

# Потоковый анализ

(Data-flow analysis)

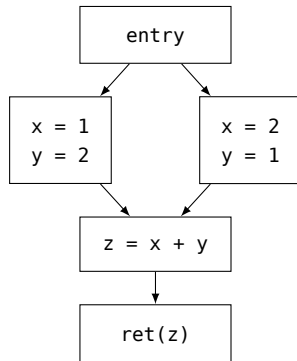
## Потоковый анализ

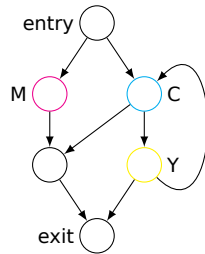
- Статический
- Глобальный (весь CFG)
- Зависит от потока управления
- Вычисление свойств исполнения программы
- Единая формальная модель и теория

## Примеры

- Reaching definitions (use-def links)
- Live-variable analysis
- Constant propagation
- Constant subexpression elimination
- Dead code elimination

## Control-flow graph





## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



## Окружение потокового анализа

- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



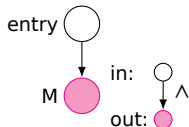
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



## Окружение потокового анализа

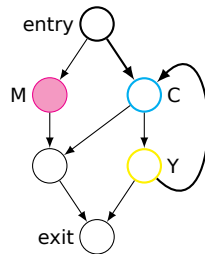
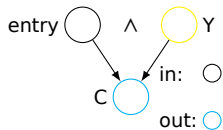
- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$





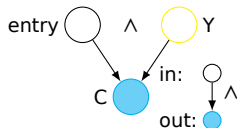
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



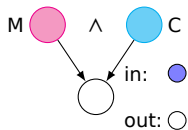
## Окружение потокового анализа

- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



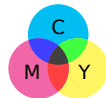
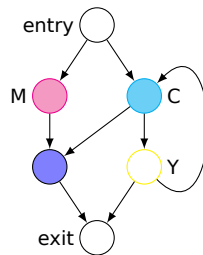
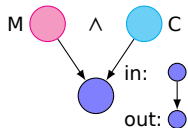
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



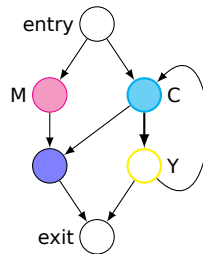
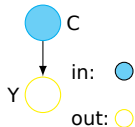
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



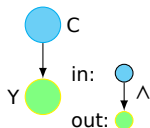
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



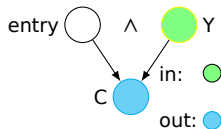
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



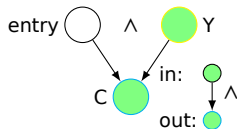
## Окружение потокового анализа

- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



## Окружение потокового анализа

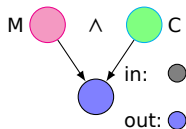
- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$





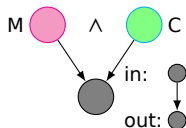
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



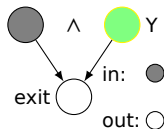
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = T$



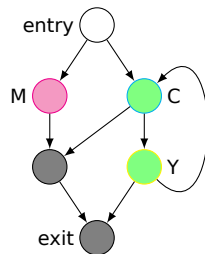
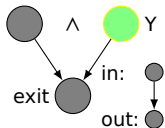
## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



## Окружение потокового анализа

- Поточковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



## Бинарная операция $\wedge$ (*meet*)

- $x \wedge x = x$  (идемпотентность)
- $x \wedge y = y \wedge x$  (коммутативность)
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$  (ассоциативность)

## Частичный порядок $\leq$

- $x \leq x$  (рефлексивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq z \Rightarrow x \leq z$  (транзитивность)
- $x \leq y \ \& \ y \leq x \Rightarrow x = y$  (антисимметричность)

## Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ <sup>1 2</sup>

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$

---

<sup>1</sup>Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении  $\leq$  через  $\wedge$ ?

<sup>2</sup>Можно ли восстановить полурешетку  $\langle L, \wedge \rangle$  имея только частичный порядок  $\langle L, \leq \rangle$ ?

