## Потоковый анализ

(Data-flow analysis)

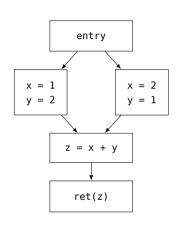
#### Потоковый анализ

#### Потоковый анализ

- Статический
- Глобальный (весь CFG)
- Зависит от потока управления
- Вычисление свойств исполнения программы
- Единая формальная модель и теория

#### Применение

- Reaching definitions (use-def links)
- Live-variable analysis
- Constant propagation
- Constant subexpression elimination
- Dead code elimination







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V}$  : L o L
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$





- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L o L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V}$  : L o L
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow,\uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V}$  : L o L
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L o L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V}$  : L o L
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V}: L o L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V}$  : L o L
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow,\uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V}: L o L$
- ullet Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V}$  : L o L
- ullet Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L o L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху • Преобразователи свойств  $f_{n \in V}: L \to L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow,\uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L o L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V}$  : L o L
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow,\uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L o L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$







- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- ullet Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge \rangle$  огр. сверху • Преобразователи свойств  $f_{n \in V}: L \to L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \top$







# Полурешетка свойств

## Бинарная операция $\land$ (meet)

- $x \wedge x = x$  (идемпотентность)
- $x \wedge y = y \wedge x$  (коммутативность)
- $(x \land y) \land z = x \land (y \land z)$  (ассоциативность)

## Частичный порядок ≤

- $x \le x$  (рефлексивность)
- $x \le y \& y \le z \Rightarrow x \le z$  (транзитивность)
- $x \le y \& y \le x \Rightarrow x = y$  (антисимметричность)

# Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ <sup>12</sup>

- $x \le y \Leftrightarrow_{def} x \land y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \land y = x \& x \neq y$

 $<sup>^1</sup>$ Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении  $\leq$  через  $\wedge$ ?

 $<sup>^2</sup>$ Можно ли восстановить полурешетку  $\langle L, \wedge 
angle$  имея только частичный порядок  $\langle L, \leq 
angle$ ?

# Полурешетка свойств

## Бинарная операция $\land$ (*meet*)

- $x \wedge x = x$  (идемпотентность)
- $x \wedge y = y \wedge x$  (коммутативность)
- $(x \land y) \land z = x \land (y \land z)$  (ассоциативность)

## Частичный порядок ≤

- $x \le x$  (рефлексивность)
- $x \le y \& y \le z \Rightarrow x \le z$  (транзитивность)
- $x \le y \& y \le x \Rightarrow x = y$  (антисимметричность)

# Полурешетка $\langle L, \wedge \rangle$ <sup>1 2</sup>

- $x \le y \Leftrightarrow_{def} x \land y = x$
- $x < y \Leftrightarrow_{def} x \land y = x \& x \neq y$

#### Свойства полурешеток

Ограниченность снизу

$$\exists \bot \in L : \forall x \in L : \bot \land x = \bot (\bot \le x)$$

Ограниченность сверху

$$\exists \top \in L : \forall x \in L : \top \land x = x \ (x \le \top)$$

Высота полурешетки

$$H_L = \max\{|x_1 > x_2 > \dots \in L|\}$$

Обрыв убывающих цепей

$$\forall x_1 > x_2 > \dots \in L : \exists k : \nexists y \in L : x_k > y$$

Произведение полурешеток

$$\langle A, \wedge_A \rangle \times \langle B, \wedge_B \rangle = \langle A \times B, \wedge \rangle,$$
  
$$(a, b) \wedge (a', b') = (a \wedge_A a', b \wedge_B b')$$

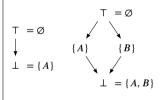
 $<sup>^{1}</sup>$ Выполняются ли свойства частичного порядка при таком определении  $\leq$  через  $\wedge$ ?

