

Universidade de Brasília - UnB Gama

Relatório de Física 1 Experimental

Relatório 3 - Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

Por

Felipe Amorim de Araújo - Matrícula : 221022275

Fernando Gabriel dos Santos Carrijo - Matrícula: 221008033

João Vitor Santos de Oliveira - Matrícula : 221022337

Gustavo Emannel Pereira Sousa - Matrícula : 221031176

Brasília-DF, 03 de janeiro de 2023

1 Objetivos

O experimento realizado em laboratório teve como objetivo demonstrar e analisar o comportamento do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV). Para a demonstração do movimento, foi necessário fazer medições de um carrinho em um trilho de ar, com atrito desprezível, acelerado por um peso, e para obter as medidas foram utilizadas técnicas de operações com erros e médias, além da elaboração e análises de gráficos e cálculos de regressões linear e quadrática.

2 Introdução Teórica

Neste experimento, estudamos fenômeno do MRUV, como este movimento se comporta e suas diferentes características. Para isso foram utilizados diversos conceitos teóricos, dentro do conteúdo de mecânica, sobre a natureza desse tipo de movimento.

2.1 Aceleração no MRUV

O movimento retilíneo uniformemente variado ou MRUV, se define por constituir um movimento em que a velocidade varia constantemente e consistentemente ao longo do tempo. Portanto, neste movimento existe uma aceleração constante e não nula:

$$a = \text{constante}$$
$$a \neq 0$$

A aceleração média é dada por:

$$\bar{a} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1)$$

A aceleração instantânea pode ser definida como o limite da velocidade com o tempo tendendo a zero, ou seja, pela definição, a derivada da mesma:

$$a = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad (2)$$

No MRUV a aceleração é constante, por resultância a aceleração média é equivalente a aceleração instantânea. Logo:

$$a = \bar{a}$$
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (3)$$

Quando a aceleração tem mesma direção e sentido da velocidade, definimos o movimento como acelerado, a velocidade cresce, em módulo, com o passar do tempo. Com a aceleração com direção e sentido contrário a velocidade definimos o movimento como retardado, a velocidade decresce, em módulo, com o passar do tempo.

2.2 Velocidade no MRUV

No MRUV, a velocidade varia linearmente, o seu gráfico, velocidade \times tempo é o gráfico de uma reta

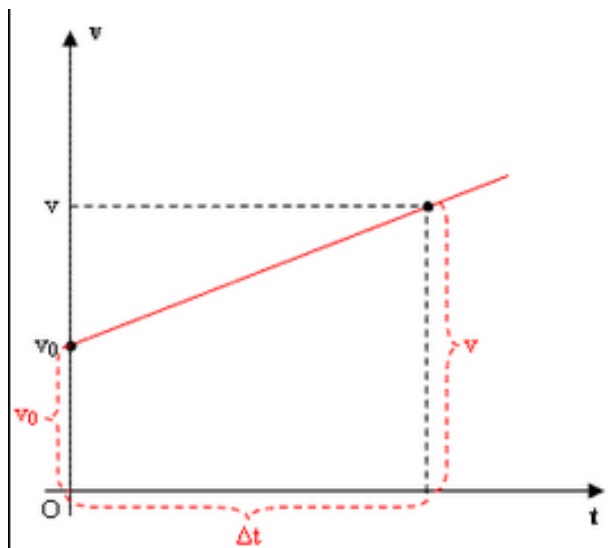


Figura 1: Gráfico $v \times t$ no MRUV

A velocidade em função do tempo é o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau. Podemos obter a equação da velocidade no MRUV por meio da fórmula aceleração (3) da seguinte forma:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}$$

$$v_1 - v_0 = a(t_1 - t_0)$$

Se considerarmos $t_1 = t$ e $t_0 = 0$, obtemos:

$$v_1 - v_0 = at$$

e portanto com $v_1 = v(t)$, obtemos:

$$v(t) = v_0 + at \tag{4}$$

onde:

$v(t)$ é a velocidade no instante estudado;

v_0 é a velocidade inicial;

a é a aceleração;

t é o tempo.

