

Потоковый анализ

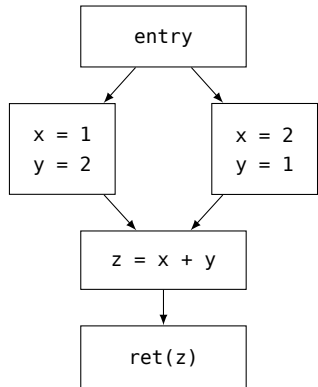
(Data-flow analysis)

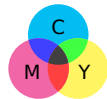
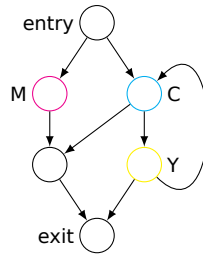
Потоковый анализ

- Статический
- Глобальный (весь CFG)
- Зависит от потока управления
- Вычисление свойств исполнения программы
- Единая формальная модель и теория

Применение

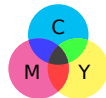
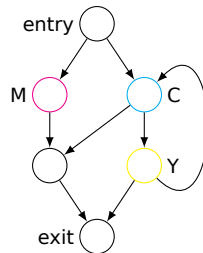
- Reaching definitions (use-def links)
- Live-variable analysis
- Constant propagation
- Constant subexpression elimination
- Dead code elimination





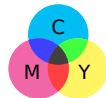
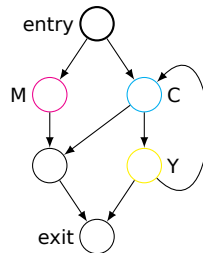
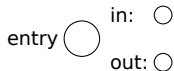
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



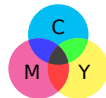
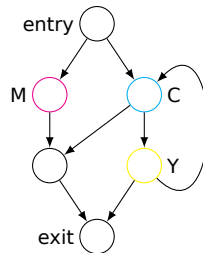
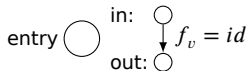
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



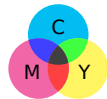
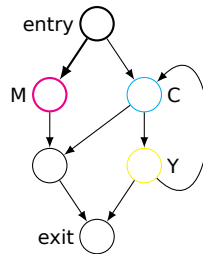
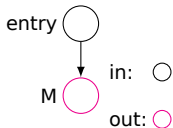
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



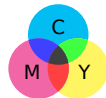
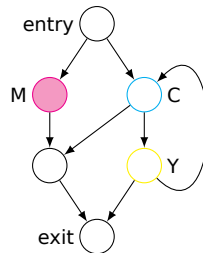
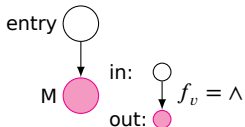
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = T$



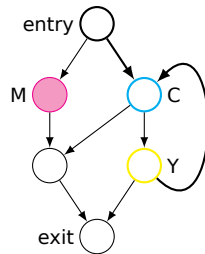
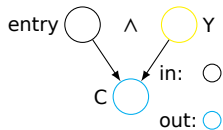
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



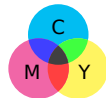
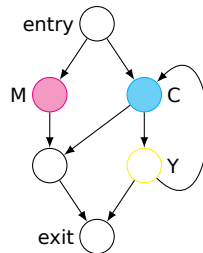
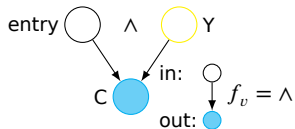
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = T$



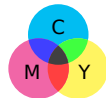
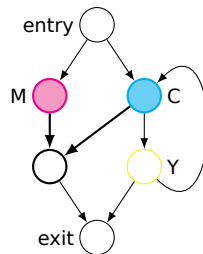
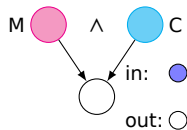
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



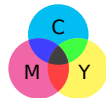
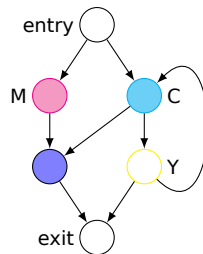
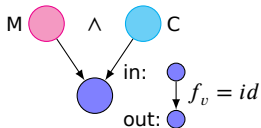
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = T$



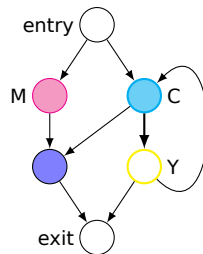
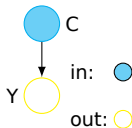
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



