SA22225226 李青航

17.1-1

不是。最极端的，当我们有连续的操作序列，只含有MULTIPOP(S, k), MULTIPUSH(S, k) 显然每次的摊还代价是$O(k)$

17.1-2

考虑一个极端情况，二进制是1000...000(有$k-1$个0)，进行一个DECREMENT减一操作，翻转了 k 位数，再INCREMENT加一操作，又翻转了k 位数，连续做n 次这样极端操作，时间复杂度$O(nk)$

17.2-1

赋予摊还代价: PUSH 2, POP 1, COPY 0

每次PUSH操作，为自己缴费1元，为后面复制这个元素预先缴费1元，因为栈最多有k个元素，至少都有k元的信用预存款够复制。所以每次摊还代价都是常数。n次操作，时间复杂度$O(n)$

17.3-1

设$\Phi'(D_n) = \Phi(D_n) - \Phi(D_0)$

因为$\Phi(D_i) \geq \Phi(D_0)$且$\Phi(D_0) \neq 0$,

所以有$\Phi'(D_n) = \Phi(D_n) - \Phi(D_0) \geq \Phi(D_0) - \Phi(D_0) = 0$

又

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n} \hat{c}_i &= \sum_{i=1}^{n} c_i + \Phi'(D_n) - \Phi'(D_0) \\ &= \sum_{i=1}^{n} c_i + (\Phi(D_n) - \Phi(D_0)) - (\Phi(D_0) - \Phi(D_0)) \\ &= \sum_{i=1}^{n} c_i + \Phi(D_n) - \Phi(D_0)\end{aligned}$$

所以摊还代价相同

17.3-3

设势函数为$n\lg(n)$，n是最小堆的大小，最坏情况下操作的时间均为$O(\lg n)$

INSERT摊还代价是$O(\lg n)$，因为插入一次，摊还$\lg n$使得堆的大小增加1

但是抽取最小元素的摊还代价是$O(1)$,因为实际上的势函数的代价已经算过了，所以是常数级别

17.3-4

因为$\Phi(D_n) = s_n$，$\Phi(D_0) = s_0$,并且初始有n个对象的栈的摊还代价是$O(n)$
由式子 17.3 得知，总代价是$O(n) + s_n - s_0$