

機器人學 project 2

309611084 柳翊捷

界面說明

這次的project是使用Matlab開發
Cartesian_Move.m為卡式座標軌跡規劃
Joint_Move.m為軸座標軌跡規劃
backward.m為第一次作業程式碼

程式架構說明

先由第一次專題的 Inverse kinematic 逆向運動學算出 A、B、C 的 theta1~theta6

Theta_A = [31.900670 32.474962 -34.610195 0.000000 2.135233 -121.900670]
Theta_B = [67.948868 -2.529005 -44.425928 105.455397 74.075319 -45.219766]
Theta_C = [124.599928 -28.219289 -127.988642 -0.000000 -23.792068 124.599928]

並且找到準備加速度時各軸的角度 θ_{Ap} ,並可計算出 ΔB 及 ΔC , 套用公式算出每一個時間點的位置、速度及加速度, 最後畫出結果。

數學運算說明

$$q = \left[\left(\Delta C \frac{t_{acc}}{T_1} + \Delta B \right) (2 - h) h^2 - 2\Delta B \right] h + B + \Delta B$$
$$\dot{q} = \left[\left(\Delta C \frac{t_{acc}}{T_1} + \Delta B \right) (1.5 - h) 2h^2 - \Delta B \right] \frac{1}{t_{acc}}$$
$$\ddot{q} = \left(\Delta C \frac{t_{acc}}{T_1} + \Delta B \right) (1 - h) \frac{3h}{t_{acc}^2}$$

在 $-t_{acc} \leq t \leq t_{acc}$ 時, $h = t + t_{acc} / 2t_{acc}$ 。而當 $t \geq t_{acc}$ 後, 位置、速度、加速度簡化成

$$q = \Delta C h + B$$
$$\dot{q} = \frac{\Delta C}{T_1}$$
$$\ddot{q} = 0$$
$$h = \frac{t}{T_1}$$

● 軸座標軌跡規劃

在軸座標系當中角度能用插值法求得如下

$$\theta_{Ap} = \frac{t_{acc}}{T_1}(\theta_B - \theta_A) + \theta_A$$

可直接求出 ΔA 以及 ΔB

最後可以求出在各個時間的六

$$\begin{aligned}\Delta B &= \theta_{Ap} - \theta_B \\ \Delta C &= \theta_C - \theta_B\end{aligned}$$

軸角度,角速度以及角加速度。

● 卡式座標軌跡規劃

定義一個運動矩陣D使得運動過程中末端點座標T可由下列方法求得：

$$T = POS1 \times D(r), 0 \leq (r = t / T) \leq 1, 0 \leq t \leq T$$

已知 $r = 1$ 時 $T = POS2$,則

$$D(1) = POS1^{-1} \times POS2 = \begin{bmatrix} n_1 \cdot n_2 & n_1 \cdot o_2 & n_1 \cdot a_2 & n_1 \cdot (p_2 - p_1) \\ o_1 \cdot n_2 & o_1 \cdot o_2 & o_1 \cdot a_2 & o_1 \cdot (p_2 - p_1) \\ a_1 \cdot n_2 & a_1 \cdot o_2 & a_1 \cdot a_2 & a_1 \cdot (p_2 - p_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D(r) = \begin{bmatrix} ? & -S(r\phi)[S\psi^2 V(r\theta) + C(r\theta)] + C(r\phi)[-S\psi C\psi V(r\theta)] & C\psi S(r\theta) & rx \\ ? & -S(r\phi)[-S\psi C\psi V(r\theta)] + C(r\phi)[C^2\psi V(r\theta) + C(r\theta)] & S\psi S(r\theta) & ry \\ ? & -S(r\phi)[-C\psi S(r\theta)] + C(r\phi)[-S\psi S(r\theta)] & C(r\theta) & rz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中 r 代入1以後可以得到 $r(1)$, 並且比較後得出

$$x = n_1 \cdot (p_2 - p_1)$$

$$y = o_1 \cdot (p_2 - p_1)$$

$$z = a_1 \cdot (p_2 - p_1)$$

$$\psi = \tan^{-1} \frac{o_1 \cdot a_2}{n_1 \cdot a_2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{(n_1 \cdot a_2)^2 + (o_1 \cdot a_2)^2}}{a_1 \cdot a_2}$$