2.3 Deslocamento no MRUV

No MRUV, o deslocamento acontece de forma não linear, pois a velocidade não é constante e muda em relação ao tempo, o gráfico do deslocamento posição \times tempo se assemelha a uma parábola

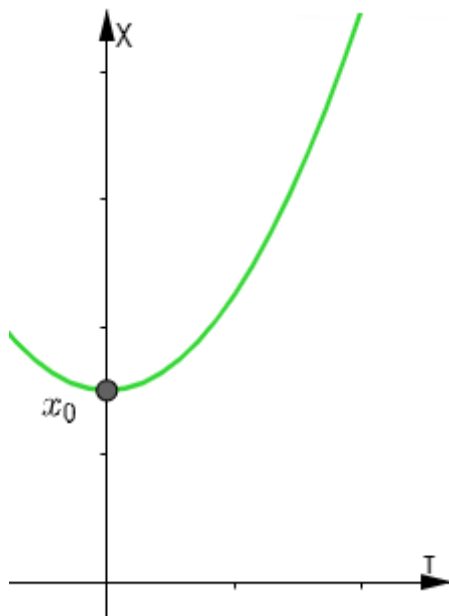


Figura 2: Gráfico $x \times t$ no MRUV

O deslocamento em relação ao tempo é uma função polinomial de segundo grau. É possível obter a equação horária obtendo a área de baixo do gráfico da velocidade.

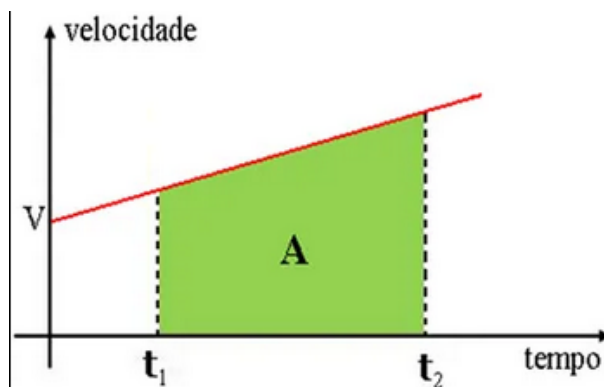


Figura 3: Área abaixo do gráfico da velocidade

É possível calcular essa área integrando a equação da velocidade (4) dentro do intervalo de t_1 a t_2 . Portanto:

$$\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

Considerando $t_2 = t$ e $t_1 = t_0$ temos:

$$\Delta x = \int_{t_0}^t v(t) dt$$

e assim manipulando conseguimos:

$$x_1 - x_0 = \int_{t_0}^t (v_0 + at) dt$$

$$x_1 - x_0 = \int_{t_0}^t (v_0) dt + \int_{t_0}^t (at) dt$$

$$x_1 - x_0 = v_0 t \Big|_{t_0}^t + \frac{at^2}{2} \Big|_{t_0}^t$$

$$x_1 - x_0 = v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t^2 - t_0^2)$$

Se considerarmos $t_0 = 0$

$$x_1 - x_0 = v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

e assim por fim, obtemos a equação horária no MRUV:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \quad (5)$$

onde:

$x(t)$ é a posição no instante estudado;

x_0 é a posição inicial.

Se derivarmos a equação horária (5) em relação ao tempo, obtemos:

$$\frac{dx}{dt} = v_0 + at$$

Portanto, podemos concluir que a derivada da posição é a velocidade

$$\frac{dx}{dt} = v(t) \quad (6)$$

Se derivarmos a equação da velocidade (4) também em relação ao tempo, obtemos:

$$\frac{dv}{dt} = a \quad (7)$$

Portanto, podemos assim dizer que a aceleração é a derivada da velocidade, que por sua vez é a derivada da posição. Assim:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad v = \frac{dx}{dt} \quad a = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (8)$$

2.4 Equação de Torricelli

É possível obter uma equação no MRUV que relaciona a velocidade com a variação da posição, sem depender do tempo.

Se isolarmos o tempo na equação da velocidade (4), obtemos:

$$\begin{aligned}v - v_0 &= at \\ t &= \frac{v - v_0}{a}\end{aligned}$$

Substituindo na equação horária (5), conseguimos:

$$x = x_0 + v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{a}{2} \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

Manipulando essa expressão, obtemos a equação de Torricelli, que relaciona a posição, velocidade e aceleração sem depender do tempo

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \tag{9}$$

3 Parte Experimental e Discussão

Para a realização do experimento, foi utilizado um carrinho se movimentando sobre um trilho de ar, onde o atrito podia ser desprezado. Um eletroímã mantinha o carrinho preso ao início do trilho, a chave liga-desliga quando desligada liberava o carrinho e iniciava o cronômetro. O carrinho estava amarrado a um peso que quando em queda livre fazia o carrinho se movimentar de forma uniformemente acelerada. Um sensor a uma distância Δx da haste central do carrinho detectava a passagem da haste pelo sensor e parava o cronômetro. Os resultados foram anotados para a análise das posições, velocidades e aceleração, e para a obtenção das equações de velocidade e de movimento, por meio de cálculos e por meio da construção de gráficos com suas respectivas regressões.

