מטלה 1 – ליאור דניאל (ת.ז. 305257347)

1. הוכיחו:

כאשר הינו האורך הממוצע של מילת הקוד ו- הינו האנטרופיה.

הוכחה:

נניח בשלילה שקיים קידוד עם אורך מילה ממוצעת נמוך מהאנטרופיה,

כלומר מתקיים ש

הכנסת מינוס ללוג, איחוד סיגמות וחוקי לוגים

לפי קראפט

לכן סה"כ בסתירה להנחה ולכן לא קיים קוד כזה.

1. הוכח:   
    הוא קוד מיידי אמ"מ הוא קוד חסר רישות.

נניח בשלילה ש- הוא קוד לא מיידי.

נגדיר להיות קידוד פרפיקסי של קידוד .

נגדיר את להיות מילת קוד הכי קצרה. בנוסף, לא רישא של מכיוון ש- חסר רישות.

לכן האות הראשונה של לא יכולה להיות זהה לאות הראשונה של , אחרת יכולנו להוריד אותה ולקבל מילה קצרה יותר.

*זה אומר ש- ו- שונים, אבל אחד הקידודים חייב להיות רישא של השני וזו סתירה להנחה. לכן הוא קוד מיידי.*

*אם הקוד הוא פרפיקס של מילת הקוד אז הקידוד של סדר הפעולות הוא הרישא של קידוד*

*וכך הקוד הוא אינו מידי וזה סתירה לנתון. לכן c הוא קוד חסר רישות אמ"מ הוא קוד מיידי.*

1. *נתון קוד עם מילות קוד באורכים .*

*הוכח כי אם c קוד שלם אז .*

*הוכחה:*

*נניח ש- קוד שלם ולכן קיים עבורו עץ מלא.*

*נוכיח באינדוקציה:*

*בסיס:*

* *עבור יש עץ בעל קודקוד יחיד בלי בנים.*

*לכן והטענה מתקיימת.*

* *עבור יש עץ בעל קודקוד עם 2 בנים*
* *לכן והטענה מתקיימת.*

*הנחת האינדוקציה: נניח שהטענה מתקיימת עבור מילות קוד*

*צעד: נניח עבור מילות קוד.*

*נגדיר ונבחר כלשהו שהוא עלה ונוסיף לו 2 עלים כדי שישאר עץ מלא. כך האב הופך לצומת והעלים לבנים שלו.*

*לכן*

*הוספת 2 הבנים והורדת האבא*