

שדות וגלים – תרגיל סימולציה 1

בתרגיל זה נשתמש בשפת Python כדי להציג בצורה ויזואלית את השדות המתקבלים מבעיות שונות הנלמדות בקורס. כל השאלות כאן מתעסקות בבעיות דו-ממדיות בלבד!

יש להגיש את העבודה בפורמט PDF, כאשר יופיעו בו ביטויים מתמטיים, הקוד אותו תכתבו והתוצאות. העבודה תיעשה **בזוגות** ותאריך ההגשה יהיה עד ה-14.5.2021

חלק א – הכנה

בשלב הראשון נרצה שתתמצאו בגרף ה Quiver שנמצא בספריית matplotlib של Python.

כאשר A מייצגת את הספרה השלישית בת"ז של בן הזוג הראשון ו-B את השלישית של בן הזוג השני, הניחו שדה חשמלי במרחב:

$$\vec{E}(x, y) = \begin{cases} (A+B)\hat{y} & \text{if } A+B \text{ is even} \\ \frac{ABx}{x^2+y^2}\hat{x} + \frac{AB y}{x^2+y^2}\hat{y} & \text{if } A+B \text{ is odd} \end{cases}$$

א. כתבו בקובץ PDF אותו תגישו את הביטוי המתאים לפי ת"ז בני הזוג בפרויקט (ציינו יחידות).

ב. קראו בחומרי העזר או באינטרנט על matplotlib ועל quiver וממשו בעזרתו את תרשים חיצו השדה החשמלי במרחב. העתיקו את הקוד שכתבתם לקובץ ההגשה שלכם.

שימו לב! מה תחזירו במידה וקיבלתם את הנקודה (0, 0) כקלט? נמקו את בחירתכם.

ג. צרפו צילום מסך של התרשים לקובץ ההגשה והסבירו את התוצאה – מה יגרום לשדה כזה?

כעת בוטל השדה החשמלי מהסעיפים הקודמים והניחו מטען נקודתי $q = AB \text{ nC}$ בראשית הצירים.

ד. כתבו את הביטוי לשדה החשמלי במרחב.

ה. כתבו פונקציה בשפת Python, אשר מקבלת קואורדינטות במרחב ומחזירה את וקטור השדה החשמלי באותה הנקודה (ניתן להחזיר tuple, list או כל טיפוס שיענה על הדרישות, לבחירתכם)

שימו לב! מה תחזירו במידה וקיבלתם את הנקודה (0, 0) כקלט? נמקו את בחירתכם.

ו. כעת השתמשו בגרף ה Quiver על מנת להשיג את השדה. צרפו את הקוד שלכם לקובץ.

ז. הוסיפו על הגרף שיצא את קווי הפוטנציאל (מצאו כיצד לעשות זאת) וצרפו את התוצאה לקובץ.

ח. כעת מזיזים את המטען לנקודה $x = A, y = B$. חזרו על סעיפים ד'-ז'.

חלק ב – דיפול

בשאלה זו, אם $A+B$ שלכם זוגי יהיה לכם דיפול ואם $A+B$ אי-זוגי יהיה לכם קוואדרופול.

בשני המצבים מתקיים $q = AB nC$ ו- $d = 2\mu m$. והם ממוקמים סביב הראשית.

א. כתבו את הביטוי לשדה החשמלי במרחב ושרטטו (בכתב יד או במחשב) את המערכת עם ציון הערכים על גבי מערכת צירים מתאימה.

ב. כתבו פונקציה בשפת Python, אשר מקבלת קואורדינטות במרחב ומחזירה את וקטור השדה החשמלי באותה הנקודה (ניתן להחזיר tuple, list או כל טיפוס שיענה על הדרישות, לבחירתכם)

שימו לב! מה תחזירו במידה וקיבלתם את הנקודה שבה אחד המטענים? נמקו את בחירתכם.

ג. כעת השתמשו בגרף ה Quiver על מנת להשיג את השדה. צרפו את הקוד שלכם לקובץ.

ד. צרפו צילום מסך של הגרף לקובץ ההגשה.