## Бинарная операция $\wedge$ (*meet*)

- $x \wedge x = x$  (*идемпотентность*)
- $x \wedge y = y \wedge x$  (*коммутативность*)
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$  (*ассоциативность*)

## Частичный порядок $\leq$

- $x \leq x$  (*рефлексивность*)
- $x \leq y \ \& \ y \leq z \Rightarrow x \leq z$  (*транзитивность*)
- $x \leq y \ \& \ y \leq x \Rightarrow x = y$  (*антисимметричность*)

## Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ <sup>1 2</sup>

- $x \leq y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \wedge y = x \ \& \ x \neq y$

## Свойства полурешеток

Ограниченность снизу

$$\exists \perp \in L : \forall x \in L : \perp \wedge x = \perp \ (\perp \leq x)$$

Ограниченность сверху

$$\exists \top \in L : \forall x \in L : \top \wedge x = x \ (x \leq \top)$$

Высота полурешетки

$$H_L = \max\{|x_1 > x_2 > \dots \in L|\}$$

Обрыв убывающих цепей

$$\forall x_1 > x_2 > \dots \in L : \exists k : \nexists y \in L : x_k > y$$

Произведение полурешеток

$$\begin{aligned} \langle A, \wedge_A \rangle \times \langle B, \wedge_B \rangle &= \langle A \times B, \wedge \rangle, \\ (a, b) \wedge (a', b') &= (a \wedge_A a', b \wedge_B b') \end{aligned}$$

<sup>1</sup>Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении  $\leq$  через  $\wedge$ ?

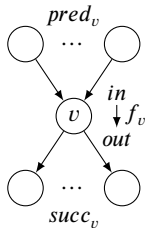
<sup>2</sup>Можно ли восстановить полурешетку  $\langle L, \wedge \rangle$  имея только частичный порядок  $\langle L, \leq \rangle$ ?

- Множество подмножеств  $S$   
 $L = 2^S, \wedge = \cap$  (или  $\cup$ )
- Натуральные числа  
 $L = \mathbb{N}, x \wedge y = \min(x, y)$
- Константные целочисленные значения  
 $L = \mathbb{Z} \cup \{T, \perp\}, \perp < \mathbb{Z} < T$
- Иерархия типов в программе  
 $L = Types, x \leq y = x <: y$  (*subtype*)

# Задача потокового анализа

## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$

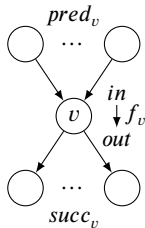




# Задача потокового анализа

## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$



## Система потоковых уравнений

| $D = \downarrow$                              | $D = \uparrow$                                |
|---|---|
| $in_0(v) = out_0(v) = \top$                   | $in_0(v) = out_0(v) = \top$                   |
| $in_i(v) = \bigwedge_{x \in pred_v} out_i(x)$ | $out_i(v) = \bigwedge_{x \in succ_v} in_i(x)$ |
| $out_i(v) = f_v(in_i(v))$                     | $in_i(v) = f_v(out_i(v))$                     |

## Maximum Fixed Point (MFP)

Наибольшее решение среди всех решений  $S$

$$out_S(v) \leq out_{MFP}(v) \quad | \quad in_S(v) \leq in_{MFP}(v)$$

## Условия сходимости

- Монотонность преобразователей  $f_v$
- Полурешетка  $\langle L, \wedge \rangle$  с обрывом цепей

# Задача потокового анализа

## Окружение потокового анализа

- Поточный граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \rightarrow L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$

## Преобразователи свойств

Монотонная функция  $f$  на  $\langle L, \leq \rangle$

$$x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$$

Монотонная функция  $f$  на  $\langle L, \wedge \rangle$  <sup>3</sup>

$$f(x \wedge y) \leq f(x) \wedge f(y)$$

Дистрибутивная функция  $f$  на  $\langle L, \wedge \rangle$

$$f(x \wedge y) = f(x) \wedge f(y)$$

## Система потоковых уравнений

| $D = \downarrow$                              | $D = \uparrow$                                |
|---|---|
| $in_0(v) = out_0(v) = \top$                   | $in_0(v) = out_0(v) = \top$                   |
| $in_i(v) = \bigwedge_{x \in pred_v} out_i(x)$ | $out_i(v) = \bigwedge_{x \in succ_v} in_i(x)$ |
| $out_i(v) = f_v(in_i(v))$                     | $in_i(v) = f_v(out_i(v))$                     |

