

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 000

Genetski algoritmi inspirirani kvantnom mehanikom

Juraj Fulir

Zagreb, svibanj 2017.

*Umjesto ove stranice umetnite izvornik Vašeg rada.
Da bi ste uklonili ovu stranicu obrišite naredbu \izvornik.*

SADRŽAJ

1. Uvod	1
1.1. Povijest kvantnih algoritama i procesora	1
1.1.1. Algoritmi	1
1.1.2. Računala	1
1.2. Trenutno stanje u svijetu	1
2. Kvantni bit (qbit)	2
2.1. Princip rada	2
2.1.1. Blochova shema	3
2.1.2. Aproksimacija kvantnog stanja	4
2.2. Kvantni registar	5
3. Genetski algoritam inspiriran kvantnom mehanikom	6
3.1. Klasični genetski algoritam (CGA)	6
3.1.1. Djelovi	6
3.1.2. Pseudokod	6
3.2. Genetski algoritam inspiriran kvantnom mehanikom	7
3.2.1. Djelovi	7
3.2.2. Pseudokod	7
3.2.3. Rad algoritma	7
3.2.4. Implementacijski detalji	7
4. Primjena	8
4.1. Traženje globalnog minimuma funkcije (FunctionMin)	8
4.1.1. Opis problema	8
4.1.2. Rezultat	8
4.2. Knapsack problem	8
4.2.1. Opis problema	8

4.2.2. Rezultat	9
4.3. Regresija neuronske mreže	9
4.3.1. Opis problema	9
4.3.2. Rezultat	9
4.4. COCO	9
4.4.1. Opis problema	9
4.4.2. Rezultat	9
5. Moguća nadogradnja	10
5.1. Paralelizacija	10
5.2. Podržavanje više-genotipskih jedinki	10
6. Zaključak	11

1. Uvod

Svijet koji svakodnevno iskušavamo djeluje nam deterministički. Dugo vremena fizičari su mislili jednako, sve do početka 19. stoljeća kada su u središte pažnje svijeta fizike došli do tada neobjašnjivi fenomeni. Primjenom qBita, teoretski je moguće ostvariti značajna ubrzanja nekih NP problema kvantnim algoritama (Shor-ov algoritam faktORIZACIJE cijelih brojeva, Grover-ov algoritam pretrage nesortiranih polja, ...). Jedan primjer primjene qBita je kvantni registar kao spremnik podataka, kojim se opisuje značaj superpozicije:

Pomoću 1 klasičnog registra veličine n bitova moguće je pohraniti 1 od mogućih 2^n vrijednosti.

Pomoću 1 kvantnog registra veličine n qBita moguće je pohraniti 2^n od mogućih 2^n vrijednosti, odnosno sve vrijednosti od jednom.

1.1. Povijest kvantnih algoritama i procesora

1.1.1. Algoritmi

1.1.2. Računala

1.2. Trenutno stanje u svijetu

Računala (IBM)

2. Kvantni bit (qbit)

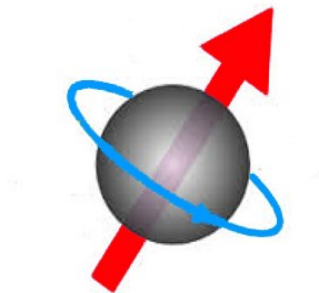
Kvantni bit je najmanja jedinica podatka u kvantnim računalima. Fizički je to zapravo sićušna čestica sa svojstvom superpozicije, jedne od temeljnih fizikalnih pojava u "kvantnom svijetu" čiju ćemo primjenu objasniti u nastavku.

2.1. Princip rada

Klasični bit pronalazimo u jednom od dva klasična stanja. Jednom postavljeno stanje se pamti i uvijek ga u njemu možemo pronaći. Njima gradimo binarni brojevni sustav pomoću kojeg zapisujemo podatke na računalu.

Kvantni bit ne pamti jedno klasično stanje već se on istovremeno nalazi u više različitih klasičnih stanja. To se svojstvo naziva superpozicija. Fizički gledano kvantni bit je čestica kojoj je pridružen kvantizirani spin. Spin je kvantizirana inačica kutne količine gibanja rotirajućeg tijela.

