

# Потоковый анализ

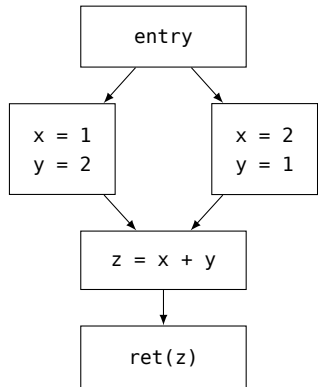
(Data-flow analysis)

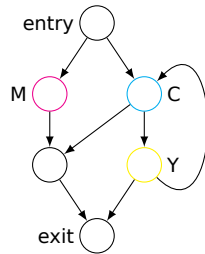
## Потоковый анализ

- Статический
- Глобальный (весь CFG)
- Зависит от потока управления
- Вычисление свойств исполнения программы
- Единая формальная модель и теория

## Применение

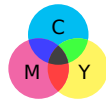
- Reaching definitions (use-def links)
- Live-variable analysis
- Constant propagation
- Constant subexpression elimination
- Dead code elimination





## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



## Окружение потокового анализа

- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



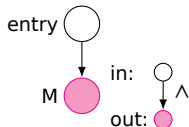
## Окружение потокового анализа

- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



## Окружение потокового анализа

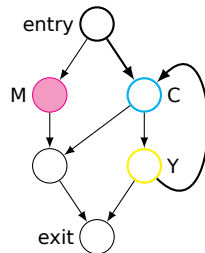
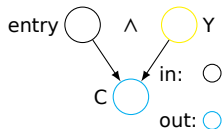
- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$





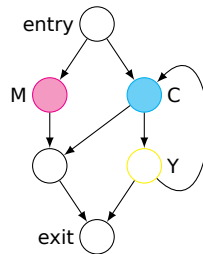
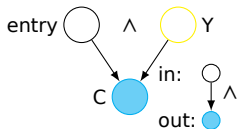
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



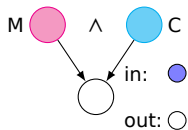
## Окружение потокового анализа

- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



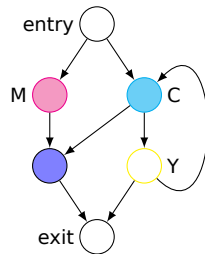
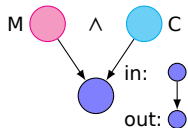
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



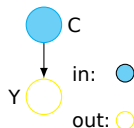
## Окружение потокового анализа

- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



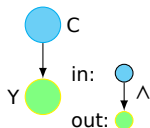
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



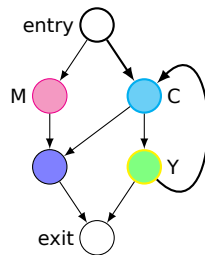
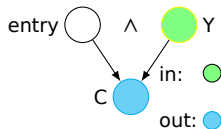
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



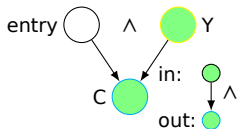
## Окружение потокового анализа

- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



## Окружение потокового анализа

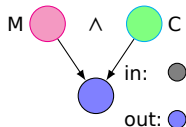
- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$





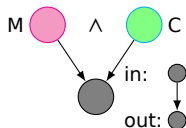
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



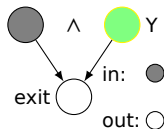
## Окружение потокового анализа

- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



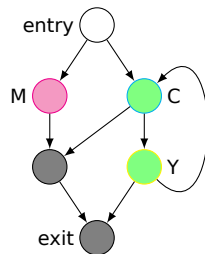
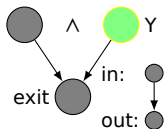
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



## Бинарная операция $\wedge$ (*meet*)

- $x \wedge x = x$  (идемпотентность)
- $x \wedge y = y \wedge x$  (коммутативность)
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$  (ассоциативность)

## Частичный порядок $\leq$

- $x \leq x$  (рефлексивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq z \Rightarrow x \leq z$  (транзитивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq x \Rightarrow x = y$  (антисимметричность)

## Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ <sup>1 2</sup>

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$

---

<sup>1</sup>Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении  $\leq$  через  $\wedge$ ?

<sup>2</sup>Можно ли восстановить полурешетку  $\langle L, \wedge \rangle$  имея только частичный порядок  $\langle L, \leq \rangle$ ?