 $<sup>^2</sup>$ Можно ли восстановить полурешетку  $\langle L, \wedge 
angle$  имея только частичный порядок  $\langle L, \leq 
angle$ ?

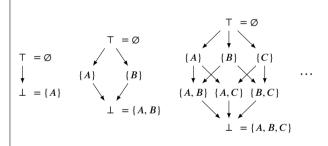
$$L=2^S, \wedge=\cup$$
 или  $\cap$ 

$$L=2^S, \wedge=\cup$$
 или  $\cap$ 

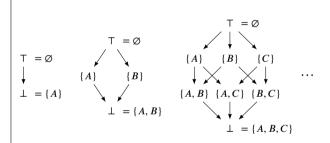
$$L=2^S, \land = \cup$$
 или  $\cap$ 



$$L=2^S, \land = \cup$$
 или  $\cap$ 



$$L=2^S, \land = \cup$$
 или  $\cap$ 



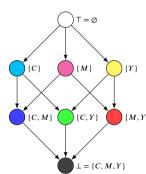


## Множество подмножеств S

$$L=2^S, \land = \cup$$
 или  $\cap$ 

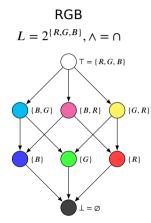
## CMYK

$$L=2^{\{C,M,Y\}}, \wedge=\cup$$





$$L=2^S, \land = \cup$$
 или  $\cap$ 





## Множество подмножеств S

$$L=2^S, \land = \cup$$
 или  $\cap$ 

## Натуральные числа

$$L=\mathbb{N}_0\cup\{\top\}, x\wedge y=min(x,y)$$

#### Множество подмножеств S

$$L=2^S, \land = \cup$$
 или  $\cap$ 

## Натуральные числа

$$L = \mathbb{N}_0 \cup \{\top\}, x \wedge y = \min(x,y)$$

#### Целочисленные константы

$$L = \mathbb{Z} \cup \{\top, \bot\}, \bot < \mathbb{Z} < \top$$

## Множество подмножеств S

$$L=2^S, \land = \cup$$
 или  $\cap$ 

## Натуральные числа

$$L=\mathbb{N}_0\cup\{\top\}, x\wedge y=min(x,y)$$

## Целочисленные константы

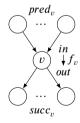
$$L = \mathbb{Z} \cup \{\mathsf{T}, \bot\}, \bot < \mathbb{Z} < \mathsf{T}$$

Иерархия типов в программе

$$L = Types, x \le y \Leftrightarrow x <: y$$

## Задача потокового анализа

- ullet Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{\it entry}, v_{\it exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow,\uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V} \colon L o L$
- ullet Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$



## Задача потокового анализа

#### Окружение потокового анализа

- Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- Преобразователи свойств  $f_{v \in V}$ :  $L \to L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$



## Система потоковых уравнений

$$D = \downarrow D = \uparrow$$

$$in_0(v) = out_0(v) = \top$$

$$in_i(v) = \bigwedge_{x \in pred_v} out_i(x)$$

$$out_i(v) = f_v(in_i(v))$$

$$in_i(v) = f_v(out_i(v))$$

$$in_i(v) = f_v(out_i(v))$$

#### Maximum Fixed Point (MFP)

Наибольшее решение среди всех решений S  $out_S(v) \leq out_{MFP}(v)$   $in_S(v) \leq in_{MFP}(v)$ 

#### Условия сходимости

- ullet Монотонность преобразователей  $f_v$
- ullet Полурешетка  $\langle L, \wedge 
  angle$  с обрывом цепей

## Задача потокового анализа

#### Окружение потокового анализа

- Потоковый граф  $G = \langle V, E, v_{entry}, v_{exit} \rangle$
- Направление анализа  $D \in \{\downarrow, \uparrow\}$
- ullet Полурешетка свойств  $\langle L, \wedge 
  angle$  огр. сверху
- ullet Преобразователи свойств  $f_{v \in V} : L \to L$
- Начальная разметка  $in_0(v) = out_0(v) = \mathsf{T}$