Kvantno stanje jednog qubita opisano je vektorom njegovog spina. Kvantno stanje opisuje vjerojatnost pronalaženja qbita u svakom od klasičnih stanja. Konkretno stanje dobivamo mjerenjem qbita kojim se uništava njegovo svojstvo superpozicije te dobivamo česticu u jednom stanju koju možemo koristiti poput klasičnog bita.

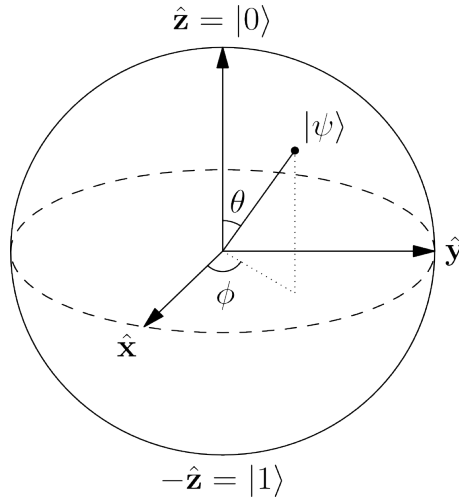


Slika 2.1: Vjerojatnost pronalaženja qbita u određenom stanju opisana je njegovim kvantnim stanjem (spinom).

Sustavi s kvantnim bitovima mogu biti definirani za proizvoljan brojevni sustav, no kako su današnja računala bazirana na binarnom brojevnom sustavu zanima nas definicija qbita s 2 stanja.

2.1.1. Blochova shema

Stanje qbita prikazujemo Blochovom shemom. Jedno kvantno stanje prikazujemo kao vektor iz središta sfere na njezinu površinu. Stanja u kojima možemo pronaći qbit prikazujemo polovima sfere koje definiramo sjecištima sfere i z-osi.



Slika 2.2: Blochova sfera

Na slici vidimo jedno kvantno stanje opisano vektorom. Matematički ga možemo opisati kao linearnu kombinaciju dvaju klasičnih stanja:

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \quad (2.1)$$

Iz Blochove sfere popunjavamo konstante iz (2.1):

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle \\ &= \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + (\cos(\phi) + i \sin(\phi)) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle \end{aligned} \quad (2.2)$$

Vrijednosti α i β predstavljaju vjerojatnosne amplitude pronalaženja qbita u stanju $|0\rangle$ i $|1\rangle$ respektivno, za koje vrijedi

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (2.3)$$

Iz vjerojatnosnih amplituda računamo vjerojatnosti pronalaženja qbita u svakom od stanja:

$$\begin{aligned}\Pr\{|0\rangle\} &= |\alpha|^2 = \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ \Pr\{|1\rangle\} &= |\beta|^2 = \sin^2 \frac{\theta}{2}\end{aligned}\tag{2.4}$$

Kvantno stanje kraće možemo napisati u obliku vektora:

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

2.1.2. Aproksimacija kvantnog stanja

Kvantno stanje prikazano na Blochovoj sferi opisano je u 3 dimenzije. Kako su operacije nad 3 dimenzije računski zahtjevne želimo pojednostaviti model kvantnog stanja. Ako pogledamo kvantno stanje opisano formulom (2.2) vidimo da α ovisi samo o kutu θ . Kombinacijom formula (2.2) i (2.3) zaključujemo kako β ovisi isključivo o α :

$$\alpha = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

$$|\beta|^2 = 1 - |\alpha|^2 = 1 - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Zaključujemo da je kut ϕ suvišan. To možemo vidjeti i na samoj Blochovoj sferi. Za fiksni kut θ mijenjanjem kuta ϕ rotiramo vektor oko z-osi i ne približavamo se niti jednom polu sfere.

