Métodos Numéricos para Engenharia

MÓDULO 2 - RAÍZES DE EQUAÇÕES — CRITÉRIOS PARADA — FALSA POSIÇÃO PROFESSOR LUCIANO NEVES DA FONSECA

Critérios de parada

1) Tamanho do intervalo

$$|b-a|<\varepsilon$$

Onde ε é uma tolerância.

Exemplos: $\varepsilon = 0.01$ ou $\varepsilon = 10^{-8}$

2) Número máximo de iterações

Após um número máximo de iterações parar.

Exemplo: parar após 1000 iterações!

3) Erro relativo

$$\left|\frac{x_{novo}-x_{velho}}{x_{novo}}\right| < \epsilon$$

- Normalmente preferimos o critério de parada 3, pois ele não depende de valores absolutos do tamanho do intervalo, combinado com uma proteção baseada no número máximo de iterações.
- No entanto este critério pode levar a uma indeterminação quando a estimativa da raiz for zero!
- Seria aconselhável então uma combinação dos critérios 2 e 3, com uma proteção para o raiz nula.

Estimativa do número de iterações para o método da Bisseção

- No início do algoritmo o intervalo tem tamanho (b-a)
- Na iteração 1 o intervalo tem tamanho $\frac{(b-a)}{2}$
- Na iteração 2 o intervalo tem tamanho $\frac{(b-a)}{4}$
- Na iteração n o intervalo tem tamanho $\frac{(b-a)}{a^n}$
- Então, se estipularmos um erro máximo ε , teremos

Logo, se soubermos de antemão que um erro ε é aceitável, podemos estimar o número mínimo de iterações necessárias para se obter o resultado desejado.

Se E(i) for o erro da iteração i, concluímos então que o erro E(i+1) na iteração i+1 será a metade de E(i), isto é, o erro diminui linearmente com as iterações.

$$E(i+1) = \frac{E(i)}{2}$$

Métodos Intervalares: Bisseção com Número de Iterações

Algoritmo:

- Escolha um intervalo inicial [a,b] para se avaliar a função f(x) tal que f(a)f(b)<0
- Defina uma tolerância (precisão) desejada
- ► Calcule o número de iterações $n = \log_2\left(\frac{(b-a)}{\varepsilon}\right) + 1$
- 1 Repita n vezes
 - 1.1- Faça uma estimativa para a raiz da equação

$$x_o = \frac{a+b}{2}$$

1.2 – Se $f(a)f(x_o) < 0$

Então $b = x_o$

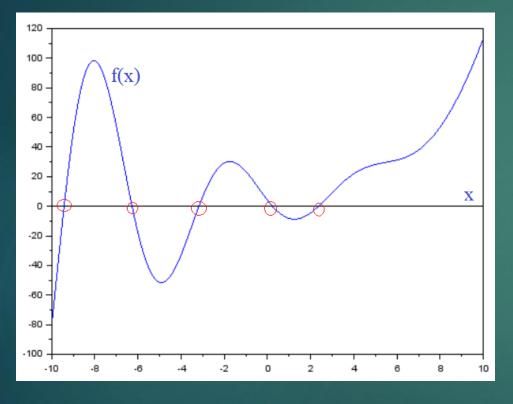
Senão $a = x_o$

2 - Pare

```
function x1=Bissecao n(f,a,b,tol,prt) //número de iterações
   if (f(a)*f(b)>0) then x1=[]; return end
   --- n=ceil(log2((b-a)/tol))+1
   - if (prt)
   printf("Previsão de %d iterações\n",n)
   .....printf ('i-\ta\t\t\txl\t\tb\t\t\terro\n')
   - end
   ....for (k=1:n)
    x1=(a+b)/2---//-Bisseção
   ····if (prt)
   printf ("%d\t%.10f(%2d)\t%.10f(%2d)\t%.10f(%2d)\t%.10f(%2d)\t%.1e\n",...
        k,a,sign(f(a)),x1,sign(f(x1)),b,sign(f(b)),abs(b-a))
13
   ----end
   -----if (f(x1)==0) break end
   f(x1) * f(a) < 0 b = x1
   else a=x1 end
   -- end
18 endfunction
```