3.1 Material utilizado

O conjunto de materiais utilizados no experimento foram:

- 01 trilho 120 cm;
- 01 cronômetro digital multifunções com fonte DC 12 V;
- 02 sensores fotoelétricos com suporte fixador (S1 e S2);
- 01 eletroímã com bornes e haste;
- 01 fixador de eletroímã com manípulo;
- 01 chave liga-desliga;
- 01 Y de final de curso com roldana raiada;
- 01 suporte para massas aferidas 19 g (aproximada);
- 01 massa aferida 10 g com furo central de 2,5 mm de diâmetro;
- 02 massas aferidas 20 g com furo central de 2,5 mm diâmetro;
- 01 cabo de ligação conjugado;
- 01 unidade de fluxo de ar;
- 01 cabo de força tripolar 1,5 m;
- 01 mangueira aspirador 1,5 polegadas;
- 01 pino para carrinho para fixá-lo no eletroímã;
- 01 carrinho para trilho cor preta;
- 01 pino para carrinho para interrupção de sensor;
- 03 porcas borboletas;

- 07 arruelas lisas;
- 04 manípulos de latão 13 mm;
- 01 pino para carrinho com gancho;

O conjunto de materiais acima são utilizados como um kit de trilho de ar representado no diagrama a seguir:

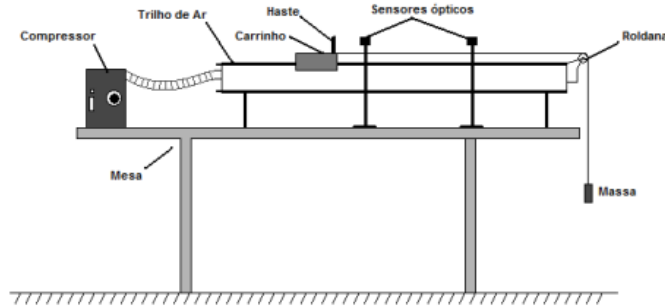


Figura 4: Kit de trilho ar

3.2 Cálculo dos tempos médios e velocidades médias

Inicialmente, foi feita a medição dos intervalos de tempo Δt levados para a haste central do carrinho alcançar o sensor, posicionado a uma distância Δx da haste. O sensor foi posicionado a uma distância Δx_1 de 10 cm da haste do carrinho, e foram feitas 5 medições de intervalo de tempo. Depois o sensor foi posicionado a uma distância Δx_2 de 20 cm, e foram feitas mais 5 medições. O processo foi repetido até a distância Δx_5 de 50 cm. No fim das medições, os intervalos obtidos foram utilizados para calcular os intervalos de tempo médio e os seus respectivos erros aleatórios. Os resultados obtidos são mostrados na tabela a seguir:

Intervalos de tempo (s)	Δx_1 10 cm	Δx_2 20 cm	Δx_3 30 cm	Δx_4 40 cm	Δx_5 50 cm
Δt_1	0,331 s	0,471 s	0,575 s	0,661 s	0,738 s
Δt_2	0,332 s	0,471 s	0,573 s	0,659 s	0,738 s
Δt_3	0,330 s	0,473 s	0,573 s	0,661 s	0,737 s
Δt_4	0,331 s	0,473 s	0,570 s	0,660 s	0,739 s
Δt_5	0,332 s	0,474 s	0,573 s	0,661 s	0,736 s
$\Delta \bar{t}$	0,331 s	0,472 s	0,573 s	0,660 s	0,738 s
Erro aleatório	0,000 s	0,001 s	0,001 s	0,000 s	0,001 s

Tabela 1: Intervalos de tempo, média dos intervalos e seus erros aleatórios

O cronômetro utilizado para as medições dos intervalos de tempo possui erro instrumental de 0,0005 s, para o cálculo dos erros absolutos dos intervalos de tempo, o

erro instrumental foi arredondado para 0,000 s, por tanto, o erro absoluto é igual ao resultado do erro aleatório dos intervalos.

