

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$p = -\frac{b}{2a}$$

$$q = -\frac{c}{a}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = a(x-p)^2 + q \quad T(p, q)$$

$$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

5. kontrolna naloga

2. A, 25. 5. 2022

$$\begin{matrix} i^0 & 1 \\ i^1 & i \\ i^2 & -1 \\ i^3 & -i \end{matrix}$$

Ime in priimek: Lira Jurkovič



dosežene točke	možne točke	odstotki	ocena
28	42	67	3

ČAS PISANJA: 45 minut

1. Dani sta kompleksni števili $u = 2 - i$ in $w = 1 + 5i$.

a) Izračunaj vrednost izraza $\frac{26}{w} + \bar{u} \cdot i^{6252} + |u + w| + (u - 1)^8$.

[6t] 6

$$\begin{aligned} u &= 2 - i \\ w &= 1 + 5i \\ \frac{26}{1+5i} + 2+i + |2-i+1+5i| + ((1-i)^2)^4 &= \\ = \frac{26(1-5i)}{1+25} + 2+i + \sqrt{3^2+4^2} + (-2i)^4 &= \\ = 1-5i + 2+i + 5 + 16 &= \\ = 24-4i \end{aligned}$$

16+5

$$(1-i)^8 = ((1-i)^2)^4$$

$$1-2i-1$$

b) Izračunaj kompleksni števili z , za kateri velja $u \cdot z + |z|^2 = 14 + 4i - i \operatorname{Re} z$. [6t] 2

$$\begin{aligned} z &= a + bi \\ u \cdot z + |z|^2 &= 14 + 4i - i \operatorname{Re} z \\ (2-i)(a+bi) + a^2 + b^2 &= 14 + 4i - ai \\ 2a + 2bi - ai + b + a^2 + b^2 &= 14 + 4i - ai \\ a^2 + b^2 + 2a + b - 14 + 2bi - 4i &= 0 \end{aligned}$$

✗

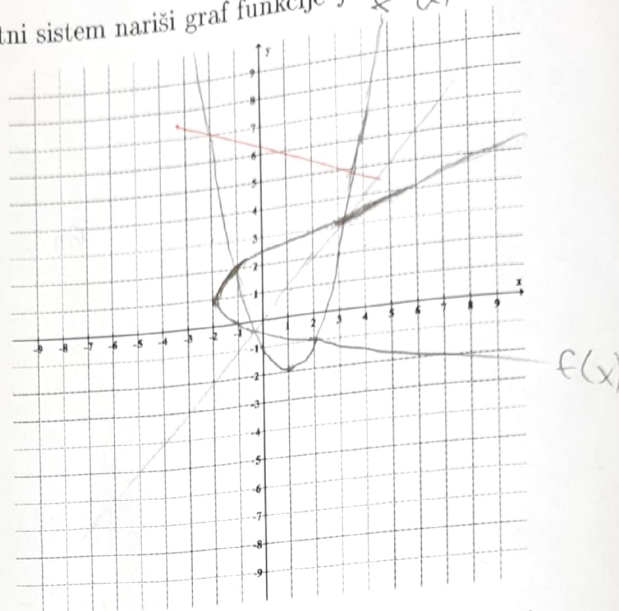
$$4b = 2b - 4$$

$$a^2 + b^2 + 2a + b = 14$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + 2a + b &= 14 \\ a(a+2) + b(b+1) &= 14 \end{aligned}$$

2. Dana je funkcija $f(x) = \sqrt{x+2} + 1$.

a) V dani koordinatni sistem nariši graf funkcije f . $f^{-1}(x)$



$$y = \sqrt{x+2} + 1$$

$$y-1 = \sqrt{x+2} \quad |()^2$$

$$y^2 - 2y + 1 = x + 2$$

$$x = y^2 - 2y - 1 \quad [3t] 0$$

$$x = ((y-1)^2 - 1) - 1$$

$$x = (y-1)^2 - 2$$

$$p=1 \quad q=-2$$

b) Graf funkcije g dobimo tako, da graf funkcije f najprej premaknemo za 3 enote navzdol, dobljeni graf nato premaknemo za 4 enote v desno in ga prezrcalimo čez abscisno os. Zapiši predpis funkcije g . [4t] 4

