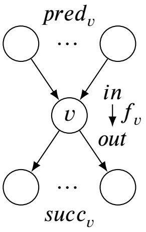
Иерархия типов в программе

$$L = Types, x \leq y \Leftrightarrow x <: y$$



Окружение потокового анализа

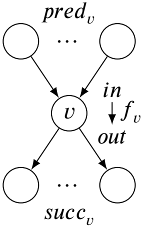
- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



Задача потокового анализа

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



Система потоковых уравнений

$D = \downarrow$	$D = \uparrow$
$in_0(v) = out_0(v) = \top$	$in_0(v) = out_0(v) = \top$
$in_i(v) = \bigwedge\limits_{x \in pred_v} out_i(x)$	$out_i(v) = \bigwedge\limits_{x \in succ_v} in_i(x)$
$out_i(v) = f_v(in_i(v))$	$in_i(v) = f_v(out_i(v))$

Maximum Fixed Point (MFP)

Наибольшее решение среди всех решений S

$out_S(v) \leq out_{MFP}(v)$	$in_S(v) \leq in_{MFP}(v)$

Условия сходимости

- Монотонность преобразователей f_v
- Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ с обрывом цепей

Окружение потокового анализа

- Потоковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$

Преобразователи свойств

Монотонная функция f на $\langle L, \leq \rangle$

$$x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$$

Монотонная функция f на $\langle L, \wedge \rangle$ [3]

$$f(x \wedge y) \leq f(x) \wedge f(y)$$

Дистрибутивная функция f на $\langle L, \wedge \rangle$

$$f(x \wedge y) = f(x) \wedge f(y)$$

Система потоковых уравнений

$D = \downarrow$	$D = \uparrow$
$in_0(v) = out_0(v) = \top$	$in_0(v) = out_0(v) = \top$
$in_i(v) = \bigwedge_{x \in pred_v} out_i(x)$	$out_i(v) = \bigwedge_{x \in succ_v} in_i(x)$
$out_i(v) = f_v(in_i(v))$	$in_i(v) = f_v(out_i(v))$

Maximum Fixed Point (MFP)

Наибольшее решение среди всех решений S

$out_S(v) \leq out_{MFP}(v)$	$in_S(v) \leq in_{MFP}(v)$

Условия сходимости

- Монотонность преобразователей f_v
- Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ с обрывом цепей

[3] Докажите эквивалентность определений монотонной функции на $\langle L, \leq \rangle$ и на $\langle L, \wedge \rangle$.

Примеры не сходящегося анализа

Монотонность преобразователей

$$L = \{T, F\}, F \leq T$$

$$f_{entry} = f_{exit} = id$$

$$f_{loop}(x) = \neg x$$

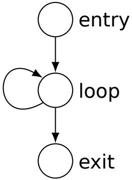
Обрыв убывающих цепей [4]

$$L = \mathbb{R}_{\mathbb{0}}^{+} \cup \{\top\}, \wedge = min$$

$$f_{entry}(x) = 1$$

$$f_{loop}(x) = x/2$$

$$f_{exit} = id$$



[4] Существуют ли полурешетки с обрывом цепей неограниченной высоты?

Meet Over Paths (MOP) [5]

Точное решение по всем путям $v_{entry} \to \dots \to v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \dots \to v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(\top))\dots)$$

Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

[5] Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

Точность решения

Meet Over Paths (MOP) [5]

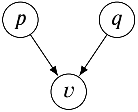
Точное решение по всем путям $v_{entry} \to \cdots \to v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\ldots(f_{v_{entry}}(\top))\ldots)$$

Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

$out_{MOP}(p) = x$



$out_{MOP}(q) = y$

[5] Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

Meet Over Paths (MOP) [5]

Точное решение по всем путям $v_{entry} \to \cdots \to v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(\top))\dots)$$

Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

$$\begin{tikzcd}
out_{MOP}(p) = x \quad p \arrow[dr] & & q \arrow[dl] \quad out_{MOP}(q) = y \\
& v &
\end{tikzcd}$$

$$\underbrace{f_v(x \wedge y)}_{out_{MFP}(v)}$$

---

[5] Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

Точность решения

Meet Over Paths (MOP) [5]

Точное решение по всем путям $v_{entry} \to \cdots \to v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(\top))\dots)$$

Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

$$\begin{tikzcd} out_{MOP}(p) = x \quad p \arrow[dr] & & q \arrow[dl] \quad out_{MOP}(q) = y \\ & v & \end{tikzcd}$$

$$\underbrace{f_v(x \wedge y)}_{out_{MFP}(v)} \qquad \underbrace{f_v(x) \wedge f_v(x)}_{out_{MOP}(v)}$$