Utilizando os dados obtidos dos intervalos de tempo e das distâncias, foram calculadas as velocidades médias para cada intervalo utilizando a equação da velocidade média dada por:

$$\bar{v}_k = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (10)$$

Foi considerado um erro dos deslocamentos de 0,05 cm para o cálculo das velocidades médias e seus respectivos erros, os resultados estão na seguinte tabela:

	Velocidades (cm/s)	Erros absolutos
\bar{v}_1	30,19 cm/s	0,19 cm/s
\bar{v}_2	42,34 cm/s	0,16 cm/s
\bar{v}_3	52,37 cm/s	0,16 cm/s
\bar{v}_4	60,57 cm/s	0,11 cm/s
\bar{v}_5	67,79 cm/s	0,11 cm/s

Tabela 2: Velocidade média do carrinho em cada deslocamento e os seus erros absolutos

Podemos observar pelos resultados, que a velocidade do carrinho varia de acordo com o deslocamento, isso acontece por conta da natureza do MRUV, no qual a velocidade varia uniformemente por conta da existência de aceleração no movimento.

3.3 Cálculo da velocidade instantânea e da aceleração

Para o cálculo das acelerações é preciso obter as velocidades instantâneas em cada ponto do deslocamento. No MRUV, a equação da velocidade é representada por uma reta, por tanto a velocidade média em um deslocamento pode ser obtida pela média aritmética das velocidades instantâneas no ponto inicial e final do deslocamento

$$\bar{v}_k = \frac{v_k - v_0}{2}$$

No experimento, o carrinho partia do repouso, portanto podemos considerar $v_0 = 0$, assim manipulando a equação podemos obter a velocidade instantânea pelo dobro da velocidade média

$$v_k = 2\bar{v}_k. \quad (11)$$

Os resultados obtidos são mostrados na tabela a seguir:

Os resultados da tabela serão usados para a construção de um gráfico onde será possível obter a regressão linear.

Um dos métodos para calcular a aceleração é utilizando a equação horária do MRUV (5)

	Velocidades (cm/s)	Erros absolutos
v_1	60,39 cm/s	0,37 cm/s
v_2	84,67 cm/s	0,32 cm/s
v_3	104,75 cm/s	0,32 cm/s
v_4	121,14 cm/s	0,22 cm/s
v_5	135,57 cm/s	0,23 cm/s

Tabela 3: Velocidades instantâneas do carrinho no fim de cada deslocamento e os seus erros

$$x(t) = x_0 + v_0\Delta t + \frac{a\Delta t^2}{2}$$

Neste experimento sabemos que $v_0 = 0$ porque o carrinho parte do repouso, sabemos também que $x - x_0 = \Delta x$. Portanto conseguimos que

$$\Delta x = \frac{a\Delta t^2}{2} \quad (12)$$

Portanto, podemos encontrar as acelerações pelos deslocamentos e intervalos de tempo com a seguinte equação

$$a_k = \frac{2\Delta x_k}{\Delta t_k^2} \quad (13)$$

A tabela 4 mostra as acelerações obtidas e os seus respectivos erros:

	Acelerações (cm/s ²)	Erros absolutos
a_1	182,33 cm/s ²	1,12 cm/s ²
a_2	179,24 cm/s ²	0,68 cm/s ²
a_3	182,87 cm/s ²	0,56 cm/s ²
a_4	183,43 cm/s ²	0,34 cm/s ²
a_5	183,81 cm/s ²	0,31 cm/s ²

Tabela 4: Acelerações e seus respectivos erros absolutos

Com esses dados é possível calcular a aceleração média:

$$\bar{a} = (182,34 \pm 0,60) \text{ cm/s}^2$$

3.4 Gráficos da posição e da velocidade e suas regressões

Utilizando os dados experimentais obtidos dos intervalos de tempo, posições e as velocidades foram construídos gráficos de dispersão em um aplicativo computacional, com este aplicativo também foi possível calcular as regressões correspondentes a cada gráfico. Cada gráfico apresentado também está disponível como anexo no final do documento.

A tabela a seguir mostra dados de deslocamento e dos intervalos de tempo médios junto com seus correspondentes erros experimentais

Δx (cm)	Erros (cm)	Δt (s)	Erros (s)
10,00 cm	0,05 cm	0,331 s	0,000 s
20,00 cm	0,05 cm	0,472 s	0,001 s
30,00 cm	0,05 cm	0,573 s	0,001 s
40,00 cm	0,05 cm	0,660 s	0,000 s
50,00 cm	0,05 cm	0,738 s	0,001 s

Tabela 5: Deslocamentos, intervalos de tempo e seus erros absolutos

Os dados presentes na tabela foram utilizados para construir um gráfico de dispersão $x \times t$, com os intervalos de tempo no eixo das abscissas e os deslocamentos no eixo das ordenadas. A partir do gráfico também foi feita a regressão quadrática dos dados.