## Maximum Fixed Point (MFP)

Наибольшее решение среди всех решений  $S$

$$out_S(v) \leq out_{MFP}(v) \quad | \quad in_S(v) \leq in_{MFP}(v)$$

## Условия сходимости

- Монотонность преобразователей  $f_v$
- Полурешетка  $\langle L, \wedge \rangle$  с обрывом цепей

<sup>3</sup> Докажите эквивалентность определений монотонной функции на  $\langle L, \leq \rangle$  и на  $\langle L, \wedge \rangle$ .

## Монотонность преобразователей

$$L = \{T, F\}, F \leq T$$

$$f_{entry} = f_{exit} = id$$

$$f_{loop}(x) = \neg x$$

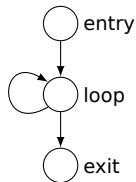
## Обрыв убывающих цепей

$$L = \mathbb{R}_0^+ \cup \{T\}, \wedge = min$$

$$f_{entry}(x) = 1$$

$$f_{loop}(x) = x/2$$

$$f_{exit} = id$$



## Meet Over Paths (MOP) <sup>4</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

---

<sup>4</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

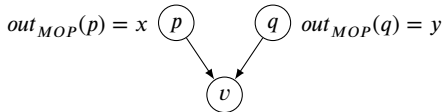
## Meet Over Paths (MOP) <sup>4</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



<sup>4</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

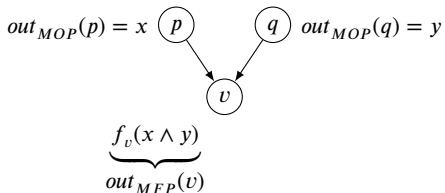
## Meet Over Paths (MOP) <sup>4</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



<sup>4</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

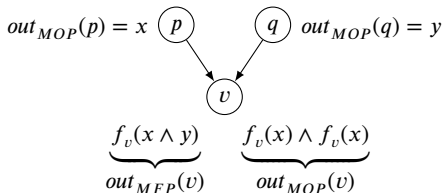
## Meet Over Paths (MOP) <sup>4</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



<sup>4</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

## Meet Over Paths (MOP) <sup>4</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

$$\begin{array}{c} out_{MOP}(p) = x \quad (p) \quad (q) \quad out_{MOP}(q) = y \\ \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad (v) \\ \underbrace{f_v(x \wedge y)}_{out_{MFP}(v)} \leq \underbrace{f_v(x) \wedge f_v(y)}_{out_{MOP}(v)} \end{array}$$

<sup>4</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.



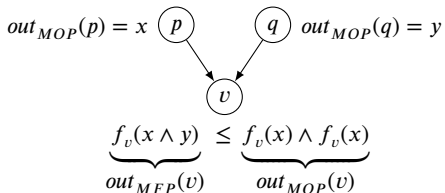
## Meet Over Paths (MOP) <sup>4</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP <sup>5</sup>

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



<sup>4</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

<sup>5</sup>В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно —  $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$ .

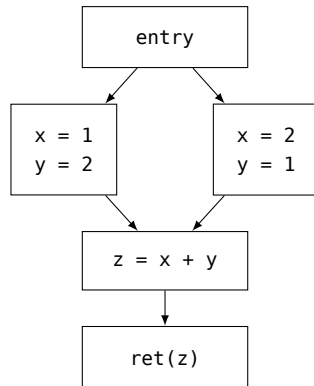
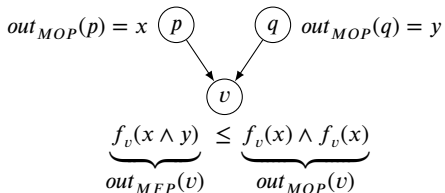
## Meet Over Paths (MOP) <sup>4</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP <sup>5</sup>

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



<sup>4</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

<sup>5</sup>В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно —  $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$ .

