

機器人學 Project 2 結果報告

0311066 林春榮

介面說明

這次的 project 利用 MATLAB R2017a 開發，執行方式打開利用 matlab 打開文件並按 F5 執行 PJ2_joint 與 PJ2_cartesian 兩個檔案。

程式架構說明

PJ2_joint :

1. 先由期中的 Inverse kinematic 算出 A、B、C 的 $\theta_1 \sim \theta_6$ ，再分別對 $\theta_1 \sim \theta_6$ 做 linear 找出 A' 的位置，在程式中定義為 A2，而藉由 A 到 A' 找出程式中 joint_A、djoint_A、ddjoint_A 這幾個矩陣，接下來是 A' 到 C' 部分，要由 transition 來算，故 joint_B、djoint_B、ddjoint_B 就是表示 A' 到 C' 部分，而其中 d 代表微分，djoint 是指角速度，ddjoint 是指角加速度，之後 C' 到 C 則是線性，而計算出的結果由 joint_C、djoint_C、ddjoint_C。
2. 接下來是畫出結果，這邊對六個角度各設了三個矩陣，舉 θ_1 為例，設了 θ_1 、 $d\theta_1$ 、 $dd\theta_1$ 這三個矩陣，而這矩陣裡面由上面所算的三段結果而來，故程式中表示為 $\theta_1 = [\text{joint_A}(i,:) \text{ joint_B}(i,:) \text{ joint_C}(i,:)]$ ，之後將這 $6 \times 3 = 18$ 個矩陣對 t 的圖畫出，就是 figure1。
3. 在這邊使用我們期中所做的 Kinematic 把三段的 θ_1 到 θ_6 轉為 noap 矩陣與其 x、y、z、psi、theta、phi，故我們就可以知道其各點 xyz 的位置而畫出路徑，程式中我定義為 X、Y、Z，接下來在標上 n、o、a 為他的方向，以上即為 joint motion 程式說明。

PJ2_cartesian :

1. 這邊我們自訂多個 function，有 c function 用來簡化 cos、s function 用來簡化 sin、Vers function 代表 $1 - \cos$ ，而主要運算的 function 為 SixVar，用來從兩個 noap 矩陣來找出 x y z psi theta phi。
2. 路徑規劃一樣分成三段，分別是 A 到 A' 的線性段，A' 到 C' 的 transition 段與 C' 到 C 的線性段，而我們從 SixVar 得到的結果可以定義出 Ra、Ro、Tr 這三個矩陣，那這三個矩陣相乘 $\text{Tr} * \text{Ra} * \text{Ro}$ 可以得到 Dr 這 Dr 包含了 translation and rotation 所以由 A 點的 noap 乘上 Dr 就可找到下一點，故 $A' = A * \text{Dr}$ ，接下來的 A' 到 C' 就由 SixVar 對 A'&B 和 B&C 找出其六個值，而藉由 transition 的公式，定義出這六個值的變化，同時再算出 Ra、Ro、Tr 得出各點的 Dr，之後的 C' 到 C 就跟前面線行一樣。
3. 為了畫圖方便，我把 X、Y、Z 作為各線段的集合， $X = [x_A \ x_B \ x_C]$ ，故我們就可以直接畫出 t 對 X、Y、Z 的圖形，而其中我們再利用 matlab 內建 function diff 找出速度與加速度，故這 X、Y、Z 這三個的位置、速度、加速度共 9 張圖合起來為 figure1。
4. 接下來是路徑的表現，由於已經算出 X、Y、Z 故直接畫出路徑，並在畫上 n o a 的方向，即為我們的 figure2。

數學運算說明

線性計算法:

```
for t = (-T):(sampling):(-tacc)
    h = t/T;
    joint_A(:,s) = joint_B1 - delta_B/0.5*t;
    djoint_A(:,s) = -delta_B/T;
    ddjoint_A(:,s) = [0;0;0;0;0;0];
    s = s+1;
end
```