## Бинарная операция $\wedge$ (meet)

- $x \wedge x = x$  (идемпотентность)
- $x \wedge y = y \wedge x$  (коммутативность)
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$  (ассоциативность)

## Частичный порядок $\leq$

- $x \leq x$  (рефлексивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq z \Rightarrow x \leq z$  (транзитивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq x \Rightarrow x = y$  (антисимметричность)

## Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ <sup>1 2</sup>

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$

## Свойства полурешеток

Ограниченность снизу

$$\exists \perp \in L : \forall x \in L : \perp \wedge x = \perp \ (\perp \leq x)$$

Ограниченность сверху

$$\exists \top \in L : \forall x \in L : \top \wedge x = x \ (x \leq \top)$$

Высота полурешетки

$$H_L = \max\{|x_1 > x_2 > \dots \in L|\}$$

Обрыв убывающих цепей

$$\forall x_1 > x_2 > \dots \in L : \exists k : \nexists y \in L : x_k > y$$

Произведение полурешеток

$$\begin{aligned} \langle A, \wedge_A \rangle \times \langle B, \wedge_B \rangle &= \langle A \times B, \wedge \rangle, \\ (a, b) \wedge (a', b') &= (a \wedge_A a', b \wedge_B b') \end{aligned}$$

<sup>1</sup>Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении  $\leq$  через  $\wedge$ ?

<sup>2</sup>Можно ли восстановить полурешетку  $\langle L, \wedge \rangle$  имея только частичный порядок  $\langle L, \leq \rangle$ ?

Множество подмножеств  $S$

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

Множество подмножеств  $S$

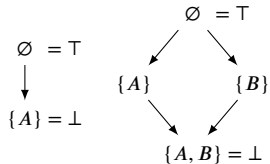
$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

$$\begin{array}{c} \emptyset = \top \\ \downarrow \\ \{A\} = \perp \end{array}$$



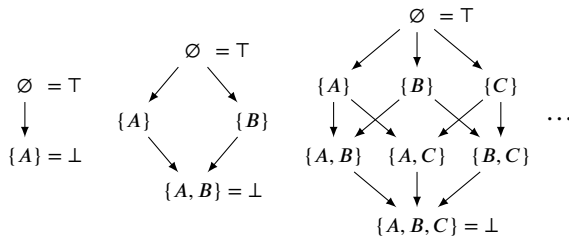
Множество подмножеств  $S$

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$



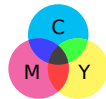
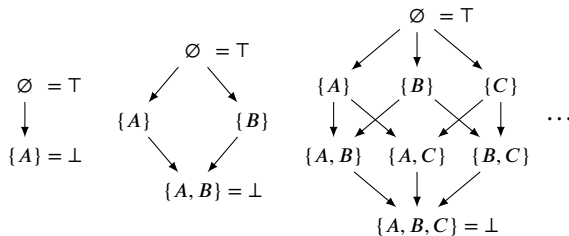
Множество подмножеств  $S$

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$



Множество подмножеств  $S$

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

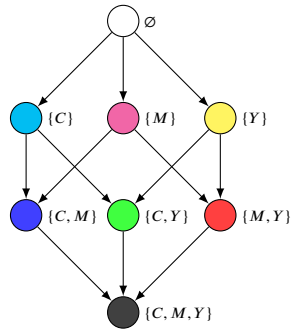


Множество подмножеств  $S$

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

CMYK

$$L = 2^{\{C,M,Y\}}, \wedge = \cup$$

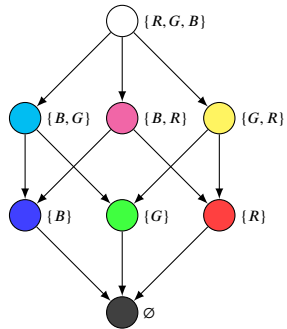


Множество подмножеств  $S$

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

RGB

$$L = 2^{\{R,G,B\}}, \wedge = \cap$$

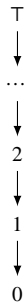


Множество подмножеств  $S$

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

Натуральные числа

$$L = \mathbb{N}_0 \cup \{T\}, x \wedge y = \min(x, y)$$



Множество подмножеств  $S$

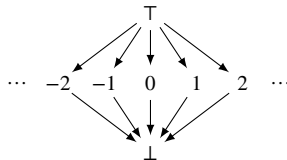
$$L = 2^S, \wedge = \cap \text{ или } \cup$$