Algoritmo Scilab para o método da Bisseção com Número de Iterações

$$y = 4e^{\frac{x}{3}} - 20e^{-(\frac{x}{5})}\sin(x)$$



```
-> deff ('y=f(x)', 'y=4*exp(x/3)-20*exp(-x/5).*sin(x)')
--> xr=Bissecao abs(f,2,3,1e-3,%t)
                                                                                   erro
        2.00000000000(-1)
                                 2.50000000000(1)
                                                          3.00000000000(1)
                                                                                   1.0e+00
        2.00000000000(-1)
                                 2.25000000000(-1)
                                                          2.50000000000(1)
                                                                                   5.0e-01
        2.25000000000(-1)
                                                                                   2.5e-01
                                 2.37500000000(1)
                                                          2.50000000000(1)
                                                                                   1.3e-01
        2.25000000000(-1)
                                 2.3125000000(-1)
                                                          2.37500000000(1)
        2.3125000000(-1)
                                 2.3437500000(-1)
                                                          2.37500000000(1)
                                                                                   6.3e-02
                                                                                   3.1e-02
        2.3437500000(-1)
                                 2.3593750000(-1)
                                                          2.37500000000(1)
                                 2.3671875000(1)
        2.3593750000(-1)
                                                          2.3750000000(1)
                                                                                   1.6e-02
        2.3593750000(-1)
                                                          2.3671875000(1)
                                                                                   7.8e-03
                                 2.3632812500(1)
                                                                                   3.9e-03
        2.3593750000(-1)
                                 2.3613281250(1)
                                                          2.3632812500(1)
10
        2.3593750000(-1)
                                 2.3603515625(1)
                                                          2.3613281250(1)
                                                                                   2.0e-03
        2.3593750000(-1)
                                 2.3598632813(-1)
                                                          2.3603515625(1)
                                                                                   9.8e-04
   2.3598633
```

```
--> xr=Bissecao_n(f,2,3,le-3,%t)
Previsão de 11 iterações
                                 x1
                                                                                   erro
                                                          3.0000000000(1)
        2.00000000000(-1)
                                 2.5000000000(1)
                                                                                  1.0e+00
                                 2.2500000000(-1)
        2.00000000000(-1)
                                                          2.50000000000(1)
                                                                                   5.0e-01
        2.2500000000(-1)
                                 2.3750000000(1)
                                                          2.50000000000(1)
                                                                                   2.5e-01
        2.2500000000(-1)
                                 2.3125000000(-1)
                                                          2.3750000000(1)
                                                                                   1.3e-01
                                                          2.3750000000(1)
        2.3125000000(-1)
                                 2.3437500000(-1)
                                                                                   6.3e-02
        2.3437500000(-1)
                                                                                   3.1e-02
                                 2.3593750000(-1)
                                                          2.3750000000(1)
        2.3593750000(-1)
                                 2.3671875000(1)
                                                          2.3750000000(1)
                                                                                   1.6e-02
        2.3593750000(-1)
                                                                                   7.8e-03
                                 2.3632812500(1)
                                                          2.3671875000(1)
9
        2.3593750000(-1)
                                                                                   3.9e-03
                                 2.3613281250(1)
                                                          2.3632812500(1)
10
        2.3593750000(-1)
                                 2.3603515625(1)
                                                          2.3613281250(1)
                                                                                   2.0e-03
        2.3593750000(-1)
                                 2.3598632813(-1)
                                                          2.3603515625(1)
                                                                                   9.8e-04
   2.3598633
```

Métodos Intervalares: Bisseção com Erro Relativo

Algoritmo:

- Escolha um intervalo inicial [a,b] para se avaliar a função f(x) tal que f(a)f(b)<0
- Defina uma tolerância (precisão) desejada
- Escolha a primeira estimativa da raiz no início do intervalo $x_1 = a$; $erro = 1 \ (100\%!)$
- 1 Faça uma estimativa para a raiz da equação

$$x_o = x_1$$
$$x_1 = \frac{a+b}{2}$$

$$2 - \text{Se}(x_1 <> 0)$$
 erro = $|(x_1 - x_0)/x_1|$

$$3 - \text{Se } f(x_1)f(a) < 0$$

Então
$$b = x_1$$

Senão
$$a = x_1$$

4- Se erro < tolerância

Raiz =
$$x_1$$

Pare

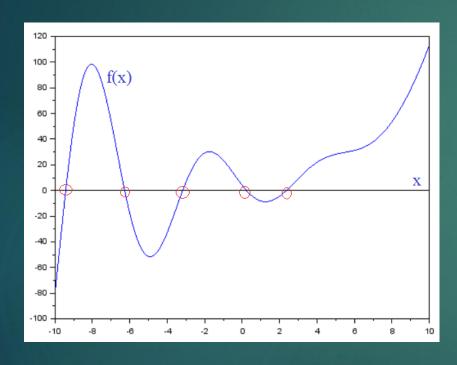
5– Repita passo 1

```
function x1=Bissecao(f,a,b,tol,prt) //erro relativo
   -- if (f(a)*f(b)>0) then x1=[]; return end
   - · · if · (prt) · printf · ('i · \ta\t\t\t\t\t\t\t\t\t\t\t\terro\n') - end
    x1=a;
      erro= 1;
     for (k=1:200)
   x0=x1
   .....x1=(a+b)/2....// Bisseção
   if(x1 <> 0) erro =abs((x1-x0)/x1) end
   ----if (prt)
   printf ( '%i\t%.10f(%2d)\t%.10f(%2d)\t%.10f(%2d)\t%.1e\n',k,...
   a, sign(f(a)), x1, sign(f(x1)), b, sign(f(b)), erro)
   ----end
   ....if ( (erro<tol) | (f(x1)==0) ) break end
   - if - if (x1) * f(a) < 0 \cdot b = x1
   else a=x1 end
   --- end
18 endfunction
```

Algoritmo Scilab para o método da Bisseção com Erro Relativo.