ה. הוסיפו על הגרף שיצא את קווי הפוטנציאל וצרפו את התוצאה לקובץ ההגשה.

ו. הציגו את הפיתוח לפוטנציאל של דיפול (או קוואדרופול) כתלות במרחק.

ז. כתבו פונקציה בקוד שלכם, אשר מקבלת מרחק מהראשית, ומחזירה את הפוטנציאל החשמלי במרחק זה, בכיוון **משיק** לכיוון הדיפול.

ח. כתבו פונקציה דומה לזו שכתבתם בסעיף ז' אך עבור מטען נקודתי יחיד בראשית.

ט. בעזרת matplotlib הציגו את שתי הפונקציות מסעיפים ז', ח' על אותו גרף (פוטנציאל כתלות במרחק מהראשית). צרפו את התוצאה לקובץ ההגשה.

י. הסבירו את התוצאה בסעיף ט', על פי הנלמד בכיתה.

חלק ג – מטעני דמות

בשאלה זו, אם $A+B$ שלכם אי-זוגי יהיה לכם מטען נקודתי בגודל q ונקודה $(d, 0)$, ולוח מוליך אינסופי מוארק במישור yz אשר חותך את הראשית.

אם $A+B$ שלכם זוגי יהיה לכם מטען נקודתי בגודל q ונקודה (d, d) , ושני לוחות מוליכים חצי-אינסופיים מוארקים, אחד במישור yz אשר חותך את הראשית וממשיך ממנה לאינסוף בכיוון y והשני במישור xz אשר חותך את הראשית וממשיך ממנה לאינסוף בכיוון x .

בשני המצבים מתקיים $q = AB nC$ ו- $d = 2\mu m$. והם ממוקמים סביב הראשית.

א. שרטטו (בכתב יד או במחשב) את המערכת עם ציון הערכים על גבי מערכת צירים מתאימה.

ב. פתרו את הבעיה בשיטת מטעני הדמות. הציגו את הפתרון ואת ביטוי לשדה החשמלי בחצי המרחב שבו נמצא המטען הנקודתי.

ג. כתבו קוד פייתון (השתמשו ב Quiver) אשר מציג את קווי השדה של פתרון מטעני הדמות שמצאתם.

ד. צרפו את הקוד שלכם וצילום מסך של הגרף שיצא.

כעת נרצה למצוא את צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך, נתעניין בלוח האנכי בנקודות $(0, y)$:

ה. כתבו פונקציה פייתון אשר מקבלת קואורדינטה y ומחזירה את צפיפות המטען בנקודה $(0, y)$ שעל הלוח. ניתן לפתח ביטוי אנליטי לצפיפות המטען המשטחית הרצויה ופשוט לממש את הביטוי בקוד – יש כמובן לצרף את הדרך לפתרון ואת הקוד. דרך נוספת (לבחירתכם) היא כתיבת הפונקציה כך שתבצע סימולציה של מעטפת גאוסית קטנה סביב הנקודה הנתונה ושימוש בחוק גאוס כדי לחשב את צפיפות המטען בה, במקרה זה תצטרכו להסביר את הרעיון ואת ההנחות שלכם בקובץ ההגשה (וכמובן לצרף גם את הקוד).
שימו לב: אלו שעבורם $A+B$ יוצא זוגי צריכים להראות את צפיפות המטען על הלוח רק עבור $y \geq 0$ מכיוון שבצד השלילי של ציר ה- y אין שום מוליך שם.

ו. השתמשו ב matplotlib ובנו גרף צפיפות מטען כתלות במיקום על ציר ה- y בנקודות $(0, y)$. צרפו את הקוד ואת הגרף לקובץ ההגשה. **שימו לב:** עבור אלו שעבורם $A+B$ יוצא זוגי הפתרון הוא רק עבור $y \geq 0$. לאלו שעבורם $A+B$ יוצא אי-זוגי יש לכלול קטעים מעל הראשית ותחת תמונה של הגרף.

ז. הסבירו את ההיגיון מאחורי התוצאה שיצאה, התייחסו לחוקי מקסוול, תנאי שפה, קווי שדה.

בהצלחה!