## Преобразователи свойств

Монотонная функция f на  $\langle L, \leq \rangle$  $x < v \Rightarrow f(x) < f(v)$ 

Монотонная функция f на  $\langle L, \wedge \rangle$  <sup>3</sup>  $f(x \wedge y) \leq f(x) \wedge f(y)$ 

Дистрибутивная функция f на  $\langle L, \wedge \rangle$   $f(x \wedge y) = f(x) \wedge f(y)$ 

#### Система потоковых уравнений

$$D = \downarrow D = \uparrow \\ in_0(v) = out_0(v) = \top \\ in_i(v) = \bigwedge_{x \in pred_v} out_i(x) \\ out_i(v) = f_v(in_i(v)) \\ in_i(v) = f_v(out_i(v)) \\ in_i(v) = f_v(out_i(v))$$

#### Maximum Fixed Point (MFP)

Наибольшее решение среди всех решений S  $out_S(v) \leq out_{MFP}(v)$   $in_S(v) \leq in_{MFP}(v)$ 

#### Условия сходимости

- ullet Монотонность преобразователей  $f_v$
- ullet Полурешетка  $\langle L, \wedge 
  angle$  с обрывом цепей

 $<sup>^3</sup>$ Докажите эквивалентность определений монотонной функции на  $\langle L, \leq 
angle$  и на  $\langle L, \wedge 
angle$ .

## Примеры не сходящегося анализа

## Монотонность преобразователей

$$L = \{T, F\}, F \le T$$

$$f_{entry} = f_{exit} = id$$

$$f_{loop}(x) = \neg x$$

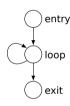
## Обрыв убывающих цепей 4

$$L = \mathbb{R}_0^+ \cup \{\top\}, \land = min$$

$$f_{entry}(x) = 1$$

$$f_{loop}(x) = x/2$$

$$f_{exit} = id$$



 $<sup>^4</sup>$ Может ли быть у полурешетки с обрывом цепей бесконечное количество элементов?

# Meet Over Paths (MOP) 5

Точное решение по всем путям  $v_{entry} 
ightarrow \cdots 
ightarrow v$ 

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(\mathsf{T}))\dots)$$

$$out_{MFP}(v) \le out_{MOP}(v)$$

 $<sup>^5</sup>$ Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D=\downarrow$ , для восходящего  $D=\uparrow$  рассуждения аналогичны.

## Meet Over Paths (MOP) 5

Точное решение по всем путям  $v_{entry} 
ightarrow \cdots 
ightarrow v$ 

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(\top))\dots)$$

$$out_{MFP}(v) \le out_{MOP}(v)$$

$$out_{MOP}(p) = x$$
  $q$   $out_{MOP}(q) = y$ 

 $<sup>^5</sup>$ Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D=\downarrow$ , для восходящего  $D=\uparrow$  рассуждения аналогичны.

## Meet Over Paths (MOP) 5

Точное решение по всем путям  $v_{entry} 
ightarrow \cdots 
ightarrow v$ 

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(T))\dots)$$

$$out_{MFP}(v) \le out_{MOP}(v)$$

$$out_{MOP}(p) = x \quad p \qquad q \quad out_{MOP}(q) = y$$
 
$$\underbrace{f_v(x \land y)}_{out_{MFP}(v)}$$

 $<sup>^5</sup>$ Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D=\downarrow$ , для восходящего  $D=\uparrow$  рассуждения аналогичны.

## Meet Over Paths (MOP) 5

Точное решение по всем путям  $v_{entry} 
ightarrow \cdots 
ightarrow v$ 

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(\top))\dots)$$

$$out_{MFP}(v) \le out_{MOP}(v)$$

$$out_{MOP}(p) = x \quad p \qquad q \quad out_{MOP}(q) = y$$
 
$$\underbrace{f_v(x \land y)}_{out_{MFP}(v)} \quad \underbrace{f_v(x) \land f_v(x)}_{out_{MOP}(v)}$$

 $<sup>^5</sup>$ Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D=\downarrow$ , для восходящего  $D=\uparrow$  рассуждения аналогичны.