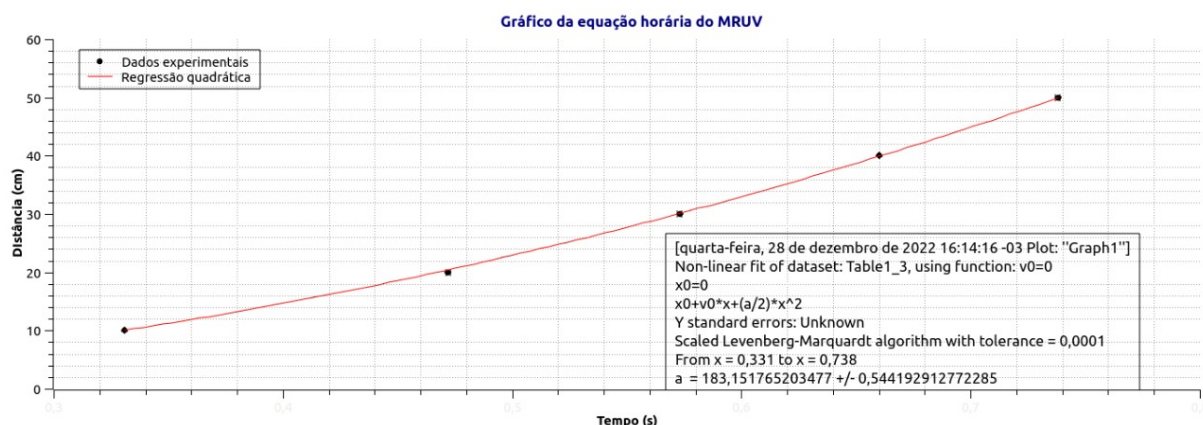


Figura 5: Gráfico do deslocamento e a regressão quadrática

Na regressão quadrática foram assumidos x_0 e v_0 nulos. O coeficiente quadrático encontrado pela regressão descreve metade da aceleração ($\frac{a}{2}$) do movimento do carrinho.

$$\frac{a}{2} = (91,58 \pm 0,27) \text{ cm/s}^2$$

$$a = (183,15 \pm 0,54) \text{ cm/s}^2$$

Assim é possível descrever a equação horária do MRUV (5) do carrinho encontrada pela regressão quadrática

$$x(t) = \frac{(183,15) \text{ cm/s}^2}{2} t^2$$

Foi feito outro gráfico $x \times t^2$ em que os instantes de tempo foram elevados ao quadrado, foi feita a regressão linear dos dados e observou-se os coeficientes obtidos. Os dados utilizados para o gráfico estão na tabela a seguir

Δx (cm)	Δt^2 (s)
10,00 cm	0,110 s ²
20,00 cm	0,223 s ²
30,00 cm	0,328 s ²
40,00 cm	0,436 s ²
50,00 cm	0,544 s ²

Tabela 6: Deslocamentos e intervalos de tempo ao quadrado

A seguir o gráfico $x \times t^2$ de dispersão e a regressão linear dos dados na tabela