- fé a função para a qual se que calcular a raiz
- [a,b] é o intervalo inicial e tol a tolerância

$$y = 4e^{\frac{x}{3}} - 20e^{-(\frac{x}{5})}\sin(x)$$

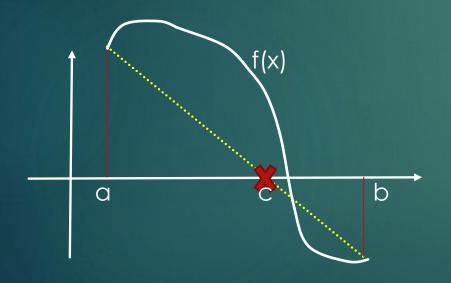


```
deff ('y=f(x)', 'y=4*exp(x/3)-20*exp(-x/5).*sin(x)')
xr=Bissecao(f,2,3,1e-3,%t)
                             x1
                                                                               erro
    2.00000000000(-1)
                             2.50000000000(1)
                                                      3.00000000000(1)
                                                                               2.0e-01
                             2.2500000000(-1)
                                                                               1.1e-01
    2.00000000000(-1)
                                                      2.50000000000(1)
                             2.3750000000(1)
                                                                               5.3e-02
     2.2500000000(-1)
                                                      2.50000000000(1)
                             2.3125000000(-1)
                                                      2.3750000000(1)
     2.2500000000(-1)
                                                                               2.7e-02
                             2.3437500000(-1)
     2.3125000000(-1)
                                                      2.3750000000(1)
                                                                               1.3e-02
    2.3437500000(-1)
                             2.3593750000(-1)
                                                      2.3750000000(1)
                                                                               6.6e-03
    2.3593750000(-1)
                             2.3671875000(1)
                                                      2.3750000000(1)
                                                                               3.3e-03
     2.3593750000(-1)
                             2.3632812500(1)
                                                      2.3671875000(1)
                                                                               1.7e-03
     2.3593750000(-1)
                             2.3613281250(1)
                                                      2.3632812500(1)
                                                                               8.3e-04
2.3613281
```

Exercício: Usar este método para encontra a outra raiz de f(x).

Métodos Intervalares – Método da Falsa Posição

É um método baseado na interpolação linear. Há uma certa similaridade com o método da bisseção, pois o intervalo que contém a raiz é reduzido a cada iteração. No entanto, não há uma redução monotônica do tamanho do intervalo. Uma interpolação linear vai unir os dois pontos extremos do intervalo de modo a se encontrar uma aproximação mais adequada para a raiz.



Equação da reta que une os pontos (a,f(a) e (b,f(b)) será:

$$y = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$$

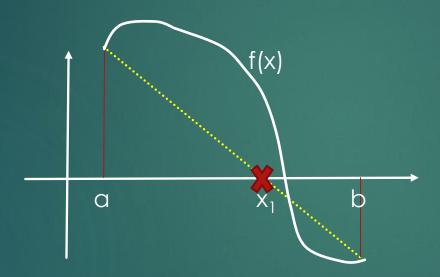
Com y=0 na equação acima, vemos que esta reta cruza o eixo no ponto c

$$c = a - \frac{(b-a)}{f(b)-f(a)}f(a) = \frac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)}$$

A princípio o ponto "c" seria um melhor estimador para a raiz de f(x) do que o meio do intervalo $\frac{a+b}{2}$

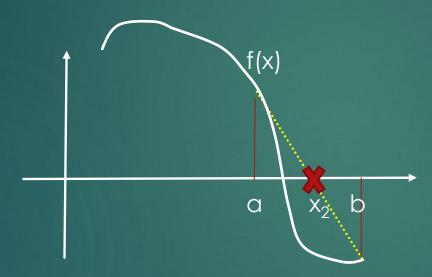
Método da Falsa Posição

▶ O método da falsa posição é normalmente muito mais rápido do que o método da bisseção, apesar de o método da bisseção ser mais simples e seguro.