參考講義內容

$$\begin{cases} q = \Delta C \cdot h + B \\ \dot{q} = \frac{\Delta C}{T} \\ \ddot{q} = 0 \end{cases} \quad h = \frac{t}{T}, t_{acc} \leq t \leq T - t_{acc}$$

Transition 計算法：

```
h = (t+tacc)/(2*tacc);
rx2 = ((Var3(1)*tacc/T+Var2(1))*(2-h)*h^2-2*Var2(1))*h+Var2(1);
ry2 = ((Var3(2)*tacc/T+Var2(2))*(2-h)*h^2-2*Var2(2))*h+Var2(2);
rz2 = ((Var3(3)*tacc/T+Var2(3))*(2-h)*h^2-2*Var2(3))*h+Var2(3);
rpsi2 = (Var3(4)-Var2(4))*h+Var2(4);
rtheta2 = ((Var3(5)*tacc/T+Var2(5))*(2-h)*h^2-2*Var2(5))*h+Var2(5);
rphi2 = ((Var3(6)*tacc/T+Var2(6))*(2-h)*h^2-2*Var2(6))*h+Var2(6);
```

參考講義內容：

$$\text{Let } \begin{cases} \Delta C = C - B \\ \Delta B = A - B \end{cases}$$

$$q(h) = [(\Delta C \frac{t_{acc}}{T} + \Delta B)(2-h)h^2 - 2\Delta B]h + B + \Delta B$$

$$\dot{q}(h) = [(\Delta C \frac{t_{acc}}{T} + \Delta B)(1.5-h)2h^2 - \Delta B] \frac{1}{t_{acc}}$$

$$\ddot{q}(h) = [(\Delta C \frac{t_{acc}}{T} + \Delta B)(1-h)] \frac{3h}{t_{acc}^2}$$

$$\text{Where } h = \frac{t + t_{acc}}{2t_{acc}} \quad \text{for } -t_{acc} \leq t \leq t_{acc}$$

自訂 function :

```
function A = SixVar(A,B)
n1 = [A(1,1);A(2,1);A(3,1)];
n2 = [B(1,1);B(2,1);B(3,1)];
o1 = [A(1,2);A(2,2);A(3,2)];
o2 = [B(1,2);B(2,2);B(3,2)];
a1 = [A(1,3);A(2,3);A(3,3)];
a2 = [B(1,3);B(2,3);B(3,3)];
p1 = [A(1,4);A(2,4);A(3,4)];
p2 = [B(1,4);B(2,4);B(3,4)];

x = dot(n1,(p2-p1));
y = dot(o1,(p2-p1));
z = dot(a1,(p2-p1));
psi = atan2(dot(o1,a2),dot(n1,a2));
theta = atan2(sqrt((dot(n1,a2))^2+(dot(o1,a2))^2),dot(a1,a2));
Sphi = -s(psi)*c(psi)*Vers(theta)*dot(n1,n2)+(c(psi)^2*Vers(theta)+c(theta))*dot(o1,n2)-
s(psi)*s(theta)*dot(a1,n2);
Cphi = -s(psi)*c(psi)*Vers(theta)*dot(n1,o2)+(c(psi)^2*Vers(theta)+c(theta))*dot(o1,o2)-
s(psi)*s(theta)*dot(a1,o2);
phi= atan2(Sphi,Cphi);

A = [x y z psi theta phi];
end
```

參考講義

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{{}^1o \cdot {}^2a}{{}^1n \cdot {}^2a}\right)$$

$$\tan \theta = \frac{[({}^1n \cdot {}^2a)^2 + ({}^1o \cdot {}^2a)^2]^{\frac{1}{2}}}{{}^1a \cdot {}^2a}$$