Натуральные числа

$$L = \mathbb{N}_0 \cup \{T\}, x \wedge y = \min(x, y)$$

Целочисленные константы

$$L = \mathbb{Z} \cup \{T, \perp\}, \perp < \mathbb{Z} < T$$



Множество подмножеств  $S$

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

Натуральные числа

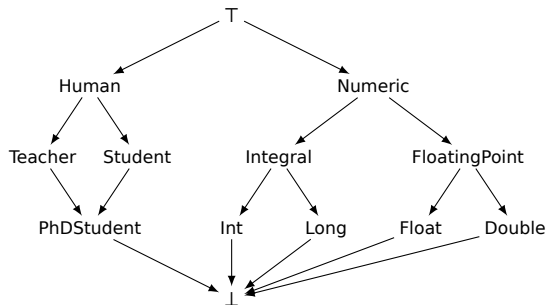
$$L = \mathbb{N}_0 \cup \{T\}, x \wedge y = \min(x, y)$$

Целочисленные константы

$$L = \mathbb{Z} \cup \{T, \perp\}, \perp < \mathbb{Z} < T$$

Иерархия типов в программе

$$L = \text{Types}, x \leq y \Leftrightarrow x <: y$$

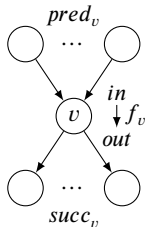




# Задача потокового анализа

## Окружение потокового анализа

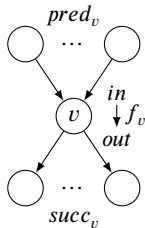
- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



# Задача потокового анализа

## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



## Система потоковых уравнений

$D = \downarrow$	$D = \uparrow$
$in_0(v) = out_0(v) = \top$	$in_0(v) = out_0(v) = \top$
$in_i(v) = \bigwedge_{x \in pred_v} out_i(x)$	$out_i(v) = \bigwedge_{x \in succ_v} in_i(x)$
$out_i(v) = f_v(in_i(v))$	$in_i(v) = f_v(out_i(v))$

## Maximum Fixed Point (MFP)

Наибольшее решение среди всех решений  $S$

$$out_S(v) \leq out_{MFP}(v) \quad | \quad in_S(v) \leq in_{MFP}(v)$$

## Условия сходимости

- Монотонность преобразователей  $f_v$
- Полурешетка  $\langle L, \wedge \rangle$  с обрывом цепей

# Задача потокового анализа

## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$

## Преобразователи свойств

Монотонная функция  $f$  на  $\langle L, \leq \rangle$

$$x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$$

Монотонная функция  $f$  на  $\langle L, \wedge \rangle$ <sup>3</sup>

$$f(x \wedge y) \leq f(x) \wedge f(y)$$

Дистрибутивная функция  $f$  на  $\langle L, \wedge \rangle$

$$f(x \wedge y) = f(x) \wedge f(y)$$

## Система потоковых уравнений

$D = \downarrow$	$D = \uparrow$
$in_0(v) = out_0(v) = \top$	$in_0(v) = out_0(v) = \top$
$in_i(v) = \bigwedge_{x \in pred_v} out_i(x)$	$out_i(v) = \bigwedge_{x \in succ_v} in_i(x)$
$out_i(v) = f_v(in_i(v))$	$in_i(v) = f_v(out_i(v))$

## Maximum Fixed Point (MFP)

Наибольшее решение среди всех решений  $S$

$$out_S(v) \leq out_{MFP}(v) \quad | \quad in_S(v) \leq in_{MFP}(v)$$

## Условия сходимости

- Монотонность преобразователей  $f_v$
- Полурешетка  $\langle L, \wedge \rangle$  с обрывом цепей

<sup>3</sup> Докажите эквивалентность определений монотонной функции на  $\langle L, \leq \rangle$  и на  $\langle L, \wedge \rangle$ .

## Монотонность преобразователей

$$L = \{T, F\}, F \leq T$$

$$f_{entry} = f_{exit} = id$$

$$f_{loop}(x) = \neg x$$

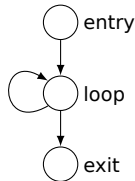
## Обрыв убывающих цепей <sup>4</sup>

$$L = \mathbb{R}_0^+ \cup \{T\}, \wedge = min$$

$$f_{entry}(x) = 1$$

$$f_{loop}(x) = x/2$$

$$f_{exit} = id$$



<sup>4</sup>Существуют ли полурешетки с обрывом цепей неограниченной высоты?