Método da Falsa Posição

O método da falsa posição é normalmente muito mais rápido do que o método da bisseção, apesar de o método da bisseção ser mais simples e seguro.



Métodos Intervalares - Falsa Posição

Algoritmo:

- Escolha um intervalo inicial [a,b] para se avaliar a função f(x) tal que f(a)f(b)<0
- Defina uma tolerância (precisão) desejada
- Escolha a primeira estimativa da raiz no início do intervalo $x_1 = a$; erro = 1
- 1 Faça uma estimativa para a raiz da equação

$$x_o = x_1$$

$$x_1 = \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)}$$

2 – Se
$$(x_1 <> 0)$$
 erro = $|(x_1-x_0)/x_1|$

$$3 - Se f(x_1)f(a) < 0$$

Então
$$b = x_1$$

Senão
$$a = x_1$$

4 – Se erro < tolerância

Raiz =
$$x_1$$

Pare

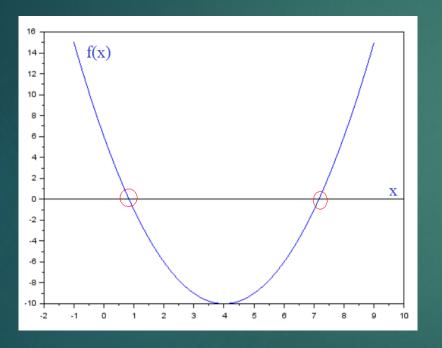
5 – Repita passo 1

```
function x1=FalsaPosicao(f,a,b,tol,prt)
   if (f(a)*f(b)>0) then x1=[]; return end
   ...if (prt) printf ('i-\ta\t\t\t\t\t\t\t\t\t\t\t\terro\n') end
   x1=a;
   erro= 1;
   --- for (k=1:200)
   x0=x1
    x1=(a*f(b)-b*f(a))/(f(b)-f(a)) //Bisseção x1=(a+b)/2
   if(x1 <> 0) erro =abs((x1-x0)/x1) end
   if (prt)
   ------printf ( '%i\t%.10f(%2d)\t%.10f(%2d)\t%.10f(%2d)\t%.10f(%2d)\t%.1e\n',...
   k,a, sign(f(a)),x1, sign(f(x1)),b, sign(f(b)),erro)
   end
   -----if ( (erro<tol) | (f(x1)==0) ) break end
   f(x1)*f(a)<0 b=x1
   else a=x1 end
   ---end
18 endfunction
```

Algoritmo Scilab para o método da falsa posição.

- fé a função para a qual se que calcular a raiz
- [a,b] é o intervalo inicial e tol a tolerância

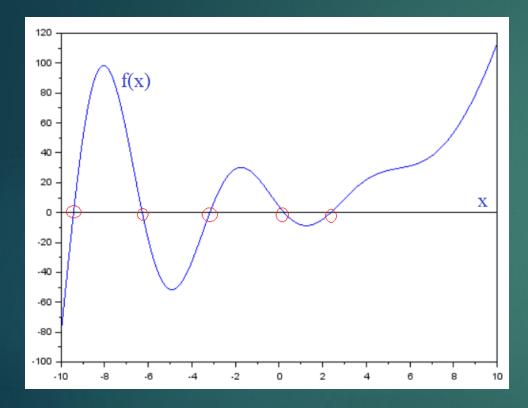
$$f(x) = x^2 - 8x + 6 = 0$$



```
--> deff ('y=f(x)' , 'y=x^2-8*x+6')
 --> xr=Bissecao(f,0,1,1e-4,%t)
                                                                                  erro
        0.00000000000(1)
                                 0.5000000000(1)
                                                         1.0000000000(-1)
                                                                                  1.0e+00
        0.50000000000(1)
                                 0.7500000000(1)
                                                         1.0000000000(-1)
                                                                                  3.3e-01
                                                                                  1.4e-01
        0.75000000000(1)
                                 0.87500000000(-1)
                                                         1.00000000000(-1)
                                 0.8125000000(1)
                                                         0.8750000000(-1)
                                                                                  7.7e-02
        0.75000000000(1)
        0.8125000000(1)
                                 0.8437500000(-1)
                                                         0.87500000000(-1)
                                                                                  3.7e-02
                                                                                  1.9e-02
        0.8125000000(1)
                                 0.8281250000(1)
                                                         0.8437500000(-1)
        0.8281250000(1)
                                 0.8359375000(1)
                                                         0.8437500000(-1)
                                                                                  9.3e-03
        0.8359375000(1)
                                 0.8398437500(-1)
                                                         0.8437500000(-1)
                                                                                  4.7e-03
        0.8359375000(1)
                                 0.8378906250(-1)
                                                         0.8398437500(-1)
                                                                                  2.3e-03
10
        0.8359375000(1)
                                 0.8369140625(1)
                                                         0.8378906250(-1)
                                                                                  1.2e-03
11
        0.8369140625(1)
                                 0.8374023438(1)
                                                         0.8378906250(-1)
                                                                                  5.8e-04
        0.8374023438(1)
                                 0.8376464844(1)
                                                         0.8378906250(-1)
                                                                                  2.9e-04
13
        0.8376464844(1)
                                                         0.8378906250(-1)
                                                                                  1.5e-04
                                 0.8377685547(-1)
14
        0.8376464844(1)
                                 0.8377075195(1)
                                                         0.8377685547(-1)
                                                                                  7.3e-05
   0.8377075
```

```
xr=FalsaPosicao(f,0,1,1e-4,%t)
                                                                                  erro
       0.0000000000(1)
                                0.8571428571(-1)
                                                        1.00000000000(-1)
                                                                                  1.0e+00
       0.0000000000(1)
                                0.8400000000(-1)
                                                         0.8571428571(-1)
                                                                                  2.0e-02
       0.0000000000(1)
                                0.8379888268(-1)
                                                         0.8400000000(-1)
                                                                                  2.4e-03
                                0.8377535101(-1)
       0.0000000000(1)
                                                         0.8379888268(-1)
                                                                                  2.8e-04
       0.0000000000(1)
                                0.8377259856(-1)
                                                                                  3.3e-05
                                                         0.8377535101(-1)
xr
  0.8377260
```