# Точность решения

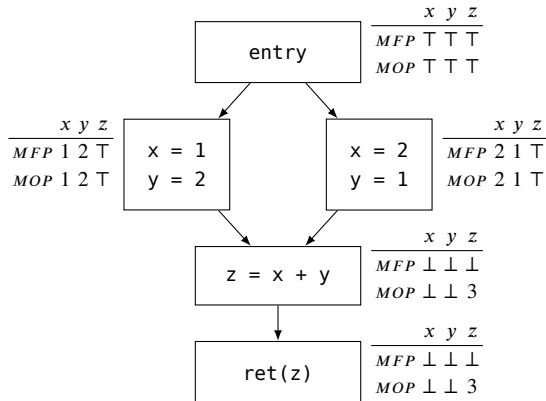
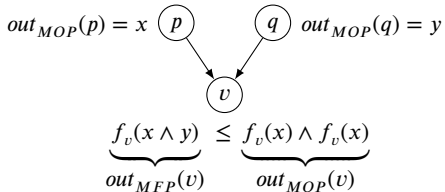
## Meet Over Paths (MOP) <sup>4</sup>

Точное решение по всем путям  $v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v$

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \dots \rightarrow v} f_v(\dots (f_{v_{entry}}(\top)) \dots)$$

## Безопасность MFP <sup>5</sup>

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$



<sup>4</sup>Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D = \downarrow$ , для восходящего  $D = \uparrow$  рассуждения аналогичны.

<sup>5</sup>В случае дистрибутивных преобразователей MFP всегда точно —  $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$ .

## Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок  $b \in B$  содержит одну операцию
- $V$  — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  — множество *присваиваний* в переменную  $v \in V$  (напр.  $v = 3$ )
- $use_v \subseteq B$  — множество *использований* переменной  $v \in V$  (напр.  $x = y + v$ )

## Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок  $b \in B$  содержит одну операцию
- $V$  — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  — множество *присваиваний* в переменную  $v \in V$  (напр.  $v = 3$ )
- $use_v \subseteq B$  — множество *использований* переменной  $v \in V$  (напр.  $x = y + v$ )

## Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \wedge = \cup$  или  $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- $gen_b$  — свойства порождаемые блоком  $b$
- $kill_b$  — свойства убиваемые блоком  $b$

## Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок  $b \in B$  содержит одну операцию
- $V$  — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  — множество *присваиваний* в переменную  $v \in V$  (напр.  $v = 3$ )
- $use_v \subseteq B$  — множество *использований* переменной  $v \in V$  (напр.  $x = y + v$ )

## Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \wedge = \cup$  или  $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- $gen_b$  — свойства порождаемые блоком  $b$
- $kill_b$  — свойства убиваемые блоком  $b$

## Свойства

- $\langle L, \wedge \rangle$  — конечная полурешетка
- $f_b$  — дистрибутивные функции<sup>6</sup>
- Анализ *всегда* сходится к точному решению

---

<sup>6</sup>Докажите дистрибутивность  $f_b$  в gen-kill форме.

## Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- Каждый блок  $b \in B$  содержит одну операцию
- $V$  — множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  — множество присваиваний в переменную  $v \in V$  (напр.  $v = 3$ )
- $use_v \subseteq B$  — множество использований переменной  $v \in V$  (напр.  $x = y + v$ )

## Reaching definitions

$$L = 2^B, \wedge = \cup, D = \downarrow$$

| $b$      | $\in def_v$ | $\notin def_v$ |
|----------|-------------|----------------|
| $gen_b$  | $\{b\}$     | $\emptyset$    |
| $kill_b$ | $def_v$     | $\emptyset$    |

## Live-variable analysis

$$L = 2^V, \wedge = \cup, D = \uparrow$$

| $gen_b$  | $\{v \mid b \in use_v\}$ |
|----------|--------------------------|
| $kill_b$ | $\{v \mid b \in def_v\}$ |

## Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \wedge = \cup$  или  $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- $gen_b$  — свойства порождаемые блоком  $b$
- $kill_b$  — свойства убиваемые блоком  $b$

## Свойства

- $\langle L, \wedge \rangle$  — конечная полурешетка
- $f_b$  — дистрибутивные функции<sup>6</sup>
- Анализ всегда сходится к точному решению

<sup>6</sup>Докажите дистрибутивность  $f_b$  в gen-kill форме.

Спасибо за внимание