

# Séance 3

TD - Kevin Lippera\*

February 14, 2018

## 1 Roberto Carlos 1997 Brazil vs France

On se propose d'expliquer comment R.Carlos a pu réussir ce coup à priori impossible. Pour cela on cherche tout d'abord l'écoulement autour d'une sphère. On rappelle la forme d'un potentiel puit/source en  $z_0$  est

$$f(z) = \frac{Q}{2\pi} \log(z - z_0) \quad (1)$$

et celui d'un tourbillon est de la forme :

$$f(z) = \frac{i\Gamma}{2\pi} \log(z) \quad (2)$$

1. Déterminer le champ de vitesse du fluide caractérisé par le potentiel complexe de l'équation (1). Déterminer la fonction courant de l'écoulement pour retrouver le résultat précédent.
2. Déterminer le potentiel issu de la superposition d'un puit en  $x = -\epsilon$  et d'une source de même intensité en  $x = \epsilon$ . Que remarque t on si on fait tendre  $\epsilon$  vers 0 ?
3. Que remarque t-on si on superpose le potentiel précédent avec un potentiel d'un écoulement uniforme de vitesse  $U_0$  et que l'on pose  $Q\epsilon/\pi = -a^2 U_0$ ? (on pourra étudier la fonction courant en  $r = a$  et en  $r \rightarrow \infty$ ). Tracer les lignes de courant et les iso $\phi$  de cet écoulement.
4. Sans calcul, que vaut la force exercée sur le cylindre ? En quoi cela est troublant ?
5. Déterminer la fonction courant de l'écoulement caractérisé par un potentiel défini en (2).
6. On rajoute au potentiel complexe de la question 2 un terme de vorticité d'intensité  $\Gamma$ . Le potentiel devient donc :

$$f(z) = U_0 \left( z + \frac{a^2}{z} \right) - \frac{i\Gamma}{2\pi} \log\left(\frac{z}{a}\right) \quad (3)$$

Calculer la vitesse au niveau du cylindre ( $r = a$ ) et la circulation autour. comment peut on interpréter le mouvement du cylindre ? D'après vous quelle conséquence une circulation non nulle a sur le potentiel des vitesses ?

7. A l'aide d'un script Python, tracer les lignes de courant pour  $\Gamma = 0$ ,  $\Gamma = -3$ ,  $\Gamma = -4\pi$ . Calculer alors le débit entre les points  $(y, x)$  suivant :  $(a, 0)$ ,  $(a + b, 0)$  et  $(-a, 0)$ ,  $(-(a + b), 0)$  avec et sans circulation. En basant le raisonnement sur le théorème de Bernouilli, expliquer alors le coup de Roberto Carlos.
8. A l'aide du théorème de Blasius calculer les efforts exercés sur le contour ( $r = a$ ).

---

\*Pour toute question n'hésitez pas à me contacter à l'adresse mail : [kevin.lippera@ladhyx.polytechnique.fr](mailto:kevin.lippera@ladhyx.polytechnique.fr)