Exemplo $y = 4e^{\frac{x}{3}} - 20e^{-\left(\frac{x}{5}\right)}\sin(x)$

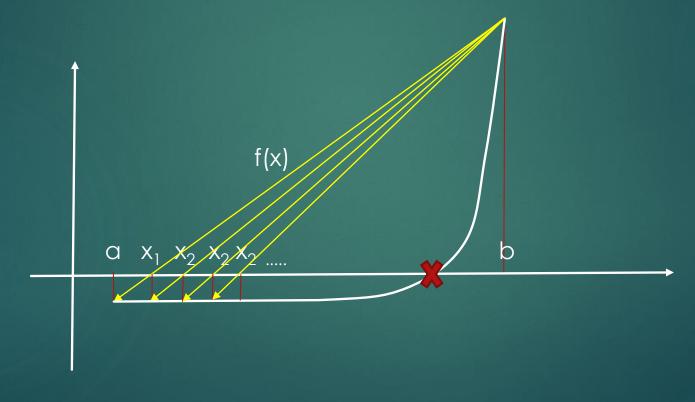


```
xr=Bissecao(f,2,3,1e-8,%t)
                                                                                  erro
        2.00000000000(-1)
                                 2.50000000000(1)
                                                         3.00000000000(1)
                                                                                  2.0e-01
        2.0000000000(-1)
                                                         2.50000000000(1)
                                                                                  1.1e-01
                                 2.2500000000(-1)
        2.2500000000(-1)
                                                                                  5.3e-02
                                 2.3750000000(1)
                                                         2.50000000000(1)
        2.2500000000(-1)
                                 2.3125000000(-1)
                                                         2.3750000000(1)
                                                                                  2.7e-02
        2.3125000000(-1)
                                 2.3437500000(-1)
                                                         2.3750000000(1)
                                                                                  1.3e-02
        2.3437500000(-1)
                                 2.3593750000(-1)
                                                         2.3750000000(1)
                                                                                  6.6e-03
        2.3593750000(-1)
                                 2.3671875000(1)
                                                         2.3750000000(1)
                                                                                  3.3e-03
                                                                                  1.7e-03
        2.3593750000(-1)
                                 2.3632812500(1)
                                                         2.3671875000(1)
                                                                                  8.3e-04
        2.3593750000(-1)
                                 2.3613281250(1)
                                                         2.3632812500(1)
10
        2.3593750000(-1)
                                 2.3603515625(1)
                                                         2.3613281250(1)
                                                                                  4.1e-04
11
                                                                                  2.1e-04
        2.3593750000(-1)
                                 2.3598632813(-1)
                                                         2.3603515625(1)
12
                                                                                  1.0e-04
        2.3598632813(-1)
                                 2.3601074219(-1)
                                                         2.3603515625(1)
13
        2.3601074219(-1)
                                 2.3602294922(-1)
                                                         2.3603515625(1)
                                                                                  5.2e-05
14
                                                                                  2.6e-05
        2.3602294922(-1)
                                 2.3602905273(1)
                                                         2.3603515625(1)
15
        2.3602294922(-1)
                                                         2.3602905273(1)
                                                                                  1.3e-05
                                 2.3602600098(1)
        2.3602294922(-1)
16
                                 2.3602447510(-1)
                                                         2.3602600098(1)
                                                                                  6.5e-06
17
                                                                                  3.2e-06
        2.3602447510(-1)
                                 2.3602523804(1)
                                                         2.3602600098(1)
18
                                                                                  1.6e-06
        2.3602447510(-1)
                                 2.3602485657(1)
                                                         2.3602523804(1)
19
        2.3602447510(-1)
                                 2.3602466583(1)
                                                         2.3602485657(1)
                                                                                  8.1e-07
20
        2.3602447510(-1)
                                 2.3602457047(1)
                                                         2.3602466583(1)
                                                                                  4.0e-07
21
                                                                                  2.0e-07
        2.3602447510(-1)
                                 2.3602452278(1)
                                                         2.3602457047(1)
22
                                                                                  1.0e-07
        2.3602447510(-1)
                                 2.3602449894(-1)
                                                         2.3602452278(1)
23
        2.3602449894(-1)
                                 2.3602451086(1)
                                                         2.3602452278(1)
                                                                                  5.1e-08
24
        2.3602449894(-1)
                                 2.3602450490(1)
                                                         2.3602451086(1)
                                                                                  2.5e-08
25
                                                                                  1.3e-08
        2.3602449894(-1)
                                 2.3602450192(1)
                                                         2.3602450490(1)
26
        2.3602449894(-1)
                                 2.3602450043(-1)
                                                         2.3602450192(1)
                                                                                  6.3e-09
 xr =
   2.3602450
 --> xr=FalsaPosicao(f,2,3,1e-8,%t)
                                                         b
                                                                                  erro
        2.0000000000(-1)
                                2.3205762170(-1)
                                                         3.0000000000(1)
                                                                                  1.4e-01
                                2.3572775493(-1)
                                                         3.0000000000(1)
                                                                                  1.6e-02
        2.3205762170(-1)
        2.3572775493(-1)
                                2.3600338608(-1)
                                                         3.0000000000(1)
                                                                                  1.2e-03
                                                                                  8.3e-05
        2.3600338608(-1)
                                2.3602300500(-1)
                                                         3.0000000000(1)
                                                                                  5.9e-06
        2.3602300500(-1)
                                2.3602439574(-1)
                                                         3.0000000000(1)
        2.3602439574(-1)
                                2.3602449429(-1)
                                                         3.0000000000(1)
                                                                                  4.2e-07
        2.3602449429(-1)
                                2.3602450128(-1)
                                                         3.0000000000(1)
                                                                                  3.0e-08
        2.3602450128(-1)
                                2.3602450177(-1)
                                                         3.0000000000(1)
                                                                                  2.1e-09
 xr =
   2.3602450
```

