Séance 1

TD - Kevin Lippera*

January 20, 2018

Dans l'ensemble des exercices le fluide étudié est de l'eau en écoulement incompressible et supposé Newtonien ($\eta = 10^{-3}$ Pa.s , $\nu = 10^{-6}$ m^2/s, $\rho = 1000$kg/m^3).

1 Dynamique du skimboard

On se propose d'étudier la dynamique d'un skimboarder sur la plage en fonction de sa vitesse initiale que l'on notera u_0. On modélise la planche par un plan distant de H du sable. On considère le fluide Newtonien en écoulement incompressible.

1. On considère dans un premier temps le *cas stationnaire* où la vitesse du surfeur est maintenue à u_0. Calculer le champ de vitesse entre le sable est la planche.
2. On considère maintenant *l'état instationnaire*, avec initialement le fluide au repos et la planche à la vitesse u_0. interpréter l'équation de Navier-Stokes ainsi obtenue et déterminer le champ de vitesse à une constante multiplicative près sur la partie transitoire. (On pourra chercher une solution transitoire en variable séparable)

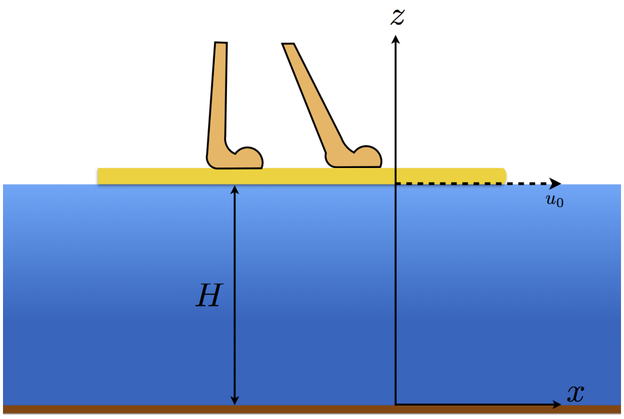

Figure 1: Schéma skimboard

2 Débit maximum d'une paille

On se propose d'étudier le débit maximum de liquide qu'un humain peut boire à l'aide d'une paille. On considère que la paille est caractérisée par un rayon R et une longueur L. On considère le fluide Newtonien en écoulement incompressible.

1. Déterminer le champ de vitesse à l'intérieur de la paille en régime permanent en fonction du gradient de pression.
2. Calculer le débit maximal en considérant une dépression totale le long de la paille de 300Pa. On prendra une paille de longueur $L = 10$cm et de rayon $R = 3$ mm.
3. Comment pourrait on boire plus vite ?

*Pour toute question n'hésitez pas à me contacter à l'adresse mail : *kevin.lippera@ladhyx.polytechnique.fr*

3 Écoulement mince sur le bord d'un verre

Lorsqu'on incline rapidement un verre d'eau puis qu'on le repose en position verticale, un film d'eau apparaît, puis disparaît progressivement en s'écoulant vers le fond. Pour cela on considère le problème général d'une goutte en écoulement sur un plan incliné (cf. figure (2)) où la pente est caractérisée par un angle α. On note $\underline{e}_z$ la direction perpendiculaire au plan incliné et $\underline{e}_x$ la direction de l'écoulement. On note $\underline{g}$ l'accélération de la pesanteur. On considère que le nombre de Reynolds est petit devant 1.

1. On fait l'hypothèse de lubrification, valable pour les films minces pour laquelle $h \ll L$. Utiliser cette hypothèse pour en déduire une relation entre u_x, u_z et entre $\partial_x^2 u_x$ et $\partial_z^2 u_x$.

2. Exprimer les ordres de grandeurs des termes visqueux et convectif. Que peut on en déduire ? Pouvions nous le prévoir ?

3. Déterminer le champ de vitesse en régime permanent dans le cas où les variations de hauteur de film sont négligeables. En admettant que le film initial a une épaisseur uniforme $h_0 = 0.5$ mm et une hauteur $H = 10$ cm déterminer la durée de vie du film.

4. Cas instationnaire : en utilisant la conservation de la masse démontrer la relation sur h :

$$\partial_t h(x,t) = \frac{g \sin\alpha}{3\nu} \partial_x h^3(x,t) \tag{1}$$

5. En déduire un ordre de grandeur du temps caractéristique τ de l'évolution temporelle de l'écoulement. Que peut on conclure ?

6. On cherche maintenant une solution de l'équation (1) sous la forme :

$$h(x,t) = Cx^{\beta} t^{-\gamma} \tag{2}$$

   Calculer les constantes β et γ.

7. En déduire que $x_v(t) \propto t^{\delta}$, on déterminera δ.

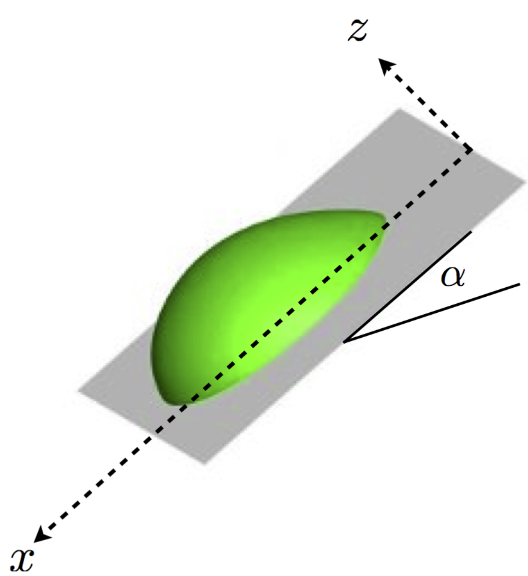

Figure 2: Ecoulement d'une goutte en pente