Dobivamo sljedeću reprezentaciju kvantnog stanja qbita:

SLIKA 2D

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle\tag{2.5}$$

2.2. Kvantni registar

Kvantni registar, poput klasičnog registra, pohranjuje niz qbita te omogućuje ne-destruktivno čitanje i zapisivanje istih.

$$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & \cdots & q_i & \cdots & q_n \end{bmatrix}$$

Simulacija kvantnog registra je klasični registar koji pohranjuje vjerojatnosti qbita:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \cdots & \alpha_i & \cdots & \alpha_n \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \cdots & \beta_i & \cdots & \beta_n \end{bmatrix}$$

Nadalje možemo dodatno pojednostaviti, u klasični registar pohranjujemo samo kuteve qbita:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \cdots & \theta_i & \cdots & \theta_n \end{bmatrix}$$

3. Genetski algoritam inspiriran kvantnom mehanikom

3.1. Klasični genetski algoritam (CGA)

3.1.1. Djelovi

Klasični genetski algoritam zahtjeva nekoliko osnovnih dijelova:

- Genotip
- Operator križanja
- Operator mutacije
- Evaluator

3.1.2. Pseudokod

U ovom primjeru gledamo pseudokod turnirskog algoritma s konstantnom veličinom populacije (SteadyStateTournament).

Algorithm 1 Klasični genetski algoritam (CGA)

```
p = InicijalizirajPopulaciju()
EvaluirajPopulaciju(p)
best = DohvatiNajboljeg(p)
while best.fitness.isWorseThan(expectedFitness) do

    end while
return best
```

3.2. Genetski algoritam inspiriran kvantnom mehanikom

3.2.1. Djelovi

Genetski algoritam inspiriran kvantnom mehanikom uz svoje specifične operatore sadrži i dijelove slične onima iz CGA:

- Kvantni genotip (kvantni registar)
- Kvantni operator križanja
- Kvantni operator mutacije
- Operator kvantnih rotacijskih vrata
- Evaluator

3.2.2. Pseudokod

3.2.3. Rad algoritma

3.2.4. Implementacijski detalji

4. Primjena

4.1. Traženje globalnog minimuma funkcije (Function-Min)

4.1.1. Opis problema

Zadane su netricijalne funkcije u 3 dimenzije kojima je potrebno pronaći točku minimuma. Zadane funkcije:

- Kvadratna
- Schaffer-ova F6 funkcija
- Griewangk
- Ackley
- Rastrigin
- Rosenbrock
- Schaffer-ova F6 funkcija

4.1.2. Rezultat

4.2. Knapsack problem

4.2.1. Opis problema

Zadana je nosivost torbe (knapsack) i popis stvari i njima pripadnih težina. Potrebno je pronaći najbolju kombinaciju stvari uz uvjet da je zadovoljena nosivost torbe.

4.2.2. Rezultat

4.3. Regresija neuronske mreže

4.3.1. Opis problema

Za zadane ulaz/izlaz podatke potrebno je pronaći težine veza neuronske mreže (učenje neuronske mreže).

4.3.2. Rezultat

4.4. COCO

4.4.1. Opis problema

Usporedba s ostalim optimizacijskim algoritmima

4.4.2. Rezultat

5. Moguća nadogradnja

5.1. Paralelizacija

Stvaranjem više nezavisnih populacija jedinki te povremenom razmjenom najboljih jedinki između populacija poboljšava se rad algoritma.

5.2. Podržavanje više-genotipskih jedinki

Trenutno je ostvarena podrška jedinki s jednim genotipom. Podršku više genotipa moguće je ostvariti izmjenom 'prilagodnika' unutar algoritma te prikladnim zastavicama za odabir genotipa koji će poprimati vrijednosti kvantnog registra.

6. Zaključak

Zaključak.

Genetski algoritmi inspirirani kvantnom mehanikom

Sažetak

Cilj rada je objasniti koncept pohrane i manipulacije podacima na kvantnim računalima, mogućnost primjene na genetske algoritme na klasičnim računalima te proširenje ECF-a dotičnim algoritmom. Algoritam je primjenjen na 3 različita problema (traženje minimuma, knapsack, regresija neuronske mreže). Rezultati ukazuju na ...

Ključne riječi: genetski algoritam, kvantna mehanika, qbit, knapsack, neuronska mreža.

Genetic algorithm inspired by quantum mechanics

Abstract

ENGLISH.

Keywords: genetic algorithm, quantum mechanics, qbit, knapsack, neural network.