

Потоковый анализ

(Data-flow analysis)

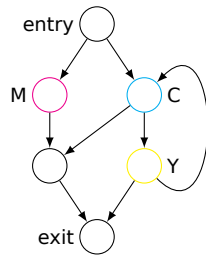
Потоковый анализ (Data flow analysis)

- Статический
- Глобальный (весь CFG)
- Зависит от потока управления
- Вычисление свойств исполнения программы
- Единая формальная модель и теория

Примеры

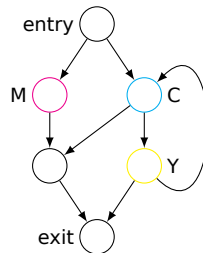
- Reaching definitions (use-def links)
- Liveness analysis
- Constant propagation
- Constant subexpression elimination
- Dead code elimination

CFG



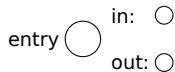
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



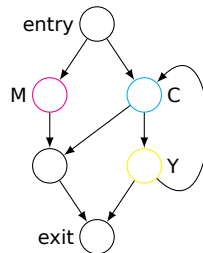
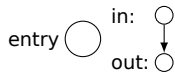
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



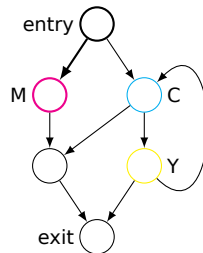
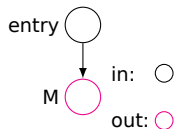
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



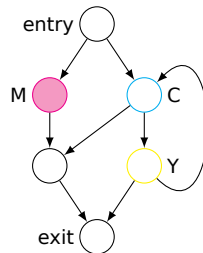
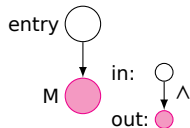
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



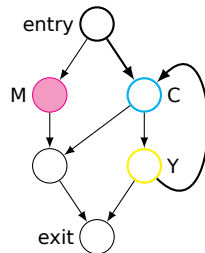
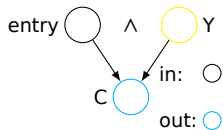
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



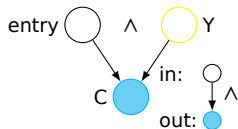
Окружение потокового анализа

- Потокосый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



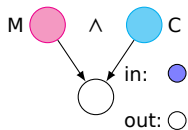
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



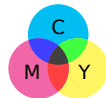
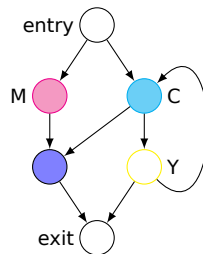
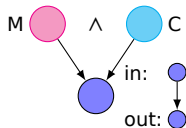
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



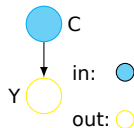
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



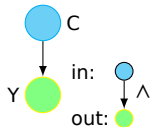
Окружение потокового анализа

- Потокосый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



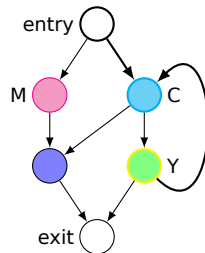
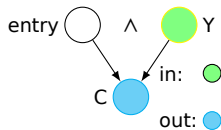
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



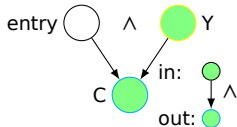
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



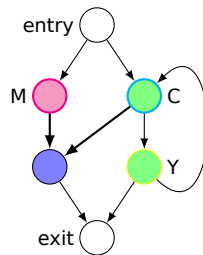
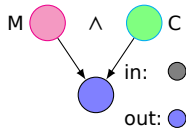
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



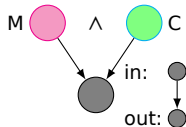
Окружение потокового анализа

- Поточный граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



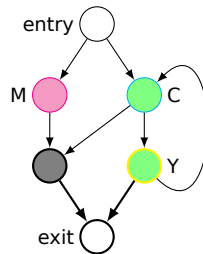
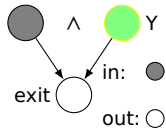
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



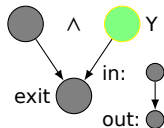
Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



Окружение потокового анализа

- Поточковый граф $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа $D = \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств $\langle L, \wedge \rangle$
- Преобразователи свойств $PT_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальное значение $in(v_{entry})$ или $out(v_{exit})$



Бинарная операция \wedge (*meet*)

- $x \wedge x = x$ (идемпотентность)
- $x \wedge y = y \wedge x$ (коммутативность)
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$ (ассоциативность)

Частичный порядок \leq

- $x \leq x$ (рефлексивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq z \Rightarrow x \leq z$ (транзитивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq x \Rightarrow x = y$ (антисимметричность)

Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ ^{1 2}

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$

¹Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении \leq через \wedge ?

²Можно ли восстановить полурешетку $\langle L, \wedge \rangle$ имея только частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$?

Бинарная операция \wedge (meet)

- $x \wedge x = x$ (идемпотентность)
- $x \wedge y = y \wedge x$ (коммутативность)
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$ (ассоциативность)

Частичный порядок \leq

- $x \leq x$ (рефлексивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq z \Rightarrow x \leq z$ (транзитивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq x \Rightarrow x = y$ (антисимметричность)

Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ ^{1 2}

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$

Свойства полурешеток

- Ограниченность снизу
 $\exists \perp \in L : \forall x \in L : \perp \wedge x = \perp (\perp \leq x)$
- Ограниченность сверху
 $\exists \top \in L : \forall x \in L : \top \wedge x = x (x \leq \top)$
- Высота полурешетки
 $H_L = \max \{ |x_1 > x_2 > \dots \in L| \}$
- Обрыв убывающих цепей
 $\forall x_1 > x_2 > \dots \in L : \exists k : \nexists y \in L : x_k > y$
- Произведение полурешеток
 $\langle A, \wedge_A \rangle \times \langle B, \wedge_B \rangle = \langle A \times B, \wedge \rangle,$
 $(a, b) \wedge (a', b') = (a \wedge_A a', b \wedge_B b')$

¹Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении \leq через \wedge ?

²Можно ли восстановить полурешетку $\langle L, \wedge \rangle$ имея только частичный порядок $\langle L, \leq \rangle$?

- Множество подмножеств S
 $L = 2^S, \wedge = \cap$ (или \cup)
- Натуральные числа
 $L = \mathbb{N}, x \wedge y = \min(x, y)$
- Константные целочисленные значения
 $L = \mathbb{Z} \cup \{T, \perp\}, \perp < \mathbb{Z} < T$
- Иерархия типов в программе
 $L = Types, x \leq y = x <: y$ (*subtype*)

Монотонность

Монотонность на полурешетке

Дистрибутивность

- Поточный граф
- Полурешетка свойств
- Начальная разметка
- Преобразователи свойств
 - Семейство монотонных функций

- MOP
- MFP
 - $\exists MFP$
 - $\exists! MFP$
 - $MFP \leq MOP$
- Теорема Килдалла
 - дистрибутивность преобразователей $\Rightarrow MFP = MOP$
- Неразрешимость

Topsort ??

Спасибо за внимание