## Meet Over Paths (MOP) <sup>5</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

---

<sup>5</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

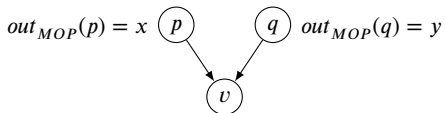
## Meet Over Paths (MOP) <sup>5</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



<sup>5</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

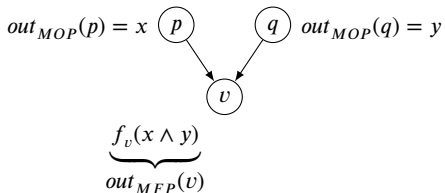
## Meet Over Paths (MOP) <sup>5</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



<sup>5</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

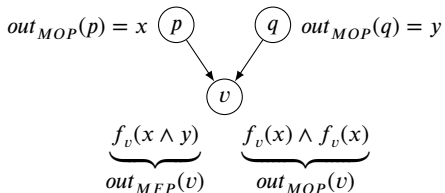
## Meet Over Paths (MOP) <sup>5</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



<sup>5</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.



## Meet Over Paths (MOP) <sup>5</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

$$\begin{array}{c} out_{MOP}(p) = x \quad (p) \quad (q) \quad out_{MOP}(q) = y \\ \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad (v) \\ \underbrace{f_v(x \wedge y)}_{out_{MFP}(v)} \leq \underbrace{f_v(x) \wedge f_v(y)}_{out_{MOP}(v)} \end{array}$$

<sup>5</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

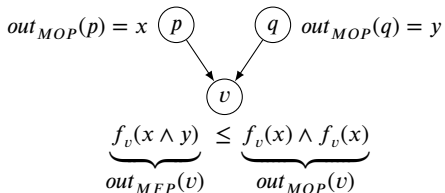
## Meet Over Paths (MOP) <sup>5</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP <sup>6</sup>

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



<sup>5</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

<sup>6</sup>В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно —  $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$ .

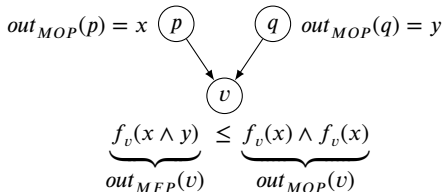
## Meet Over Paths (MOP) <sup>5</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

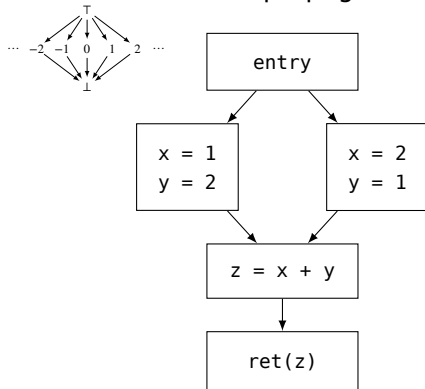
$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(T)) \dots)$$

## Безопасность MFP <sup>6</sup>

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



## Constant propagation



<sup>5</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

<sup>6</sup>В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно —  $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$ .

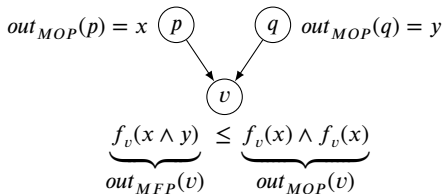
## Meet Over Paths (MOP) <sup>5</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

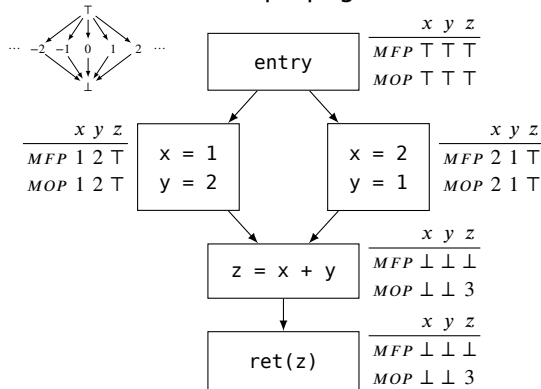
$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP <sup>6</sup>

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



## Constant propagation



<sup>5</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

<sup>6</sup>В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно —  $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$ .

## Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок  $b \in B$  содержит одну операцию
- $V$  — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  — множество *присваиваний* в переменную  $v \in V$  (напр.  $v = 3$ )
- $use_v \subseteq B$  — множество *использований* переменной  $v \in V$  (напр.  $x = y + v$ )

## Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок  $b \in B$  содержит одну операцию
- $V$  — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  — множество *присваиваний* в переменную  $v \in V$  (напр.  $v = 3$ )
- $use_v \subseteq B$  — множество *использований* переменной  $v \in V$  (напр.  $x = y + v$ )

## Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \wedge = \cup$  или  $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- $gen_b$  — свойства порождаемые блоком  $b$
- $kill_b$  — свойства убиваемые блоком  $b$

## Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок  $b \in B$  содержит одну операцию
- $V$  — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  — множество *присваиваний* в переменную  $v \in V$  (напр.  $v = 3$ )
- $use_v \subseteq B$  — множество *использований* переменной  $v \in V$  (напр.  $x = y + v$ )

## Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \wedge = \cup$  или  $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- $gen_b$  — свойства порождаемые блоком  $b$
- $kill_b$  — свойства убиваемые блоком  $b$

## Следствия

- $\langle L, \wedge \rangle$  — конечная полурешетка
- $f_b$  — дистрибутивные функции<sup>7</sup>
- Анализ *всегда* сходится к точному решению

---

<sup>7</sup> Докажите дистрибутивность  $f_b$  в gen-kill форме.

## Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок  $b \in B$  содержит одну операцию
- $V$  — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  — множество *присваиваний* в переменную  $v \in V$  (напр.  $v = 3$ )
- $use_v \subseteq B$  — множество *использований* переменной  $v \in V$  (напр.  $x = y + v$ )

## Reaching definitions

$$L = 2^B, \wedge = \cup, D = \downarrow$$

$b$	$\in def_v$	$\notin def_v$
$gen_b$	$\{b\}$	$\emptyset$
$kill_b$	$def_v$	$\emptyset$

## Live-variable analysis

$$L = 2^V, \wedge = \cup, D = \uparrow$$

$gen_b$	$\{v \mid b \in use_v\}$
$kill_b$	$\{v \mid b \in def_v\}$

## Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \wedge = \cup$  или  $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- $gen_b$  — свойства порождаемые блоком  $b$
- $kill_b$  — свойства убиваемые блоком  $b$

## Следствия

- $\langle L, \wedge \rangle$  — конечная полурешетка
- $f_b$  — дистрибутивные функции<sup>7</sup>
- Анализ *всегда* сходится к точному решению

<sup>7</sup> Докажите дистрибутивность  $f_b$  в gen-kill форме.

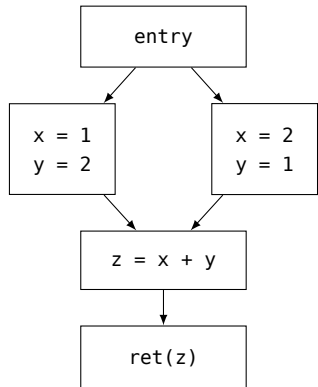


## Достоинства

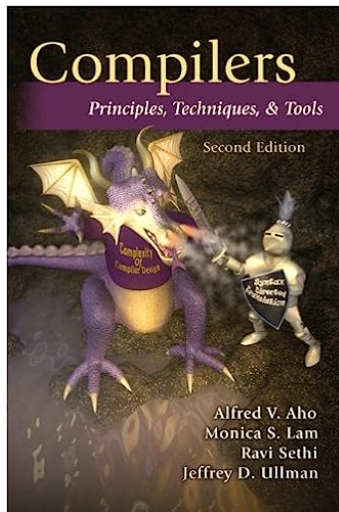
- Глобальный статический анализ
- Универсальная теоретическая модель
- Простота реализации
- gen-kill формализм гарантирует сходимость и точность

## Недостатки

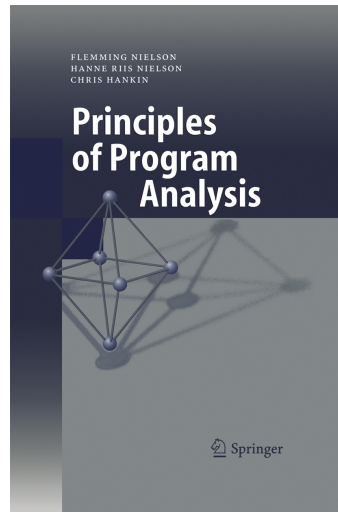
- Результат инвалидируется оптимизациями
- Анализы не комбинируются эффективно
- Не всегда удастся гарантировать сходимость и точность



A. V. Aho, M. S. Lam, R. Sethi, and J. D. Ullman.  
*Compilers: Principles, Techniques, and Tools*, 1986  
*Introduction to Data-Flow Analysis*



N. Flemming, H. R. Nielson, and C. Hankin.  
*Principles of program analysis. 2015*  
*Data Flow Analysis*



Спасибо за внимание