$$x = {}^1n \cdot ({}^2p - {}^1p)$$

$$y = {}^1o \cdot ({}^2p - {}^1p)$$

$$z = {}^1a \cdot ({}^2p - {}^1p)$$

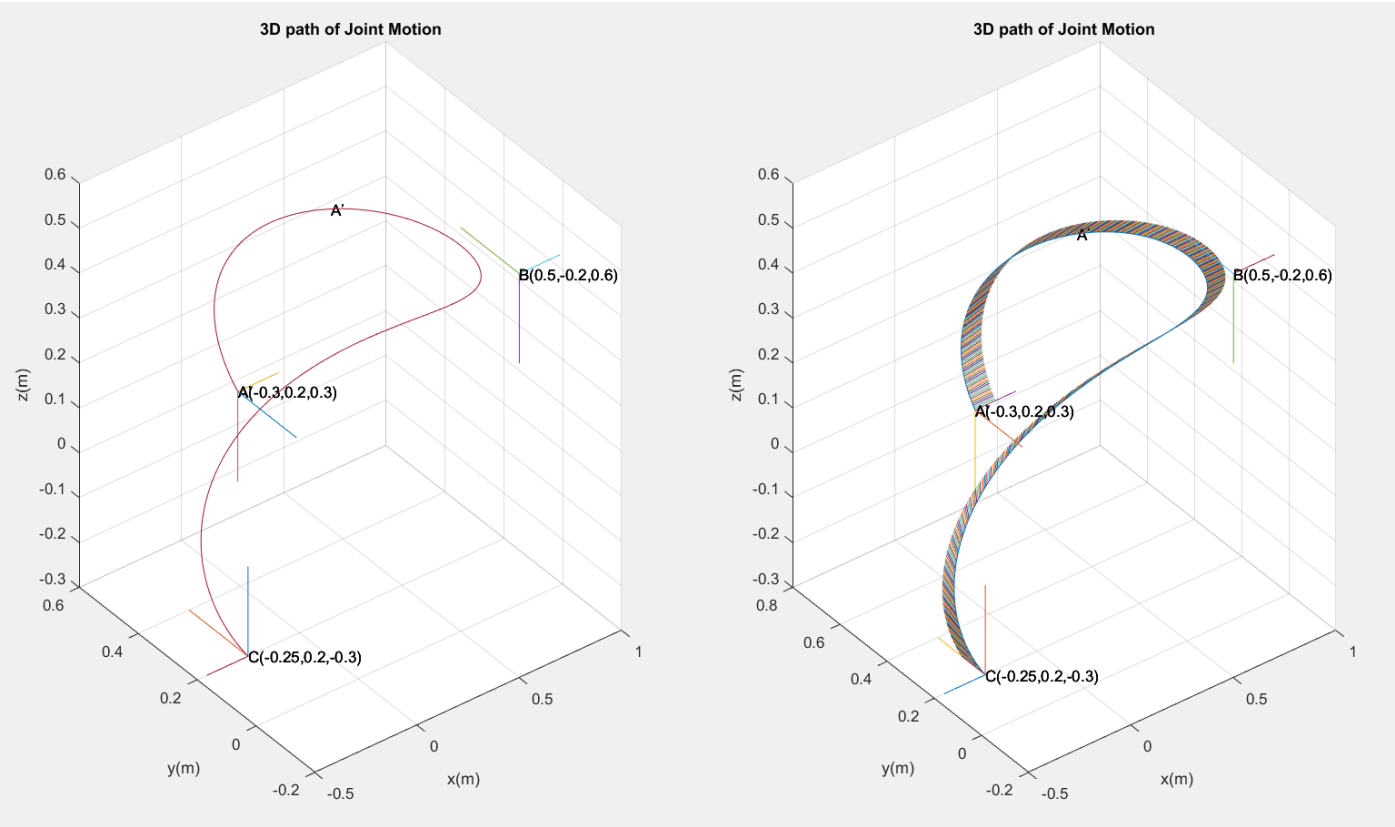
$$S\phi = -S\psi C\psi V\theta ({}^1n \cdot {}^2n) + [(C\psi)^2 V\theta + C\theta] ({}^1o \cdot {}^2n) - S\psi S\theta ({}^1a \cdot {}^2n)$$

$$C\phi = -S\psi C\psi V\theta ({}^1n \cdot {}^2o) + [(C\psi)^2 V\theta + C\theta] ({}^1o \cdot {}^2o) - S\psi S\theta ({}^1a \cdot {}^2o)$$