--> deff ('y=f(x)', 'y=4*exp(x/3)-20*exp(-x/5).*sin(x)')

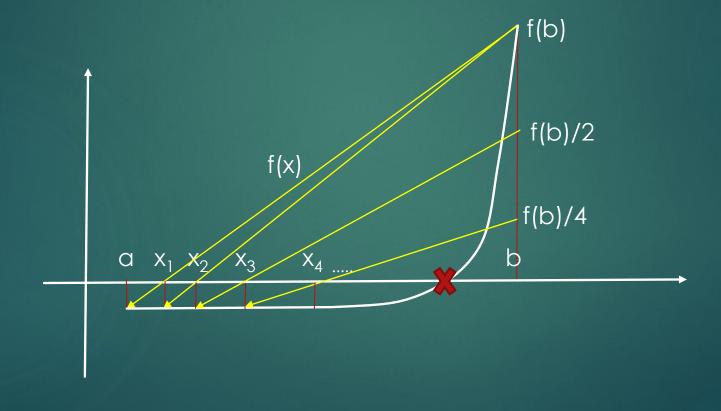
Pontos extremos estagnados no método da falsa posição

- No nosso exemplo anterior, o ponto b=0 do intervalo ficou estagnado, isto é, se manteve o mesmo durante todas as iterações. Consequentemente, a convergência se deu pelo lado esquerdo.
- O caso abaixo mostra um exemplo onde a estagnação pode tornar a convergência do algoritmo muito lenta.



Método da Falsa Posição Modificado

Se uma extremidade ficar estagnada por duas ou mais iterações, devemos dividir o valor da função na extremidade estagnada por dois.



