

Потоковый анализ

(Data-flow analysis)

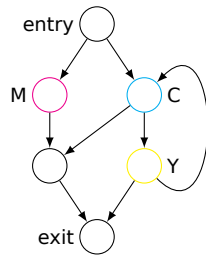
Потоковый анализ (Data flow analysis)

- Статический
- Глобальный (весь CFG)
- Зависит от потока управления
- Вычисление свойств исполнения программы
- Единая формальная модель и теория

Примеры

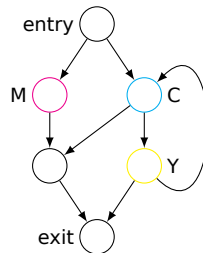
- Reaching definitions (use-def links)
- Liveness analysis
- Constant propagation
- Constant subexpression elimination
- Dead code elimination

CFG



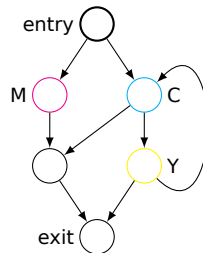
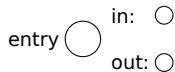
Окружение потокового анализа

- Потокосый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



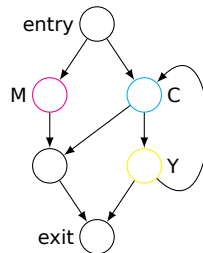
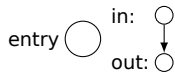
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



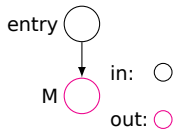
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



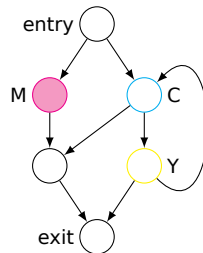
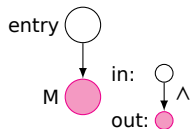
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



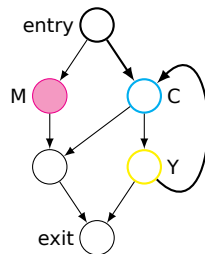
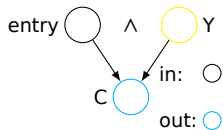
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



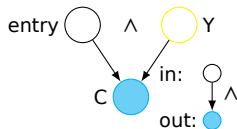
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



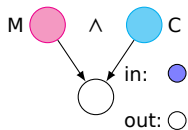
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



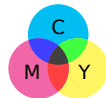
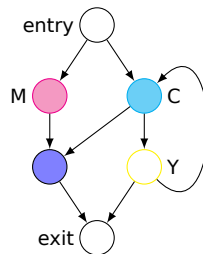
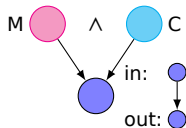
Окружение потокового анализа

- Потокосый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



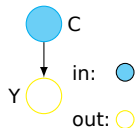
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



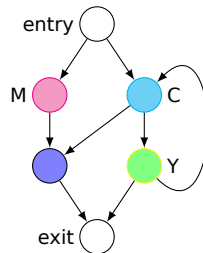
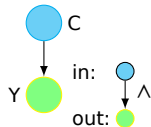
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



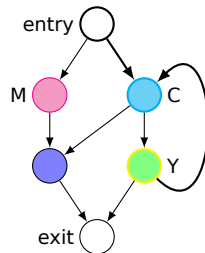
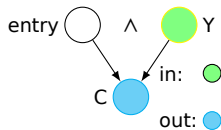
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



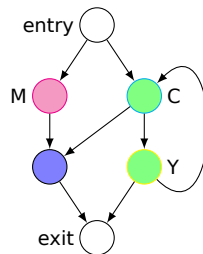
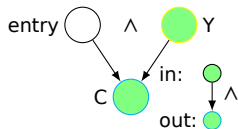
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



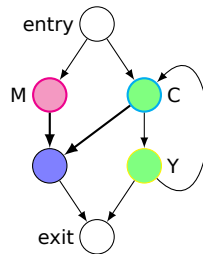
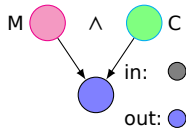
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



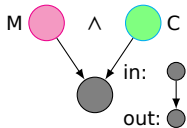
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



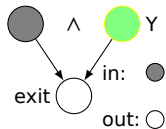
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



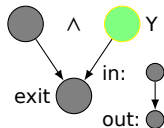
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$

Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$

Бинарная операция \wedge (meet): $\forall x, y, z \in L$

- $x \wedge x = x$ (идемпотентность);
- $x \wedge y = y \wedge x$ (коммутативность);
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$ (ассоциативность).

Частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$:^{1 2}

$\forall x, y \in L$

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$;
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$.

Свойства полурешеток

- Обрыв убывающих цепей:
 $\forall x_1 > x_2 > \dots \exists k : \nexists y \in L : x_k > y$
- Ограниченность:

¹Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении \leq через \wedge ?

²Можно ли восстановить полурешетку $\langle L, \wedge \rangle$ имея только частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$?

Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$

Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$

Бинарная операция \wedge (*meet*): $\forall x, y, z \in L$

- $x \wedge x = x$ (*идемпотентность*);
- $x \wedge y = y \wedge x$ (*коммутативность*);
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$ (*ассоциативность*).

Частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$:

$\forall x, y \in L$

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$;
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$.

Свойства полурешеток

- Обрыв убывающих цепей:
 $\forall x_1 > x_2 > \dots \exists k : \nexists y \in L : x_k > y$
- Ограниченность:

Примеры

- Множество подмножеств S
 $L = 2^S, \wedge = \cap$ (или \cup)
- Натуральные числа
 $L = \mathbb{N}, x \wedge y = \min(x, y)$
- Константные целочисленные значения
 $L = \mathbb{Z} \cup \{T, \perp\}, \perp < \mathbb{Z} < T$
- Иерархия типов в программе
 $L = Types, x \leq y = x <: y$ (*subtype*)

Монотонность

Монотонность на полурешетке

Дистрибутивность

- Поточный граф
- Полурешетка свойств
- Начальная разметка
- Преобразователи свойств
 - Семейство монотонных функций

- MOP
- MFP
 - $\exists MFP$
 - $\exists! MFP$
 - $MFP \leq MOP$
- Теорема Килдалла
 - дистрибутивность преобразователей $\Rightarrow MFP = MOP$
- Неразрешимость

Topsort ??

Спасибо за внимание