## Meet Over Paths (MOP) 5

Точное решение по всем путям  $v_{entry} 
ightarrow \cdots 
ightarrow v$ 

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \to \cdots \to v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(T))\dots)$$

$$out_{MFP}(v) \le out_{MOP}(v)$$

$$out_{MOP}(p) = x \quad p \qquad q \quad out_{MOP}(q) = y$$
 
$$\underbrace{f_v(x \land y)}_{out_{MFP}(v)} \leq \underbrace{f_v(x) \land f_v(x)}_{out_{MOP}(v)}$$

 $<sup>^5</sup>$ Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D=\downarrow$ , для восходящего  $D=\uparrow$  рассуждения аналогичны.

## Meet Over Paths (MOP) 5

Точное решение по всем путям  $v_{entry} 
ightarrow \cdots 
ightarrow v$ 

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{\mathit{entry}} \to \cdots \to v} f_v(\dots(f_{v_{\mathit{entry}}}(\top))\dots)$$

Безопасность MFP  $^{\rm 6}$ 

$$out_{MFP}(v) \le out_{MOP}(v)$$

$$out_{MOP}(p) = x \qquad p \qquad q \quad out_{MOP}(q) = y$$
 
$$\underbrace{f_v(x \land y)}_{out_{MFP}(v)} \leq \underbrace{f_v(x) \land f_v(x)}_{out_{MOP}(v)}$$

 $<sup>^5</sup>$ Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D=\downarrow$ , для восходящего  $D=\uparrow$  рассуждения аналогичны.

 $<sup>^{6}</sup>$ В случае дистрибутивных преобразователей МFP всегда точно —  $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$ .

## Meet Over Paths (MOP) 5

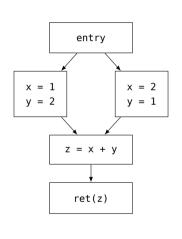
Точное решение по всем путям  $v_{entry} 
ightarrow \cdots 
ightarrow v$ 

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \cdots \rightarrow v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(\top))\dots)$$

## Безопасность MFP <sup>6</sup>

$$out_{MFP}(v) \le out_{MOP}(v)$$

$$out_{MOP}(p) = x \quad p \qquad q \quad out_{MOP}(q) = y$$
 
$$\underbrace{f_v(x \land y)}_{out_{MFP}(v)} \leq \underbrace{f_v(x) \land f_v(x)}_{out_{MOP}(v)}$$



 $<sup>^5</sup>$ Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D=\downarrow$ , для восходящего  $D=\uparrow$  рассуждения аналогичны.

 $<sup>^{6}</sup>$ В случае дистрибутивных преобразователей МFP всегда точно —  $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$ .

## Meet Over Paths (MOP) 5

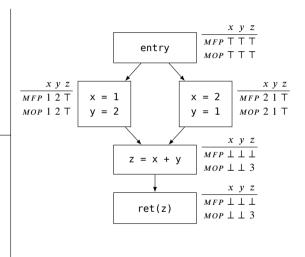
Точное решение по всем путям  $v_{entry} 
ightarrow \cdots 
ightarrow v$ 

$$out_{MOP}(v) = \bigwedge_{v_{entry} \rightarrow \cdots \rightarrow v} f_v(\dots(f_{v_{entry}}(\top))\dots)$$

## Безопасность MFP <sup>6</sup>

$$out_{MFP}(v) \leq out_{MOP}(v)$$

$$out_{MOP}(p) = x \qquad p \qquad q \quad out_{MOP}(q) = y$$
 
$$\underbrace{f_v(x \land y)}_{out_{MFP}(v)} \leq \underbrace{f_v(x) \land f_v(x)}_{out_{MOP}(v)}$$



 $<sup>^5</sup>$ Рассмотрен случай нисходящего анализа  $D=\downarrow$ , для восходящего  $D=\uparrow$  рассуждения аналогичны.