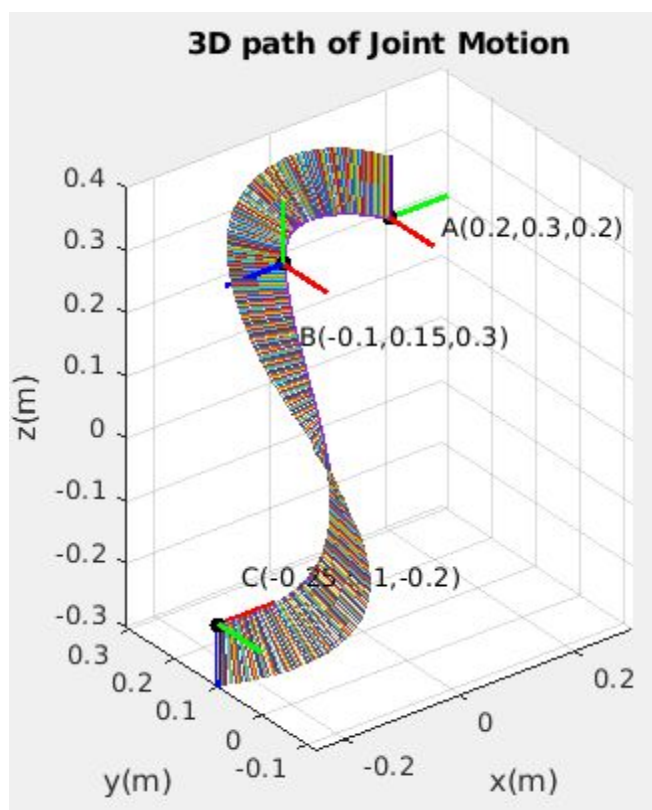
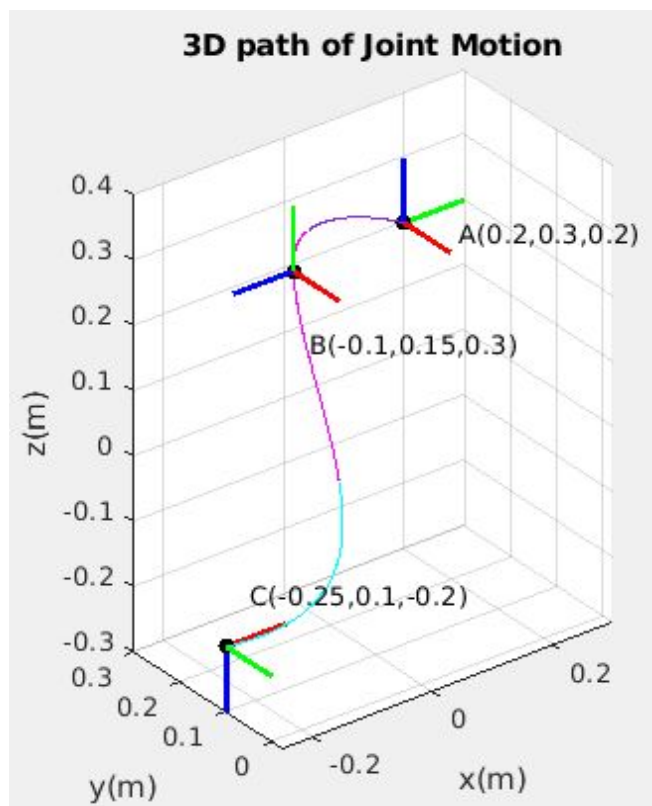
$$\phi = \tan^{-1} \frac{-S\psi C\psi V\theta(n_1 \cdot n_2) + (C\psi^2 V\theta + C\theta)(o_1 \cdot n_2) - S\psi S\theta(a_1 \cdot n_2)}{-S\psi C\psi V\theta(n_1 \cdot o_2) + (C\psi^2 V\theta + C\theta)(o_1 \cdot o_2) - S\psi S\theta(a_1 \cdot o_2)}$$