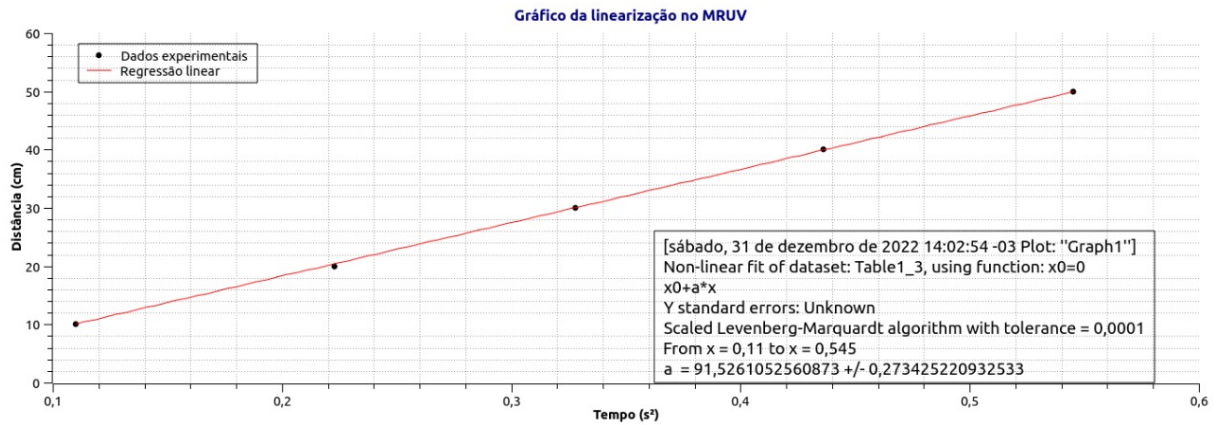


Figura 6: Gráfico linearizado e a regressão linear

Por conta da estrutura da equação horária no MRUV (5), sabemos que o coeficiente angular obtido representa metade da aceleração do carrinho.

$$\frac{a}{2} = (91,53 \pm 0,27) \text{ cm/s}^2$$

$$a = (183,05 \pm 0,55) \text{ cm/s}^2$$

Com as velocidades instantâneas e os erros na tabela 3, foi feito um gráfico $v \times t$ e regressão linear, com os instantes de tempo no eixo das abscissas e as velocidades no eixo das ordenadas,

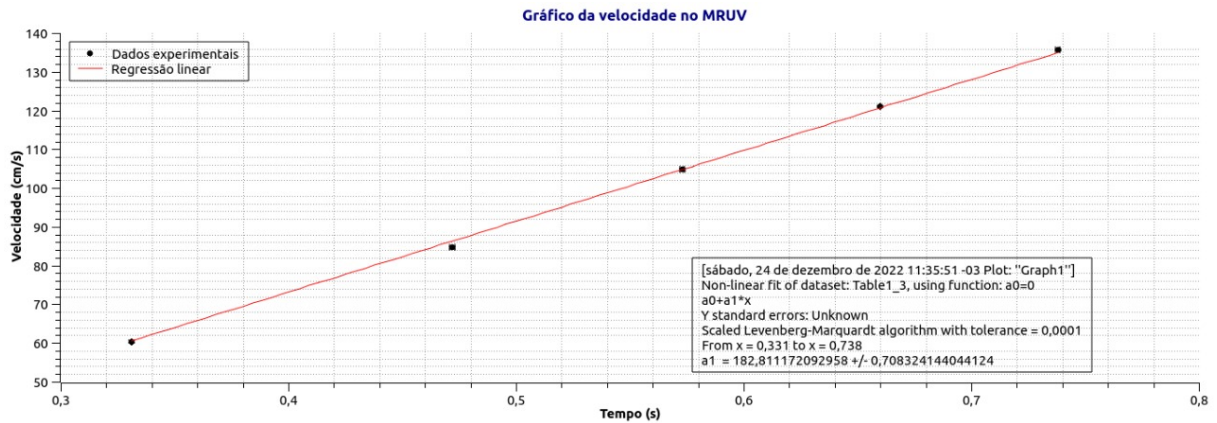


Figura 7: Gráfico das velocidades e a regressão linear

O coeficiente angular da reta representa o valor da aceleração do carrinho obtido nesta regressão

$$a = (182,81 \pm 0,71) \text{ cm/s}^2$$

Por fim, também utilizando os dados de velocidades instantâneas, foi feito um gráfico

$v \times t$ em papel milimetrado e a reta formada pelos pontos foi desenhada. O gráfico em papel milimetrado pode ser encontrado em anexo no final do documento.

Foi possível calcular o coeficiente angular dessa reta pela seguinte equação

$$\tan(\alpha) = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (14)$$

O coeficiente angular representa um valor próximo da aceleração, considerando os valores selecionados e os erros, foi obtido o valor a seguir

$$a = \frac{v_5 - v_1}{\Delta t_5 - \Delta t_1} = (185,01 \pm 1,88)cm/s^2$$

4 Conclusão

A partir da análise dos dados observados durante o experimento, chegamos a diversos valores diferentes de acelerações do movimento do carrinho sobre o trilho.