<u> Métodos Intervalares - Falsa Posição Modificado</u>

Algoritmo:

- Escolha um intervalo inicial [a,b] para se avaliar a função f(x) tal que f(a)f(b)<0
- Defina uma tolerância (precisão) desejada
- Escolha a primeira estimativa da raiz no início do intervalo $x_1 = a$; $f_a = f(a)$; $f_b = f(b)$; $n_a = 0$; $n_b = 0$; erro = 1
- 1 Faça uma estimativa para a raiz da equação

$$x_o = x_1$$

$$x_1 = \frac{af_b - bf_a}{f_b - f_a}$$

$$f_{x_1} = f(x_1)$$

2 – Se
$$(x_1 <> 0)$$
 erro = $|(x_1-x_0)/x_1|$

3 –Se f_{x_1} f_a <0

Então

$$b = x_1$$
; $f_b = f_{x_1}$; $n_b = 0$; $n_a = n_a + 1$

Se
$$(na \ge 2) f_a = f_a/2$$
;

Senão

$$a = x_1$$
; $f_a = f_{x_1}$; $n_a = 0$; $n_b = n_b + 1$

Se
$$(n_h \ge 2) f_h = f_h/2$$
;

4 – Se erro < tolerância

Raiz = x_1 (com número de casas decimais de tolerância +1)

Pare

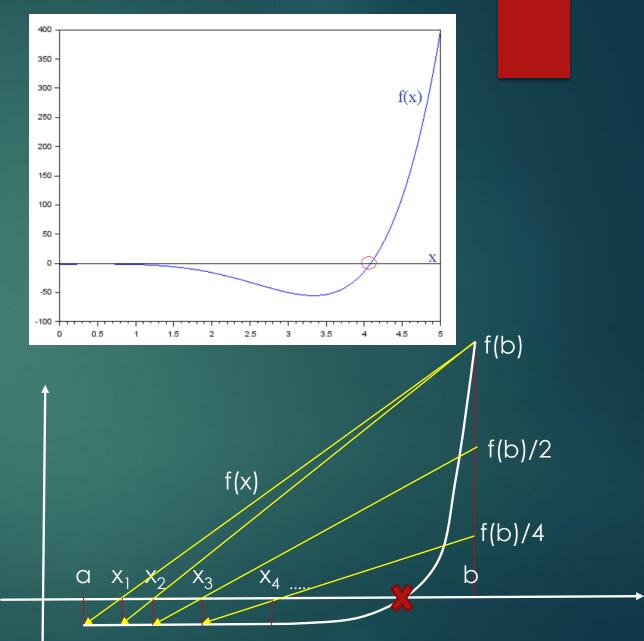
5 – Repita passo 1

```
function x1=FalsaPosicaoModificado(f,a,b,tol,prt)
   ... if (f(a) *f(b)>0) then x1=[]; return end
   if (prt) -- printf ('i \ta\t\t\txl\t\t\t\t\t\t\t\terro\n') end
   x1=a;
  fa = f(a);
   fb = f(b);
   na=0;
   --- nb=0;
   --- for (k=1:500)
   x0=x1;
   x1=(a*fb-b*fa)/(fb-fa)-//-falsa-posição-modificado
   fx1 = f(x1)
   if(x1 <> 0) erro =abs((x1-x0)/x1) end
   ----if (prt)
   printf ( '%i\t%.10f(%2d)\t%.10f(%2d)\t%.10f(%2d)\t%.1e\n',...
   .........k,a,sign(f(a)),x1,sign(f(x1)),b,sign(f(b)),erro)
   ----end
17
   .....if ( (erro<tol) | (f(x1)==0) ) break end
   if fxl*fa < 0 then
   b=x1
   fb = fxl;
   nb=0;
    na=na
   .....if (na>=2) . fa = fa/2; . end
   ----else
   a=x1;
    fa = fxl;
   na=0;
   -----nb=nb+1
   if (nb>=2) fb = fb/2; end;
   ----end
   ---end
33 endfunction
```

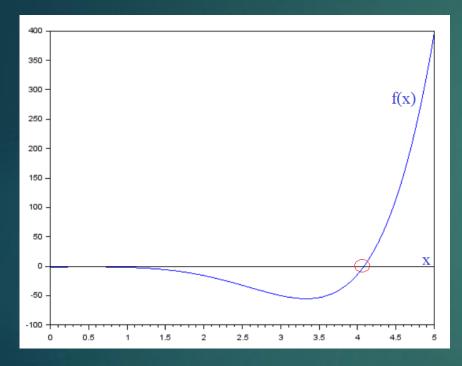
Algoritmo Scilab para o método da falsa posição modificado.

```
Exemplo y = x^5 - 6x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 2
```

```
--> deff ('y=f(x)' , 'y=x^5-6*x^4+10*x^3-10*x^2-5*x-2')
--> x=[0:10];
--> [x' f(x)']
        -2.
        -12.
        -36.
        -80.
        -54.
         348.
         1768.
         5304.
         12630.
         26116.
         48948.
   10.
--> x=linspace(0,5,1000);
--> plot(x,f(x))
--> xgrid()
```