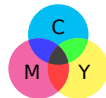
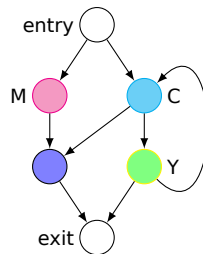
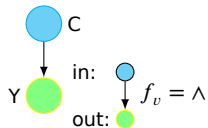
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = T$



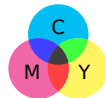
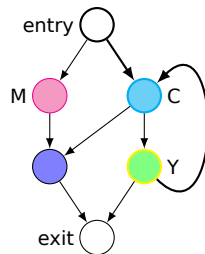
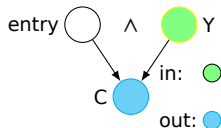
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



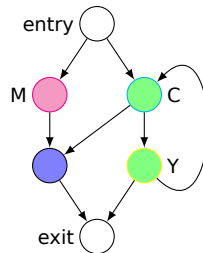
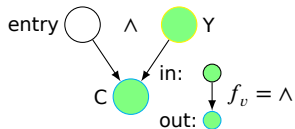
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



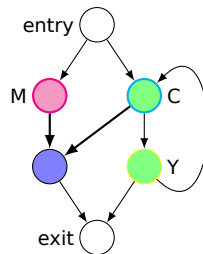
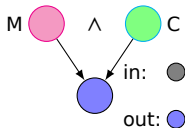
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



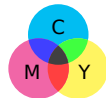
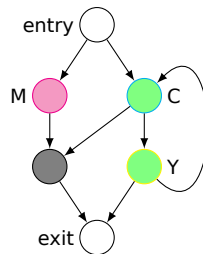
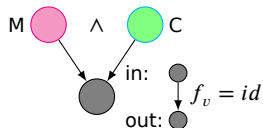
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = T$



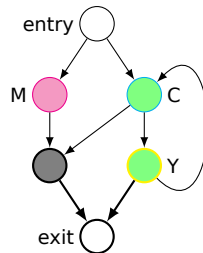
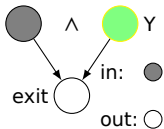
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



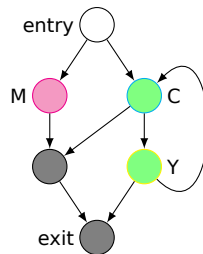
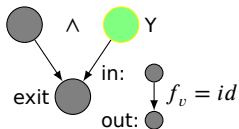
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



Бинарная операция \wedge (*meet*)

- $x \wedge x = x$ (идемпотентность)
- $x \wedge y = y \wedge x$ (коммутативность)
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$ (ассоциативность)

Частичный порядок \leq

- $x \leq x$ (рефлексивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq z \Rightarrow x \leq z$ (транзитивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq x \Rightarrow x = y$ (антисимметричность)

Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ ^{1 2}

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$

¹Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении \leq через \wedge ?

²Можно ли восстановить полурешетку $\langle L, \wedge \rangle$ имея только частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$?

Бинарная операция \wedge (*meet*)

- $x \wedge x = x$ (*идемпотентность*)
- $x \wedge y = y \wedge x$ (*коммутативность*)
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$ (*ассоциативность*)

Частичный порядок \leq

- $x \leq x$ (*рефлексивность*)
- $x \leq y \ \& \ y \leq z \Rightarrow x \leq z$ (*транзитивность*)
- $x \leq y \ \& \ y \leq x \Rightarrow x = y$ (*антисимметричность*)

Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ ^{1 2}

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$

Ограниченность снизу

$$\exists \perp \in L : \forall x \in L : \perp \wedge x = \perp \ (\perp \leq x)$$

Ограниченность сверху

$$\exists \top \in L : \forall x \in L : \top \wedge x = x \ (x \leq \top)$$

Высота полурешетки

$$H_L = \max\{|x_1 > x_2 > \dots \in L|\}$$

Обрыв убывающих цепей

$$\forall x_1 \geq x_2 \geq \dots \in L : \exists k : x_k = x_{k+1} = \dots$$

Произведение полурешеток

$$\langle A, \wedge_A \rangle \times \langle B, \wedge_B \rangle = \langle A \times B, \wedge \rangle,$$

$$(a, b) \wedge (a', b') = (a \wedge_A a', b \wedge_B b')$$

¹Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении \leq через \wedge ?