$$-(f(x-4)-3) =$$

$$= -(\sqrt{x-4+2} + 1 - 3) =$$

$$= -\sqrt{x-2} + 2$$

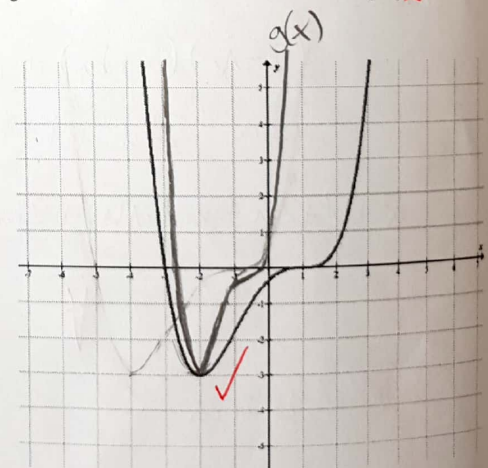
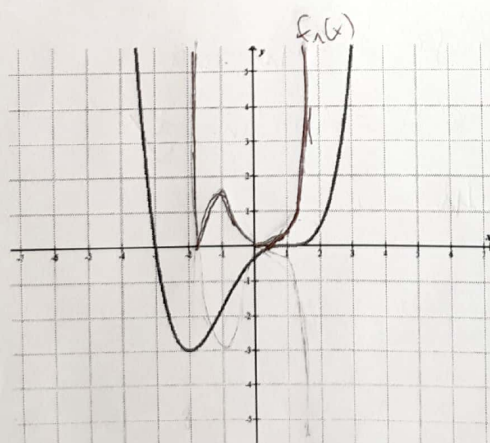
$$g(x) = -(f(x-4)-3) =$$

$$= -\sqrt{x-2} + 2$$

3. a) V spodnjem levem koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije f . V isti koordinatni sistem nariši še graf funkcije $f_1(x) = |\frac{1}{2}f(-2x)|$. [3t] 2

b) V spodnjem desnem koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $g(\frac{x}{2}-1)$. V isti koordinatni sistem nariši še graf funkcije g . [2t] 2

$2(f(x))$ - min. y
 $f(2x)$ - razp.
 $-f(x)$ - čez x
 $f(-x)$ - čez y



$$g(\frac{x}{2}-1)$$

$$g(\frac{1}{2}(x-2))$$

4. Dana je družina kvadratnih funkcij $f(x) = (2a+1)x^2 - (a+2)x + a+2$; $a \in \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$.

a) Izračunaj vrednosti parametra a , za katere je funkcija f negativna za vsako realno število x . [7t] 3

$$f(x) = (2a+1)x^2 - (a+2)x + a+2$$

$$a \in \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$$

$$\frac{(a+2)^2 - 4(2a+1)(a+2)}{4(2a+1)} = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$\frac{a^2 + 4a - 8a^2 - 16a - 4a - 8}{8a+4} = 0 \quad | \cdot 8a+4$$

$$-7a^2 - 16a - 8 = 0$$

$$7a^2 + 16a + 8 = 0$$

$$7(a^2 + \frac{16}{7}a + \frac{8}{7}) = 0$$

$$\frac{8}{7} \cdot 1 \quad \frac{16}{7} \cdot \frac{1}{2}$$

$$a' < 0$$

$$T(p, q)$$

$$q < 0 \quad \checkmark$$

$$q = -\frac{D}{4a^2} \quad D = b^2 - 4ac$$

b) Izračunaj vrednosti parametra a , za katere za ničli funkcije x_1 in x_2 velja $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 1$. [5t] 3

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 1$$

$$x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 1 \quad \checkmark$$

$$x_1 x_2 = \frac{a+2}{2a+1}$$

$$\cancel{x_1 + x_2 = -\frac{a+2}{2a+1}}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{a+2}{2a+1}$$

$$x_2 = \frac{a+2}{2a+1} - x_1$$

$$\frac{(a+2)^2}{(2a+1)^2} = 1 \quad \checkmark$$

$$\frac{(2a-1)^2}{(2a-1)^2}$$

$$(a+2)(2a-1) = 2a^2 - a + 4a - 2 = 2a^2 + 3a - 2$$

$$\frac{a^2 + 4a + 4}{4a^2 + 4a + 1} = 1$$

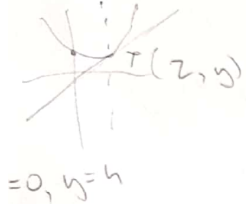
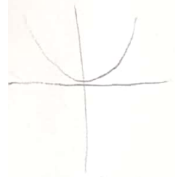
$$\frac{a+2 - x_1(2a+1)}{2a+1} = \frac{a+2 - 2ax_1 - x_1}{2a+1}$$

$$\cancel{(a+2)^2}$$

$$x_1^2 \cdot \left(\frac{a+2}{2a+1} - x_1\right) + x_1 \left(\frac{a+2}{2a+1} - x_1\right)^2 = 1$$

$$x_1(x_1)$$

5. Zapiši temensko obliko enačbe parabole, ki ima simetrijsko os z enačbo $x = 2$, teme parabole leži na premici z enačbo $y = \frac{1}{2}x + 2$ in parabola seka ordinatno os pri vrednosti 4. [6t] 6



$= 0, y = 4$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

~~xxxx~~

$$q = \frac{1}{2} \cdot 2 + 2 = 3$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a(x-p)^2 + q$$

$$y = a(x-2)^2 + 3$$

$$y = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 3$$

$$4 = a(0-2)^2 + 3$$

$$4 = 4a + 3$$

$$4a = 1$$

$$a = \frac{1}{4}$$

DODATNA NALOGA:

Za katere $x \in \mathbb{Z}$ je vrednost izraza $x^2 + 5x - 4$ enaka kvadratu naravnega števila? Rešitev naj bo utemeljena. [3t]