[5] Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

Точность решения

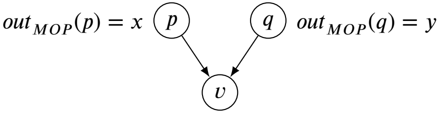
Meet Over Paths (MOP) [5]

Точное решение по всем путям $v_{entry} \to \cdots \to v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\ldots(f_{v_{entry}}(\top))\ldots)$$

Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



$$\underbrace{f_v(x \wedge y)}_{out_{MFP}(v)} \;\leq\; \underbrace{f_v(x) \wedge f_v(x)}_{out_{MOP}(v)}$$

[5] Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

Точность решения

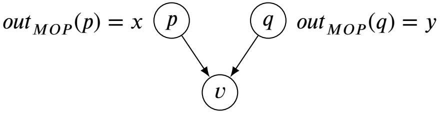
Meet Over Paths (MOP) [5]

Точное решение по всем путям $v_{entry} \to \cdots \to v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(\top))\dots)$$

Безопасность MFP [6]

$$out_{MFP}(v) \le out_{MOP}(v)$$



$$\underbrace{f_v(x \wedge y)}_{out_{MFP}(v)} \le \underbrace{f_v(x) \wedge f_v(x)}_{out_{MOP}(v)}$$

[5] Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

[6] В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно — $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$.

Точность решения

Meet Over Paths (MOP) [5]

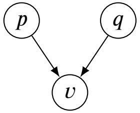
Точное решение по всем путям $v_{entry} \to \cdots \to v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(\top))\dots)$$

Безопасность MFP [6]

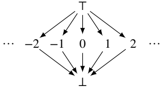
$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

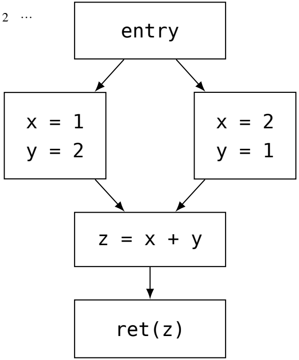
$out_{MOP}(p) = x$ $\quad$ $out_{MOP}(q) = y$



$$\underbrace{f_v(x \wedge y)}_{out_{MFP}(v)} \leq \underbrace{f_v(x) \wedge f_v(x)}_{out_{MOP}(v)}$$

Constant propagation





[5] Рассмотрен случай нисходящего анализа $D =\downarrow$, для восходящего $D =\uparrow$ рассуждения аналогичны.

[6] В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно — $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$.

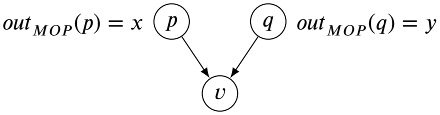
Meet Over Paths (MOP) [5]

Точное решение по всем путям $v_{entry} \to \cdots \to v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(\top))\dots)$$

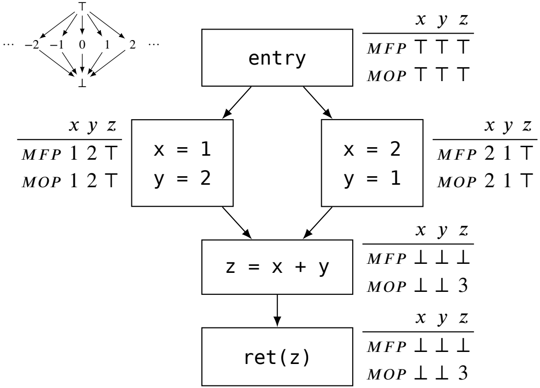
Безопасность MFP [6]

$$out_{MFP}(v) \le out_{MOP}(v)$$



$$\underbrace{f_v(x \wedge y)}_{out_{MFP}(v)} \le \underbrace{f_v(x) \wedge f_v(x)}_{out_{MOP}(v)}$$

Constant propagation



[5] Рассмотрен случай нисходящего анализа $D =\downarrow$, для восходящего $D =\uparrow$ рассуждения аналогичны.

[6] В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно — $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$.

Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок $b \in B$ содержит одну операцию
- V — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$ — множество *присваиваний* в переменную $v \in V$ (напр. `v = 3`)
- $use_v \subseteq B$ — множество *использований* переменной $v \in V$ (напр. `x = y + v`)

Потоковый анализ программ

Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок $b \in B$ содержит одну операцию
- V — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$ — множество *присваиваний* в переменную $v \in V$ (напр. `v = 3`)
- $use_v \subseteq B$ — множество *использований* переменной $v \in V$ (напр. `x = y + v`)

Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \wedge = \cup$ или $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- gen_b — свойства порождаемые блоком b
- $kill_b$ — свойства убиваемые блоком b

Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок $b \in B$ содержит одну операцию
- V — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$ — множество *присваиваний* в переменную $v \in V$ (напр. `v = 3`)
- $use_v \subseteq B$ — множество *использований* переменной $v \in V$ (напр. `x = y + v`)

Gen-Kill формализм

- $L = 2^S$, $\wedge = \cup$ или $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- gen_b — свойства порождаемые блоком b
- $kill_b$ — свойства убиваемые блоком b

Следствия

- $\langle L, \wedge \rangle$ — конечная полурешетка
- f_b — дистрибутивные функции [7]
- Анализ *всегда* сходится к точному решению

[7] Докажите дистрибутивность f_b в gen-kill форме.

Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок $b \in B$ содержит одну операцию
- V — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$ — множество *присваиваний* в переменную $v \in V$ (напр. `v = 3`)
- $use_v \subseteq B$ — множество *использований* переменной $v \in V$ (напр. `x = y + v`)

Reaching definitions

$$L = 2^B, \wedge = \cup, D = \downarrow$$

b	$\in def_v$	$\notin def_v$
gen_b	$\{b\}$	$\varnothing$
$kill_b$	def_v	$\varnothing$

Live-variable analysis

$$L = 2^V, \wedge = \cup, D = \uparrow$$

gen_b	$\{v \mid b \in use_v\}$
$kill_b$	$\{v \mid b \in def_v\}$

Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \wedge = \cup$ или $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- gen_b — свойства порождаемые блоком b
- $kill_b$ — свойства убиваемые блоком b

Следствия

- $\langle L, \wedge \rangle$ — конечная полурешетка
- f_b — дистрибутивные функции [7]
- Анализ *всегда* сходится к точному решению

[7] Докажите дистрибутивность f_b в gen-kill форме.

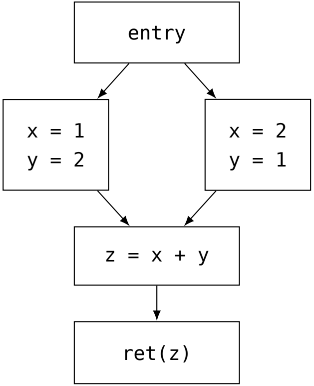
Заключение

Достоинства

- Глобальный статический анализ
- Универсальная теоретическая модель
- Простота реализации
- gen-kill формализм гарантирует сходимость и точность

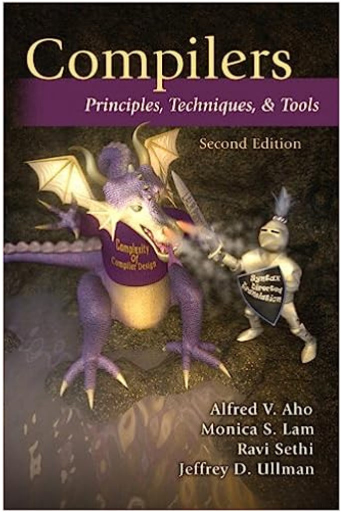
Недостатки

- Результат инвалидируется оптимизациями
- Анализы не комбинируются эффективно
- Не всегда удается гарантировать сходимость и точность



A. V. Aho, M. S. Lam, R. Sethi, and J. D. Ullman.
Compilers: Principles, Techniques, and Tools, 1986

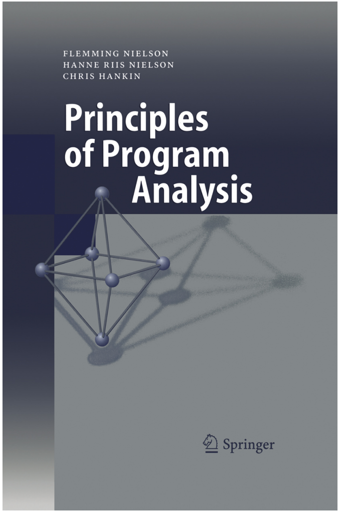
Introduction to Data-Flow Analysis



Дополнительная литература

N. Flemming, H. R. Nielson, and C. Hankin.
Principles of program analysis. 2015

Data Flow Analysis



Спасибо за внимание