

תרגיל מחשב – חלק 1

הנחיות

התרגיל הבא הוא תרגיל תכנותי. יש לממש את הקוד בשפת פייתון. עליכם להציג הוכחות מתמטיות וגרפים מתאימים בהתאם לסעיף. סעיף ללא הוכחה מתמטית או קוד או הסבר עבור קוד לא יקבל ניקוד.

יש לצרף צילומי מסך של הגרפים שקיבלתם, הקוד שכתבתם, והסבר עבור כל שורה מה תפקידה ואיך היא מתבצעת.

הספריות היחידות המותרות לשימוש: numpy, cmath, math. אין להשתמש בפונקציות: convolve, fft, ifft או כל פונקציה שאינה מממשת בצורה ישירה את הקוד שנדרשתם לכתוב. שימוש בספריה עלול להוריד עד חצי מהניקוד עבור מטלה זו.

הגשה: עד אחרי חופשת פסח.

נתון אות חלון הבא :

$$a(n) = \begin{cases} 1 & |n| < 100 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

א. קבעו וקטור זמנים, $n = -1000:1:1000$, וציירו את האות.

ב. התייחסו אל האות בסעיף א' כאל מחזור יחיד של אות מחזורי במחזור:

$$N = 2001$$

עתה נרצה להציג את מקדמי טור פורייה של האות

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-N}^N x(n) e^{-jk2\pi n/N}$$

הציגו את מקדמי פורייה של האות. כיון ש $a(n)$ הוא ממשי וסימטרי בזמן הראו כי a_k הוא ממשי וסימטרי בתדר.

ג. נרצה עתה לבחון את הזהות של הזהה בזמן \Leftrightarrow הכפלה באקפוננט בתדר

$$\text{חשב את } b_k = a_k e^{-jk2\pi 100/N}$$

חשבו והציגו את האות בזמן $b(n)$ ע"י ההתמרה ההופכית של b_k ואשרו את הזהות הנ"ל.

- הסבר את ההבדל בין הגרפים a_k, b_k .
- שרטט את גרף הפאזה של a_k, b_k .
- צייר את המקדם b_{10} במרחב הזמן. מהו הביטוי המתמטי?

ד. נרצה עתה לבחון את הזהות של גזירה בזמן \Leftrightarrow "הכפלה ב k " בתדר.

$$\text{חשבו את : } c_k = a_k(1 - e^{-jk2\pi/N})$$

חשבו והציגו את האות בזמן $c(n)$ ע"י ההתמרה ההופכית של c_k . האם קבלתם גזירה בזמן? אשרו זאת אנליטית.

ה. נרצה עתה לבחון את הזהות של קונבולוציה בזמן \Leftrightarrow הכפלה בתדר.

$$\text{חשבו את : } d_k = Na_k^2$$

חשבו והציגו את האות בזמן $d(n)$ שהינו ההתמרה ההופכית של d_k . האם קבלתם קונבולוציה בזמן? אשרו זאת אנליטית.

חשב את $\max\{d_n\}$ והסבר את התוצאה.

ו. נרצה עתה לבחון את שוויון פרסיבל.

$$\text{חשבו בנפרד את : } \frac{1}{N} \sum_{n=-N}^N |d(n)|^2$$

$$\text{ואת : } \sum_{k=-N}^N |d_k|^2$$

והראו כי מתקיים שוויון.

ז. נרצה עתה לבחון את הזהות הכפלה בזמן \Leftrightarrow קונבולוציה בחדר.

$$\text{חשבו את : } e(n) = a(n)b(n)$$

חשבו והציגו את האות בתדר e_k ע"י ההתמרה של $e(n)$. חשבו והציגו גם את e_k המתקבל ע"י

$$\text{קונבולוציה ציקלית בתדר דהיינו } \hat{e}_k = \sum_{l=-N}^N a_l b_{k-l}. \text{ אשרו כי האות } e_k \text{ זהה ל } \hat{e}_k.$$

ח. נרצה עתה לבחון את ההכפלה בקוסינוס בזמן.

$$\text{חשבו את : } g(n) = a(n)\cos(2\pi \cdot 500 \cdot n/N)$$

חשבו והציגו את האות בתדר g_k ע"י ההתמרה של $g(n)$. הצדיקו אנליטית את התוצאה.