# 1. Soluciones

1. Para resolver el problema, primero se debe entender el procedimiento. Recordando que una distribución $k$ Erlang con media $\dfrac{1}{\lambda}$ tiene al generador

$$Y = -\frac{1}{k \cdot \lambda} \cdot ln \prod_{i=1}^{k} (1 - RND_i)$$

Esto significa lo siguiente

*a*) El nombre $k$ Erlang está asociado con la parte de $-\frac{1}{k \cdot \lambda}$ y $\prod_{i=1}^{k}$

*b*) Para éste ejemplo, indica que son 4 operarios ($k = 4$) con media de 6 ($\dfrac{1}{\lambda} = 6$); es decir, $-\frac{1}{k \cdot \lambda} = -\frac{6}{4}$ y $\prod_{i=1}^{4}$

*c*) El símbolo $\prod$ significa multiplicar; es decir, va a multiplicar a 4 números aleatorios

Por ejemplo, suponga que genera los siguientes 4 números aleatorios:

| $RND_1$ | $RND_2$ | $RND_3$ | $RND_4$ |
|---|---|---|---|
| 0.2924 | 0.5081 | 0.2563 | 0.9468 |

Entonces

| $1 - RND_1$ | $1 - RND_2$ | $1 - RND_3$ | $1 - RND_4$ |
|---|---|---|---|
| 0.7076 | 0.4919 | 0.7437 | 0.0532 |

Por lo que

$$\prod_{i=1}^{k} (1 - RND_i) = 0{,}7076 \cdot 0{,}4919 \cdot 0{,}7437 \cdot 0{,}0532 = 0{,}0137712$$

Terminando de sustituir

$$
\begin{aligned}
ln\prod_{i=1}^{k}(1-RND_i) &= ln(0{,}0137712)\\
&= -4{,}2851\\
-\frac{1}{k\cdot\lambda}\cdot ln\prod_{i=1}^{k}(1-RND_i) &= -\frac{6}{4}(-4{,}2851)\\
&= 6{,}4277
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Ese sería (como ejemplo) un primer tiempo de espera (6.42 min/pieza) en pasar por los 4 operarios. Esta misma operación se debe de realizar en muchas ocasiones, pero es más fácil buscar si ya existe el generador para la distribución de Erlang en numpy. Al buscar la información en Google acerca de numpy random Erlang, hace referencia al generador Gamma, puesto que su generador es

$$\Gamma = -\frac{1}{\lambda}\cdot ln\prod_{i=1}^{k}(1-RND_i)$$

Es decir,

$$Y = \frac{1}{k}\Gamma$$

Así entonces, solo debe cambiar las líneas del generador de normal por Gamma y dividir por k. Se anexa código.

Solución

Al ingresar los valores de parámetro de forma como 4 y media de 6, al calcular P(x >20), arroja como solución un valor de aproximadamente 0.

2. Para el segundo ejemplo (DEBE VERIFICARSE PREVIAMENTE QUE LOS DATOS ESTÉN ORDENADOS DE MENOR A MAYOR) hay que calcular el valor RM, que tiene como fórmula

$$RM = \frac{i-0{,}3}{N+0{,}4}$$

donde $i$ es el orden del valor y $N$ la cantidad de elementos o datos (para el éste caso, 10). Así entonces, se forma la siguiente tabla (se muestran solo los primeros valores para que la complete) Posteriormente, obtenga dos nuevas columnas (que representarán a los ejes $x$ así como $y$).

| Orden | Dato | RM |
|---|---|---|
| 1 | 1500 | 0.06730 |
| 2 | 2000 | 0.1634 |
| 3 | 2300 | 0.2596 |

- La columna $x$ se obtendrá al calcular el logaritmo natural de la columna B (datos).
- La columna $y$ se obtendrá de calcular $ln(-ln(1-F))$ donde F es la columna C (RM).