POS1,POS2分別代入A,B點, 透過 $r = t_{acc} / T_1$ 即可求出D(r), $A_p = A \times D(r)$

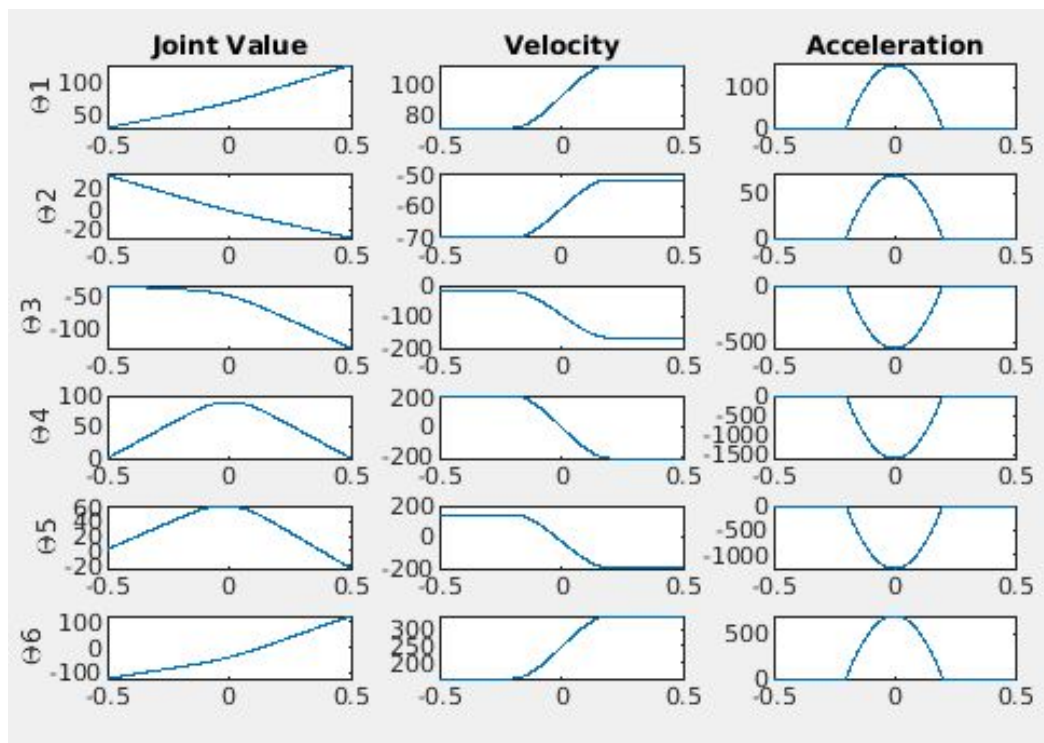
POS1,POS2分別代入B及 A_p 點即可求出 ΔB , POS1,POS2分別代入B,C點求出 ΔC , 最後可求出各個時間的位置速度以及加速度。