²Можно ли восстановить полурешетку $\langle L, \wedge \rangle$ имея только частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$?

Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

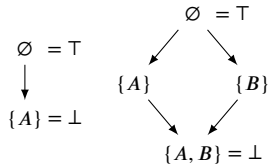
Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

$$\begin{array}{c} \emptyset = \top \\ \downarrow \\ \{A\} = \perp \end{array}$$

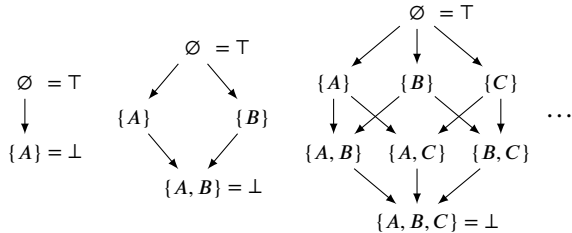
Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$



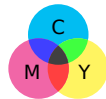
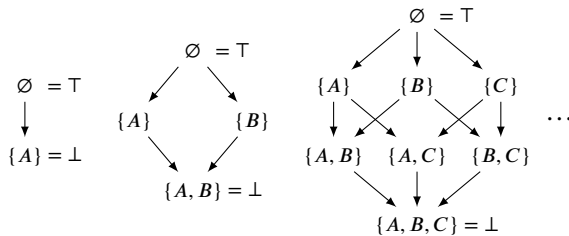
Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$



Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

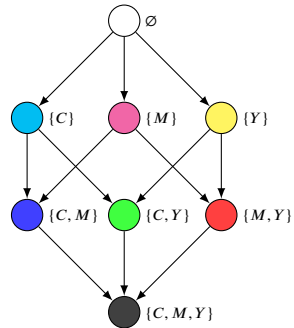


Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

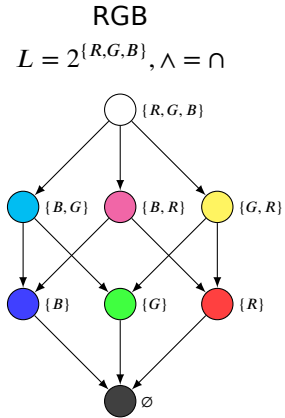
CMYK

$$L = 2^{\{C,M,Y\}}, \wedge = \cup$$



Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

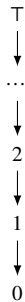


Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

Натуральные числа

$$L = \mathbb{N}_0 \cup \{T\}, x \wedge y = \min(x, y)$$



Множество подмножеств S

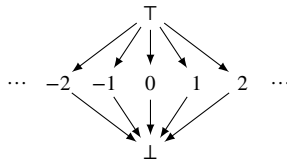
$$L = 2^S, \wedge = \cap \text{ или } \cup$$

Натуральные числа

$$L = \mathbb{N}_0 \cup \{T\}, x \wedge y = \min(x, y)$$

Целочисленные константы

$$L = \mathbb{Z} \cup \{T, \perp\}, \perp < \mathbb{Z} < T$$



Множество подмножеств S

$$L = 2^S, \wedge = \cup \text{ или } \cap$$

Натуральные числа

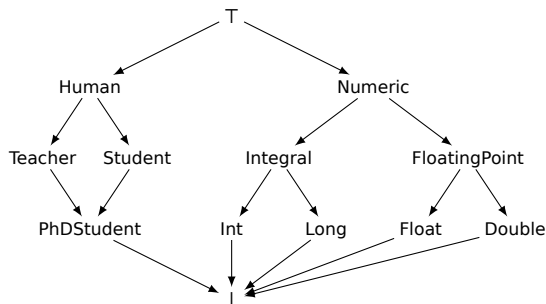
$$L = \mathbb{N}_0 \cup \{T\}, x \wedge y = \min(x, y)$$

Целочисленные константы

$$L = \mathbb{Z} \cup \{T, \perp\}, \perp < \mathbb{Z} < T$$

Иерархия типов в программе

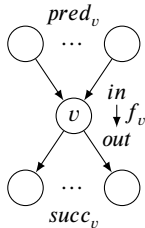
$$L = \text{Types}, x \leq y \Leftrightarrow x <: y$$