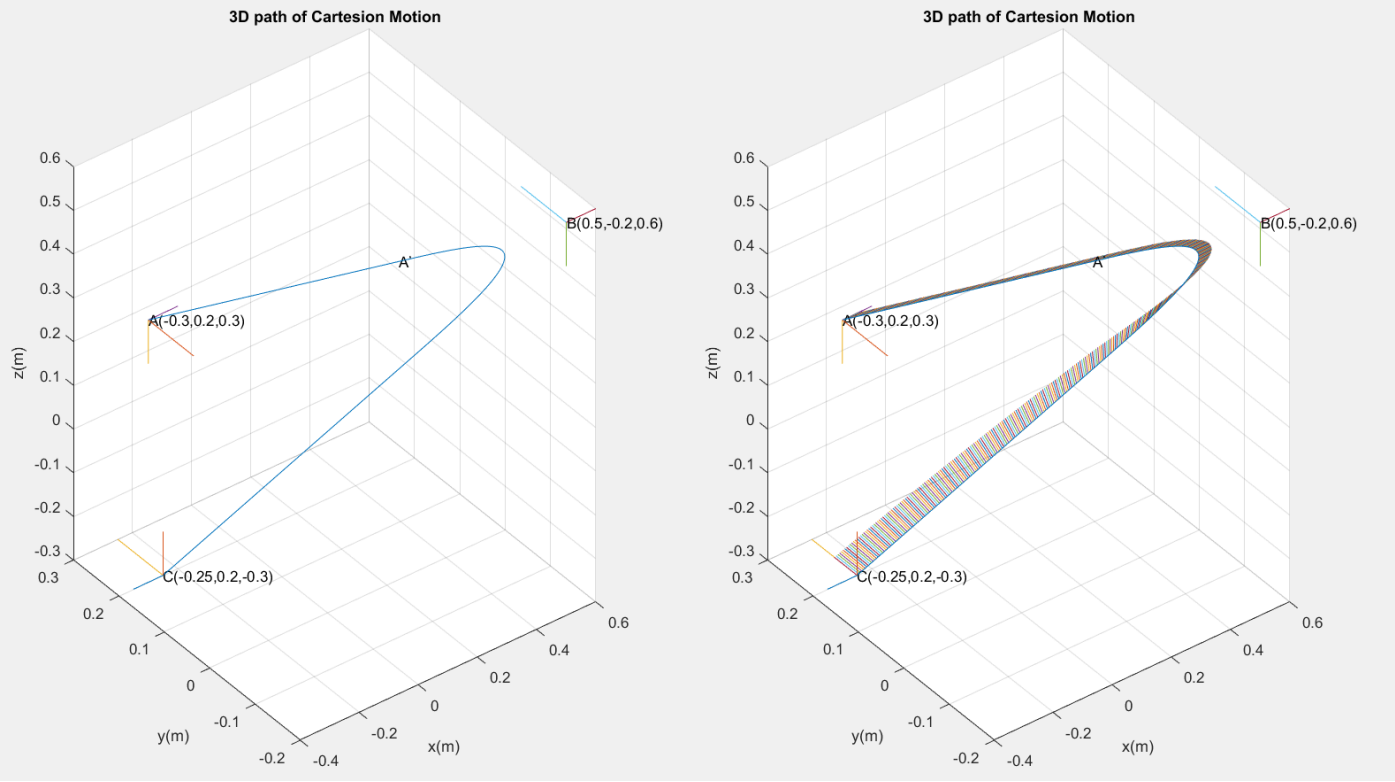
$$\therefore \tan \phi = \frac{S\phi}{C\phi}, -\pi \leq \phi \leq \pi$$

軌跡規劃結果圖

Joint motion :



Cartesian motion :



兩種軌跡規劃的優缺點

Joint motion :

advantage : efficient in computation and invoke ,no singularity problem,no configuration problem

disadvantage : the corresponding Cartesian locations may be complicated and not easy to visualize

Cartesian motion :

advantage : the motion between path segments and points is well defined

disadvantage : computational load is high,the motion breaks down when the singularity happens.