O primeiro foi obtido através de cálculos com os resultados dos intervalos de tempo e deslocamento obtidos no experimento, incluindo seus erros experimentais. A aceleração obtida foi

$$a_1 = (182,34 \pm 0,60)cm/s^2$$

Depois, utilizando um programa computacional, foi possível obter a aceleração a partir da construção de gráficos e análise dos coeficientes obtidos pelas suas respectivas regressões. No gráfico $x \times t$ foi feita a regressão quadrática dos pontos, e obteve-se a aceleração a partir do coeficiente quadrático

$$a_2 = (183,15 \pm 0,54)cm/s^2$$

Utilizando o quadrado dos intervalos de tempo, obteve-se um gráfico linearizado dos deslocamentos onde, por meio de regressão linear, foi obtido o coeficiente angular e portanto outro valor para a aceleração

$$a_3 = (183,05 \pm 0,55)cm/s^2$$

Com dados das velocidades obtidas, foi feito um gráfico $v \times t$, onde por regressão linear foi possível obter mais um valor para a aceleração

$$a_4 = (182,81 \pm 0,71)cm/s^2$$

Por fim, o gráfico $v \times t$ feito em papel milimetrado permitiu o cálculo do coeficiente angular da reta e obtenção do último valor de aceleração

$$a_5 = (185,01 \pm 1,88)cm/s^2$$

Considerando os intervalos de erros, é possível concluir que todos os valores de aceleração obtidos foram significativamente semelhantes, mostrando que por diferentes

metódos os resultados obtidos das acelerações foram parecidos.

A partir destes valores é possível discutir ambas equações horária () e da velocidade () no MRUV. Pelas condições do experimento, podemos considerar a posição inicial x_0 e velocidade inicial v_0 como nulas, assim precisamos apenas de um valor de aceleração. Considerando o valor de aceleração obtido pelo gráfico de regressão quadrática, a equação horária é descrita como

$$x(t) = \frac{(183,15)cm/s^2 \cdot t^2}{2}$$

A equação da velocidade com a mesma aceleração é descrita como

$$v(t) = (183,15)cm/s^2 \cdot t$$

Portanto, neste experimento foi possível através de diversas formas e ferramentas de análise, verificar e observar de forma prática o Movimento Retilíneo Uniformemente Variado. Os gráficos e os resultados encontrados nos cálculos, considerando os erros relacionados aos dados experimentais obtidos, apresentaram e obedeceram os conceitos do MRUV.

Referências

- [1] H.D. Young & R.A. Freedman, *Física I, Sears & Zemansky* (Pearson, Addison Wesley, 2016), 14^a Ed.
- [2] H. Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica, 1: Mecânica* (São Paulo: Blucher, 2013), 5^a Ed.
- [3] <https://www.youtube.com/watch?v=iDnW5KS8I0U>
- [4] <https://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/muv.php/>
- [5] <https://www.preparaenem.com/fisica/calculo-deslocamento-partir-grafico-velocidade.htm>
- [6] <https://aprender3.unb.br/mod/resource/view.php?id=894509>
- [7] https://aprender3.unb.br/pluginfile.php/2357780/mod_resource/content/4/Medidas_e_Erros_Wytler.pdf