Задача потокового анализа

Окружение потокового анализа

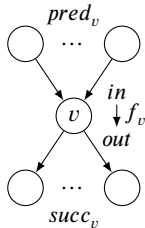
- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



Задача потокового анализа

Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$



Система потоковых уравнений

$$\begin{array}{l|l} D = \downarrow & D = \uparrow \\ \hline in_0(v) = out_0(v) = \top & in_0(v) = out_0(v) = \top \\ in_i(v) = \bigwedge_{x \in pred_v} out_i(x) & out_i(v) = \bigwedge_{x \in succ_v} in_i(x) \\ out_i(v) = f_v(in_i(v)) & in_i(v) = f_v(out_i(v)) \end{array}$$

Maximum Fixed Point (MFP)

Наибольшее решение среди всех решений S

$$out_S(v) \leq out_{MFP}(v) \quad | \quad in_S(v) \leq in_{MFP}(v)$$

Условия сходимости

- Монотонность преобразователей f_v
- Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ с обрывом цепей

Задача потокового анализа

Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$ огр. сверху
- Преобразователи свойств $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка $in_0(v) = out_0(v) = \top$

Преобразователи свойств

Монотонная функция f на $\langle L, \leq \rangle$

$$x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$$

Монотонная функция f на $\langle L, \wedge \rangle$ ³

$$f(x \wedge y) \leq f(x) \wedge f(y)$$

Дистрибутивная функция f на $\langle L, \wedge \rangle$

$$f(x \wedge y) = f(x) \wedge f(y)$$

Система потоковых уравнений

$$\begin{array}{l|l} D = \downarrow & D = \uparrow \\ \hline in_0(v) = out_0(v) = \top & in_0(v) = out_0(v) = \top \\ in_i(v) = \bigwedge_{x \in pred_v} out_i(x) & out_i(v) = \bigwedge_{x \in succ_v} in_i(x) \\ out_i(v) = f_v(in_i(v)) & in_i(v) = f_v(out_i(v)) \end{array}$$

Maximum Fixed Point (MFP)

Наибольшее решение среди всех решений S

$$out_S(v) \leq out_{MFP}(v) \quad | \quad in_S(v) \leq in_{MFP}(v)$$

Условия сходимости

- Монотонность преобразователей f_v
- Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ с обрывом цепей

³ Докажите эквивалентность определений монотонной функции на $\langle L, \leq \rangle$ и на $\langle L, \wedge \rangle$.

Монотонность преобразователей

$$L = \{T, F\}, F \leq T$$

$$f_{entry} = f_{exit} = id$$

$$f_{loop}(x) = \neg x$$

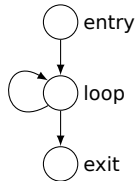
Обрыв убывающих цепей ⁴

$$L = \mathbb{R}_0^+ \cup \{T\}, \wedge = min$$

$$f_{entry}(x) = 1$$

$$f_{loop}(x) = x/2$$

$$f_{exit} = id$$



⁴Существуют ли полурешетки с обрывом цепей неограниченной высоты?

Meet Over Paths (MOP) ⁵

Точное решение по всем путям $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

⁵Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

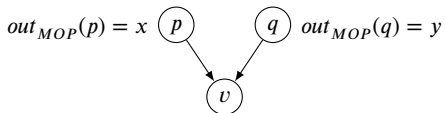
Meet Over Paths (MOP) ⁵

Точное решение по всем путям $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



⁵Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

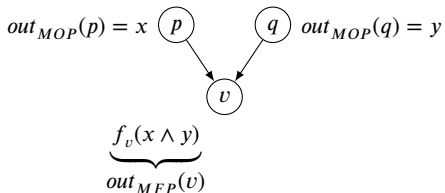
Meet Over Paths (MOP) ⁵

Точное решение по всем путям $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



⁵Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

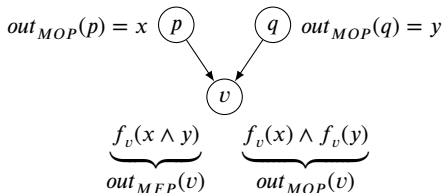
Meet Over Paths (MOP) ⁵

Точное решение по всем путям $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