軌跡規劃曲線圖結果

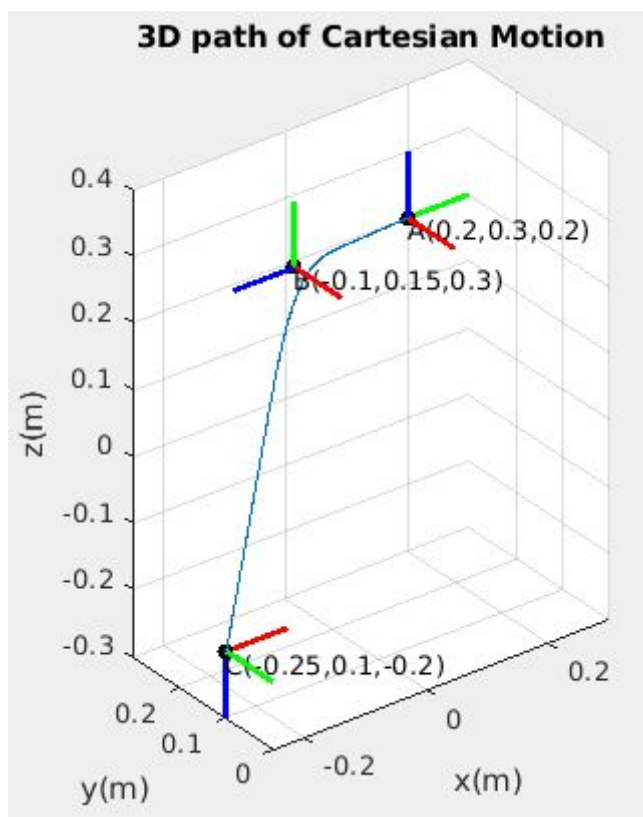
- 軸座標軌跡規劃圖

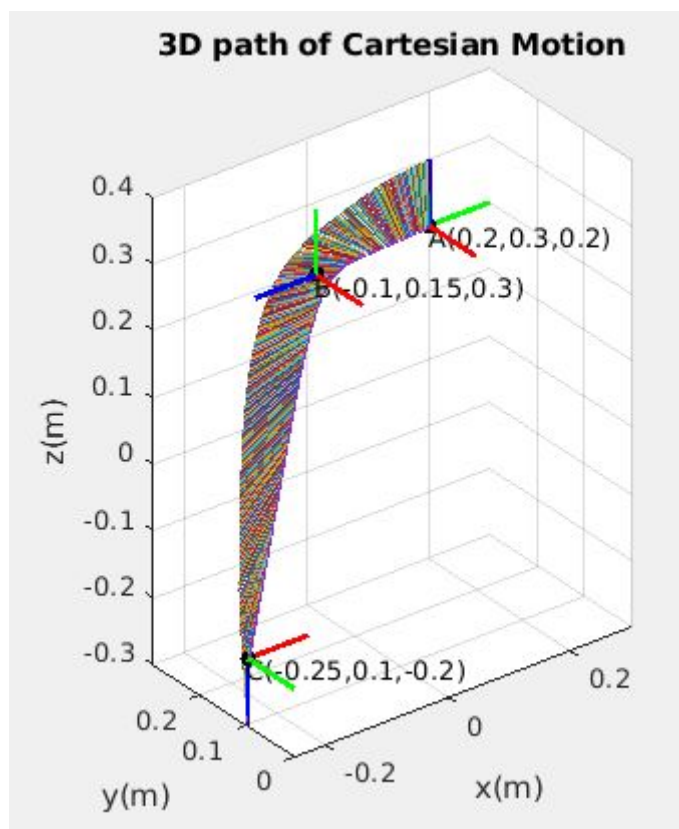


六軸角度、角速度、角加速度變化

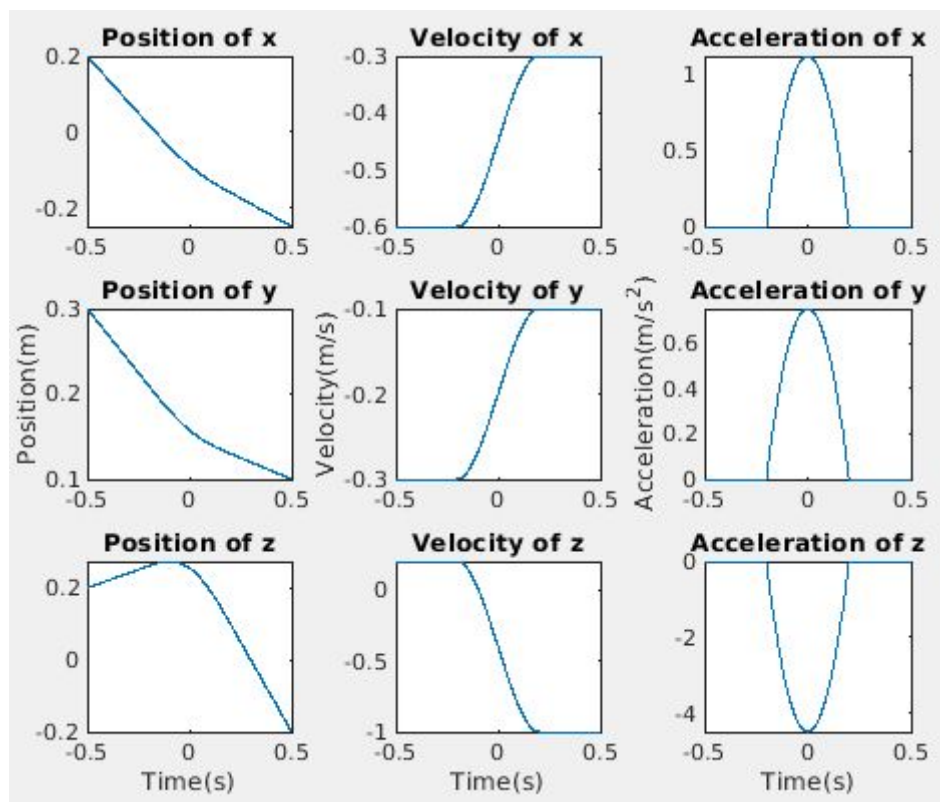


- 卡式座標軌跡規劃





六軸角度、角速度、角加速度變化



討論兩種軌跡規劃的優缺點

Joint motion:

- advantage: efficient in computation and invoke, no singularity problem, no configuration problem
- disadvantage: the corresponding Cartesian locations may be complicated and not easy to visualize

Cartesian motion:

- advantage: the motion between path segments and points is well defined
- disadvantage: computational load is high, the motion breaks down when the singularity happens.