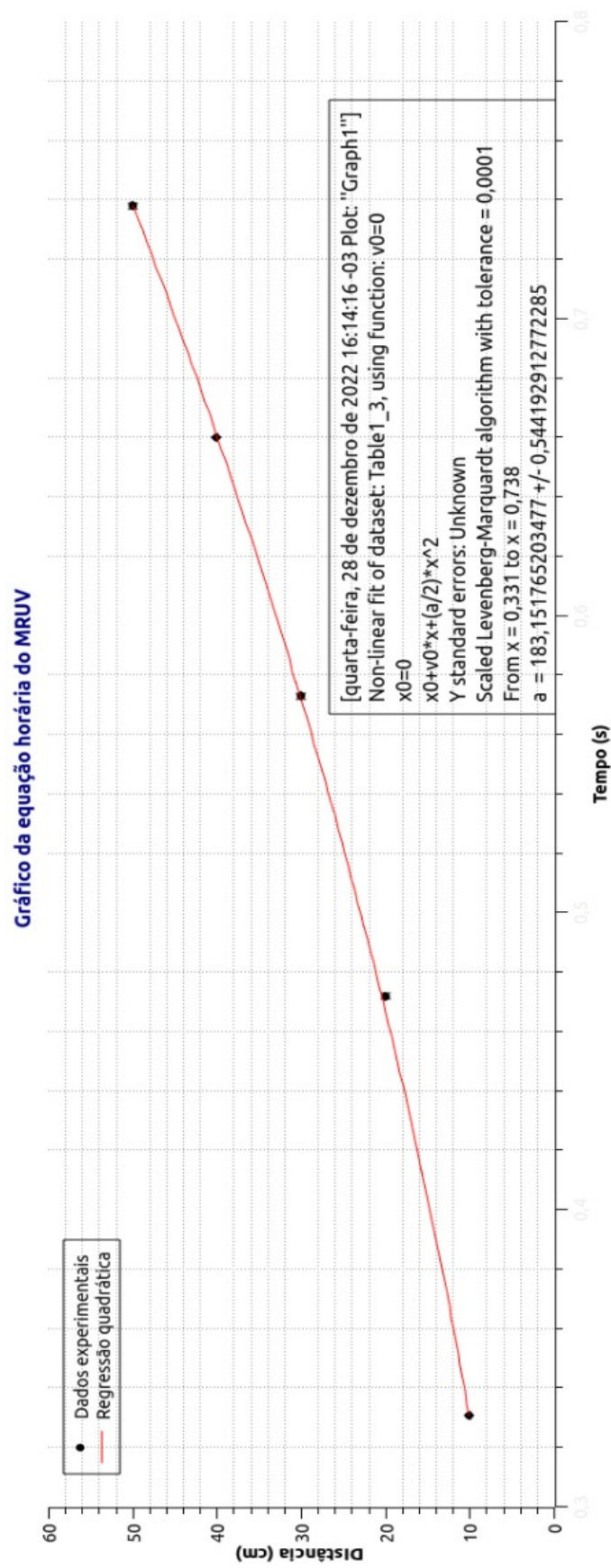


Gráfico da linearização no MRUV

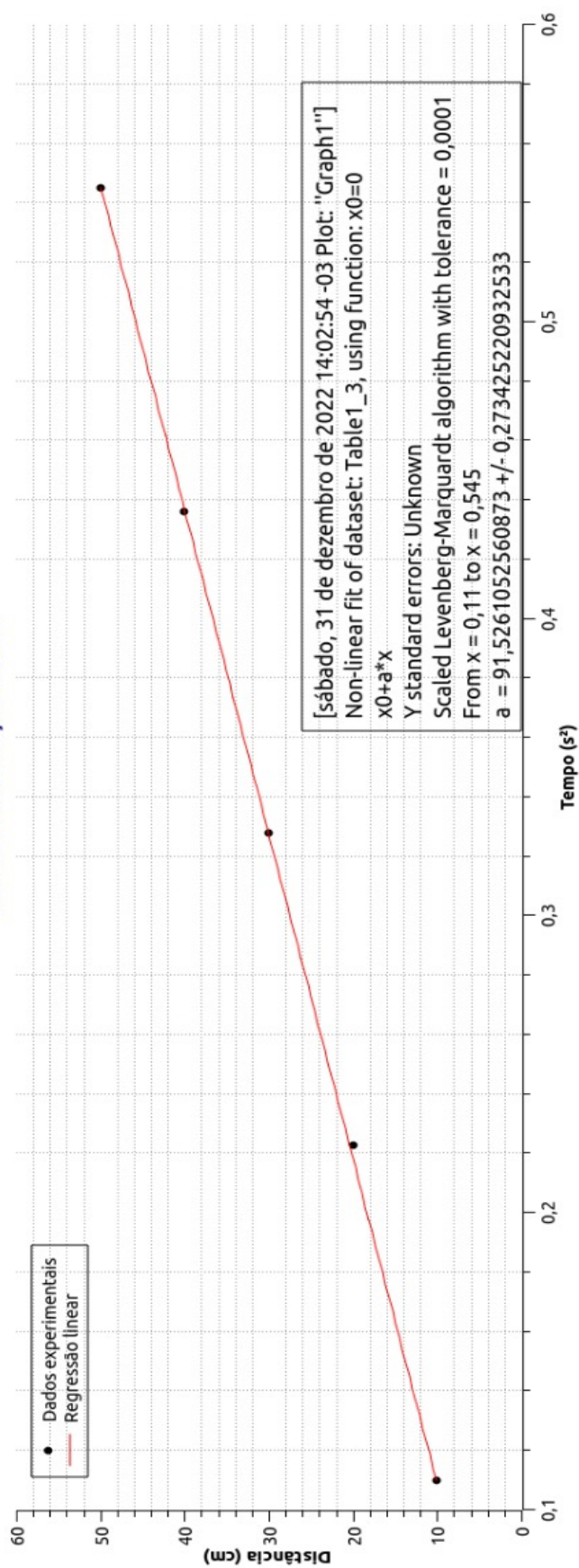


Gráfico da velocidade no MRUV