⁵Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

Meet Over Paths (MOP) ⁵

Точное решение по всем путям $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

$$\begin{array}{c} out_{MOP}(p) = x \quad (p) \quad (q) \quad out_{MOP}(q) = y \\ \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad (v) \\ \underbrace{f_v(x \wedge y)}_{out_{MFP}(v)} \leq \underbrace{f_v(x) \wedge f_v(y)}_{out_{MOP}(v)} \end{array}$$

⁵Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

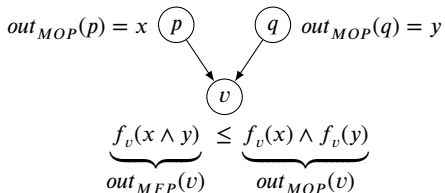
Meet Over Paths (MOP) ⁵

Точное решение по всем путям $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

Безопасность MFP ⁶

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



⁵Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

⁶В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно — $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$.

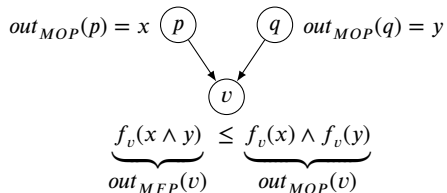
Meet Over Paths (MOP) ⁵

Точное решение по всем путям $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

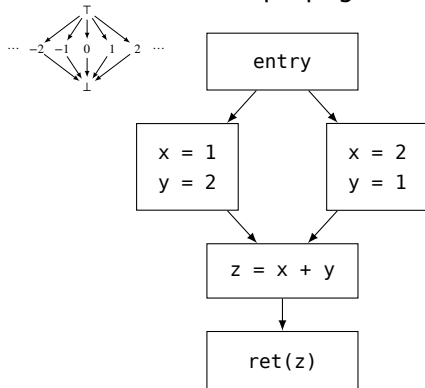
$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(T)) \dots)$$

Безопасность MFP ⁶

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



Constant propagation



⁵Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

⁶В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно — $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$.

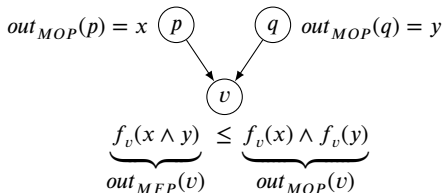
Meet Over Paths (MOP) ⁵

Точное решение по всем путям $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

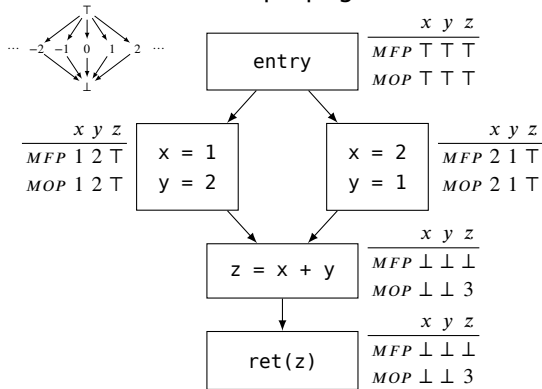
$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

Безопасность MFP ⁶

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



Constant propagation



⁵Рассмотрен случай нисходящего анализа $D = \downarrow$, для восходящего $D = \uparrow$ рассуждения аналогичны.

⁶В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно — $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$.

Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок $b \in B$ содержит одну операцию
- V — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$ — множество *присваиваний* в переменную $v \in V$ (напр. $v = 3$)
- $use_v \subseteq B$ — множество *использований* переменной $v \in V$ (напр. $x = y + v$)

Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок $b \in B$ содержит одну операцию
- V — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$ — множество *присваиваний* в переменную $v \in V$ (напр. $v = 3$)
- $use_v \subseteq B$ — множество *использований* переменной $v \in V$ (напр. $x = y + v$)

Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \wedge = \cup$ или \cap
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- gen_b — свойства порождаемые блоком b
- $kill_b$ — свойства убиваемые блоком b

Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок $b \in B$ содержит одну операцию
- V — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$ — множество *присваиваний* в переменную $v \in V$ (напр. $v = 3$)
- $use_v \subseteq B$ — множество *использований* переменной $v \in V$ (напр. $x = y + v$)

Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \wedge = \cup$ или \cap
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- gen_b — свойства порождаемые блоком b
- $kill_b$ — свойства убиваемые блоком b

Следствия

- $\langle L, \wedge \rangle$ — конечная полурешетка
- f_b — дистрибутивные функции⁷
- Анализ *всегда* сходится к точному решению

⁷Докажите дистрибутивность f_b в gen-kill форме.

Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок $b \in B$ содержит одну операцию
- V — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$ — множество *присваиваний* в переменную $v \in V$ (напр. $v = 3$)
- $use_v \subseteq B$ — множество *использований* переменной $v \in V$ (напр. $x = y + v$)

Reaching definitions

$$L = 2^B, \wedge = \cup, D = \downarrow$$

b	$\in def_v$	$\notin def_v$
gen_b	$\{b\}$	\emptyset
$kill_b$	def_v	\emptyset

Live-variable analysis

$$L = 2^V, \wedge = \cup, D = \uparrow$$

gen_b	$\{v \mid b \in use_v\}$
$kill_b$	$\{v \mid b \in def_v\}$

Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \wedge = \cup$ или \cap
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- gen_b — свойства порождаемые блоком b
- $kill_b$ — свойства убиваемые блоком b

Следствия

- $\langle L, \wedge \rangle$ — конечная полурешетка
- f_b — дистрибутивные функции⁷
- Анализ *всегда* сходится к точному решению

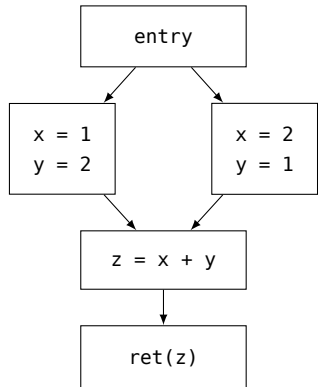
⁷Докажите дистрибутивность f_b в gen-kill форме.

Достоинства

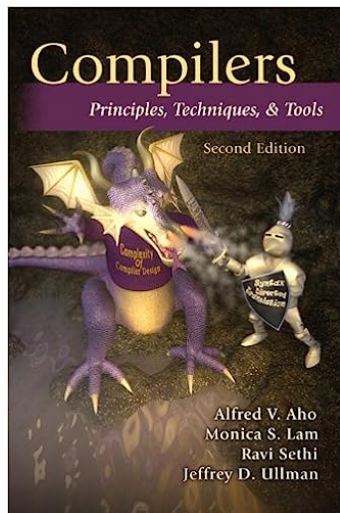
- Глобальный статический анализ
- Универсальная теоретическая модель
- Простота реализации
- gen-kill формализм гарантирует сходимость и точность

Недостатки

- Результат инвалидируется оптимизациями
- Анализы не комбинируются эффективно
- Не всегда удастся гарантировать сходимость и точность



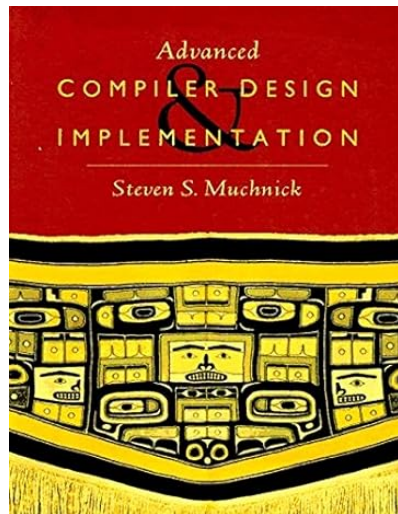
A. V. Aho, M. S. Lam, R. Sethi, and J. D. Ullman.
Compilers: Principles, Techniques, and Tools, 1986
Introduction to Data-Flow Analysis



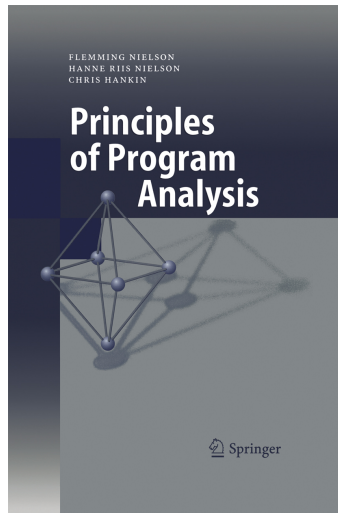
S. S. Muchnick.

Advanced compiler design and implementation, 1997

Data-Flow Analysis



N. Flemming, H. R. Nielson, and C. Hankin.
Principles of program analysis, 2015
Data Flow Analysis



Спасибо за внимание