Se muestran solo los primeros valores a fin de que complete la información.

| x | y |
|---|---|
| 7.3132 | -2.6638 |
| 7.6000 | -1.7232 |
| 7.7406 | -1.2020 |

**Importante** Por motivos de presentación, se muestran los datos a 4 decimales. Procure trabajar con todos los decimales que la hoja de cálculo le presente; es decir, no redondee.
Posteriormente, emplee la función PENDIENTE de Excel con la columna $y$ así como con la columna $x$, para obtener el valor 3.0805. Haga lo mismo pero ahora empleando la función INTERSECCIÓN.EJE debiendo obtener el valor de -25.1708. Así entonces

- El valor $\beta$ será 3.0806.
- El valor $\alpha$ se obtiene como $e^{-\frac{m}{\beta}} = 3536.2292$

**El resultado de los valores $\alpha$ así como $\beta$ son redondeados a cuatro decimales**.

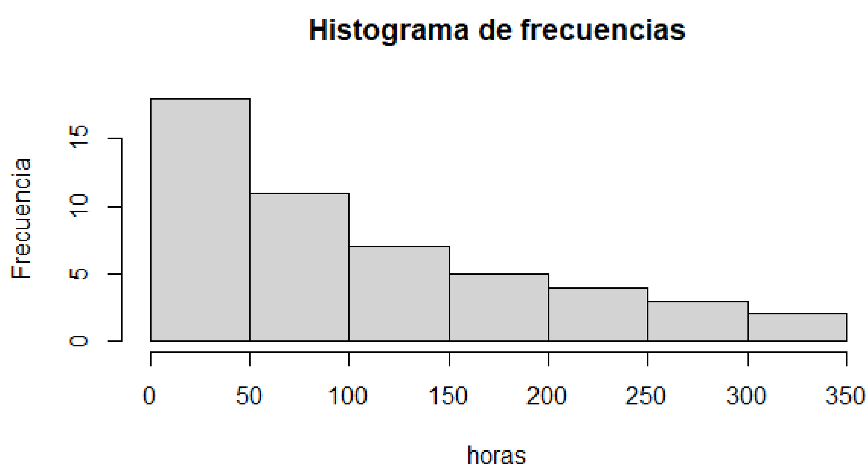
Solución

Este ejercicio **no** solicita calcular la probabilidad; sino el valor $x$ para el cuál, se logran vender **hasta** el 90 % de las ventas; es decir, ¿con qué valor de $x$ se obtiene que $F(x) = 0{,}90$?. Dado que la ecuación de estimación es

$$\hat{y} = -25{,}1708 + 3{,}0806x$$

donde $y = ln(-ln(1-F))$ y $x = e^{dato}$, realizando los cálculos correspondientes, se obtiene que $x = 4636$ (redondeando a cero decimales). Observe que, en realidad, este cálculo no necesariamente es el correcto, ya que de acuerdo a la teoría de la regresión lineal, se debe obtener el intervalo de estimación correspondiente; sin embargo y para ser una primera aproximación, es un valor relativamente bueno. Por otro lado, también permite indicar lo que se sabía previamente, la simulación es muy buena para el cálculo de probabilidad, mas no al revés; es decir, no es muy buena para, en base a la probabilidad, obtener su valor inverso correspondiente.

3. Realizando el histograma correspondiente a los datos




Por lo que, el supuesto es que los datos provienen de una distribución exponencial negativa (puesto que es continua, ya que la lámpara pudo haber tomado cualquier valor en el tiempo para explotar). Para ello, es necesario obtener su valor promedio, mismo que por definición se calcula como

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i f_i x$$

Si se calcula como $\frac{\sum x}{n}$ existe la posibilidad de obtener un valor incorrecto. Ya sea emplee R-Studio o realice el cálculo a mano, se obtuvo la siguiente tabla de frecuencias

| Punto medio | Inicio intervalo | Fin intervalo | F | fr |
|---|---|---|---|---|
| 28.67 | 1.44 | 55.9 | 19 | 0.38 |
| 83 | 56 | 110 | 12 | 0.24 |
| 137.005 | 110.01 | 164 | 6 | 0.12 |

Se indican solo los primeros valores a fin de que complete la información; obteniendo así como resultado que el promedio es igual a 106.66.

Solución

Se solicita calcular la probabilidad de que el la duración (en horas) sea mayor a 80, y si el resultado es superior a 60 %, entonces el lote se acepta, caso contrario, se rechaza. Para ello, simplemente modifique el código para cambiarlo de normal a exponencial. Se anexa código. Para éste ejercicio, se debe rechazar el lote, al no cumplir con lo requerido. **Observación** Se deja como ejercicio que verifique que con dicho valor, se acepta que los datos puedan ser asociados a la distribución exponencial. Al hacerlo, no afecta TEÓRICAMENTE la presencia de un dato mal capturado. La única forma para determinar si dicho valor afecta o no, es mediante un diagrama de caja y, de detectarse alguna observación inusual o atípico, entonces la información debe ser rechazada.

4. Se deja como ejercicio.