 $<sup>^{6}</sup>$ В случае дистрибутивных преобразователей МFP всегда точно —  $out_{MFP}(v) = out_{MOP}(v)$ .

### Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- ullet Каждый блок  $b\in B$  содержит одну операцию
- ullet V множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  множество присваиваний в переменную  $v \in V$  (напр. v = 3)
- $use_v \subseteq B$  множество использований переменной  $v \in V$  (напр. x = y + v)

### Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- ullet Каждый блок  $b\in B$  содержит одну операцию
- ullet V множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  множество присваиваний в переменную  $v \in V$  (напр. v = 3)
- $use_v \subseteq B$  множество использований переменной  $v \in V$  (напр. x = y + v)

### Gen-Kill формализм

- $L = 2^S, \land = \cup$  или  $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- ullet  $gen_b$  свойства порождаемые блоком b
- ullet  $kill_b$  свойства убиваемые блоком b

#### Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- ullet Каждый блок  $b\in B$  содержит одну операцию
- ullet V множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  множество присваиваний в переменную  $v \in V$  (напр. v = 3)
- $use_v \subseteq B$  множество использований переменной  $v \in V$  (напр. x = y + v)

#### Gen-Kill формализм

- $L=2^S, \land = \cup$  или  $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- ullet  $gen_b$  свойства порождаемые блоком b
- ullet  $kill_b$  свойства убиваемые блоком b

#### Следствия

- $\langle L, \wedge \rangle$  конечная полурешетка
- ullet  $f_b$  дистрибутивные функции  $^7$
- Анализ *всегда* сходится к точному решению

 $<sup>^{7}</sup>$ Докажите дистрибутивность  $f_{b}$  в gen-kill форме.

#### Control-flow graph

- $CFG = \langle B, E, entry, exit \rangle$
- ullet Каждый блок  $b\in B$  содержит одну операцию
- ullet V множество переменных программы
- $def_v \subseteq B$  множество присваиваний в переменную  $v \in V$  (напр. v = 3)
- $use_v \subseteq B$  множество использований переменной  $v \in V$  (напр. x = y + v)

### Reaching definitions Li

Live-variable analysis

$$\begin{array}{c|c} L = 2^{B}, \land = \cup, D = \downarrow \\ \hline b & \in def_{v} \notin def_{v} \\ \hline gen_{b} & \{b\} & \varnothing \\ kill_{b} & def_{v} & \varnothing \end{array}$$

$$L = 2^{V}, \land = \cup, D = \uparrow$$

$$gen_{b} \mid \{v \mid b \in use_{v}\}$$

$$kill_{b} \mid \{v \mid b \in def_{v}\}$$

#### Gen-Kill формализм

- $L=2^S, \land = \cup$  или  $\cap$
- $f_b(x) = gen_b \cup (x \setminus kill_b)$
- ullet  $gen_b$  свойства порождаемые блоком b
- $kill_b$  свойства убиваемые блоком b

#### Следствия

- ullet  $\langle L, \wedge 
  angle$  конечная полурешетка
- $f_b$  дистрибутивные функции  $^7$
- Анализ всегда сходится к точному решению

 $<sup>^{7}</sup>$ Докажите дистрибутивность  $f_b$  в gen-kill форме.

#### Заключение

#### Достоинства

- Глобальный статический анализ
- Универсальная теоретическая модель
- Простота реализации
- gen-kill формализм гарантирует сходимость и точность

#### Недостатки

- Результат инвалидируется оптимизациями
- Анализы не комбинируются эффективно
- Не всегда удается гарантировать сходимость и точность