Exemplo $y = x^5 - 6x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 2$



```
--> deff('v=f(x)','v=x^5-6*x^4+10*x^3-10*x^2+5*x-2');
--> xr=FalsaPosicao(f,4,5,1e-7,%T)
                                                                                   erro
        4.0000000000(-1)
                                 4.0339805825(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   8.4e-03
        4.0339805825(-1)
                                 4.0547222020(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   5.1e-03
        4.0547222020(-1)
                                 4.0671749324(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   3.1e-03
        4.0671749324(-1)
                                 4.0745761084(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   1.8e-03
                                 4.0789483600(-1)
        4.0745761084(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   1.1e-03
        4.0789483600(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                 4.0815219890(-1)
                                                                                   6.3e-04
        4.0815219890(-1)
                                 4.0830336809(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   3.7e - 04
        4.0830336809(-1)
                                 4.0839205041(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   2.2e-04
        4.0839205041(-1)
                                 4.0844403703(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   1.3e-04
10
                                                                                   7.5e-05
        4.0844403703(-1)
                                 4.0847449906(-1)
                                                          5.0000000000(1)
11
        4.0847449906(-1)
                                 4.0849234406(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   4.4e-05
12
                                                                                   2.6e-05
        4.0849234406(-1)
                                 4.0850279630(-1)
                                                          5.0000000000(1)
13
        4.0850279630(-1)
                                 4.0850891791(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   1.5e-05
14
        4.0850891791(-1)
                                 4.0851250298(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   8.8e-06
15
        4.0851250298(-1)
                                 4.0851460250(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   5.1e-06
16
                                                          5.0000000000(1)
        4.0851460250(-1)
                                 4.0851583201(-1)
                                                                                   3.0e-06
                                                                                   1.8e-06
        4.0851583201(-1)
                                 4.0851655202(-1)
                                                          5.0000000000(1)
18
                                                                                   1.0e-06
        4.0851655202(-1)
                                 4.0851697367(-1)
                                                          5.0000000000(1)
19
        4.0851697367(-1)
                                 4.0851722058(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   6.0e-07
20
        4.0851722058(-1)
                                 4.0851736518(-1)
                                                                                   3.5e-07
                                                          5.0000000000(1)
21
        4.0851736518(-1)
                                 4.0851744986(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   2.1e-07
22
        4.0851744986(-1)
                                 4.0851749944(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   1.2e-07
23
        4.0851749944(-1)
                                 4.0851752848(-1)
                                                          5.0000000000(1)
                                                                                   7.1e-08
 xr =
   4.08517528479
```

```
--> xr=FalsaPosicaoModificado(f,4,5,1e-7,%T)
                                                                                  erro
        4.0000000000(-1)
                                4.0339805825(-1)
                                                         5.0000000000(1)
                                                                                  8.4e-03
        4.0339805825(-1)
                                4.0547222020(-1)
                                                         5.0000000000(1)
                                                                                  5.1e-03
                                                                                  6.0e-03
        4.0547222020(-1)
                                4.0793038336(-1)
                                                         5.0000000000(1)
        4.0793038336(-1)
                                4.0889360358(1)
                                                         5.0000000000(1)
                                                                                  2.4e-03
                                                                                  9.3e-04
        4.0793038336(-1)
                                4.0851519605(-1)
                                                         4.0889360358(1)
        4.0851519605(-1)
                                4.0851755996(-1)
                                                         4.0889360358(1)
                                                                                  5.8e-06
        4.0851755996(-1)
                                4.0851757899(1)
                                                         4.0889360358(1)
                                                                                  4.7e-08
xr =
   4.08517578992
```

Observações

- O método da falsa posição é essencialmente o mesmo que o da bisseção, exceto que a bipartição do intervalo é substituída por uma interpolação linear;
- o método da falsa posição nem sempre é mais rápido que o da bisseção, devido ao problema de estagnação dos pontos extremos;
- o método da falsa posição modificado vai reduzir o problema de estagnação no pontos extremos, pela divisão por dois do valor da função no extremo estagnado;
- os métodos intervalares encontram a raiz de uma função caso se conheça um intervalo que contenha uma raiz;

Observações

- os métodos intervalares falham se houver uma raiz dupla (ou múltipla de ordem par) no intervalo, ou se o intervalo contiver um número par de raízes;
- se o intervalo contiver um número ímpar de raízes (maior ou igual a 3), o algoritmo vai convergir aleatoriamente para somente uma delas;
- caso haja uma singularidade no intervalo escolhido, o algoritmo pode convergir para esta singularidade e não para a raiz;
- a escolha de um intervalo adequado que contenha somente uma raiz é parte integrante e importante dos métodos intervalares. A procura por intervalos pode ser feita por tabelas ou por gráficos.