第2章 电路的基本分析方法

2.1 二端网络与等效
2.2 电阻的等效变换
2.3 实际电源的模型及其等效变换
2.4 支路电流法
2.5 回路电流法
2.6 节点电压法

{end}

重点:

1. 等效的概念
2. 两种实际电源模型的等效变换
3. 电路基本分析方法

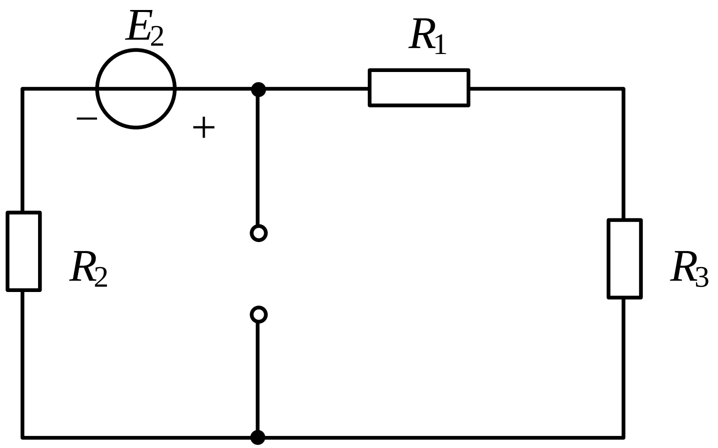
   支路电流法

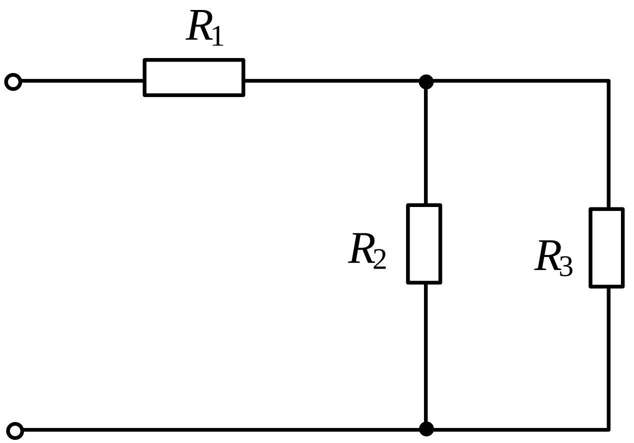
   回路电流法

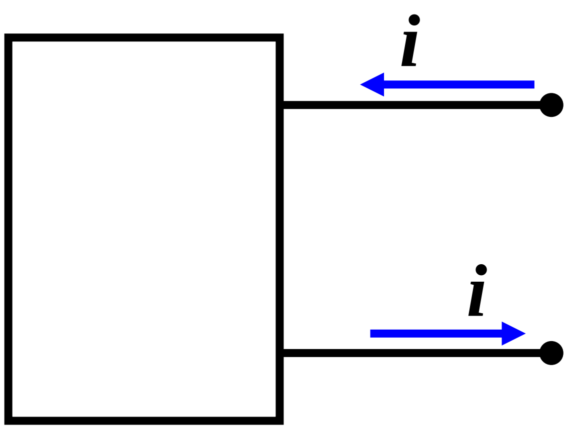
   结点电压法

2.1 电阻电路的等效变换

二端（单口）网络　具有两个端子与外部相连的电路。



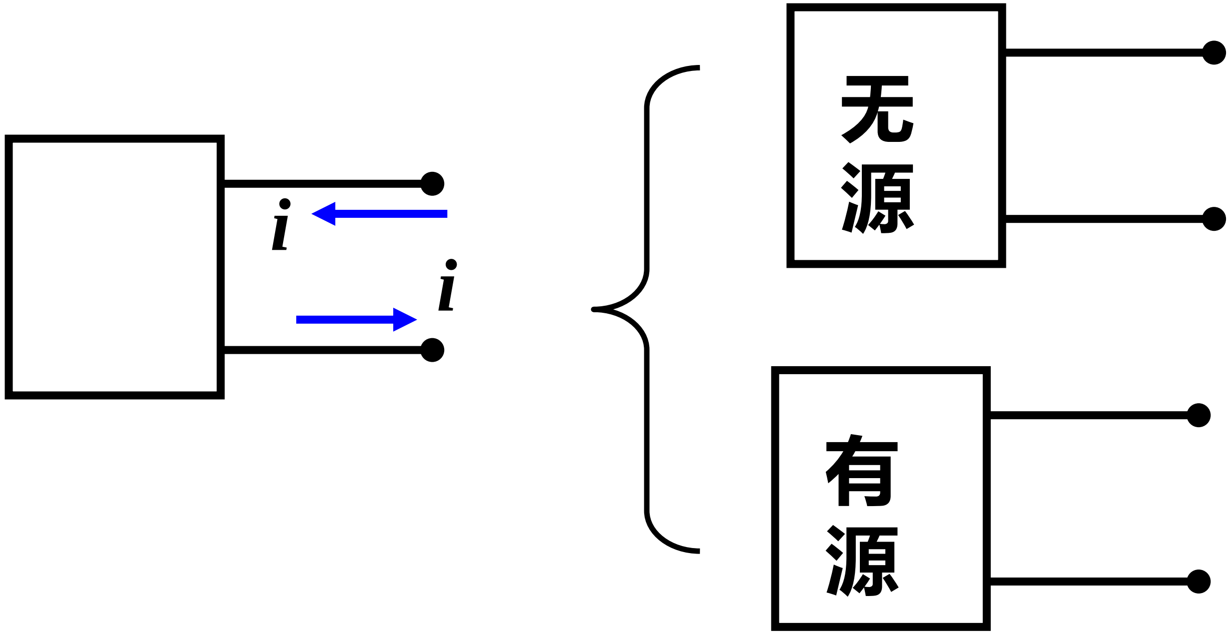


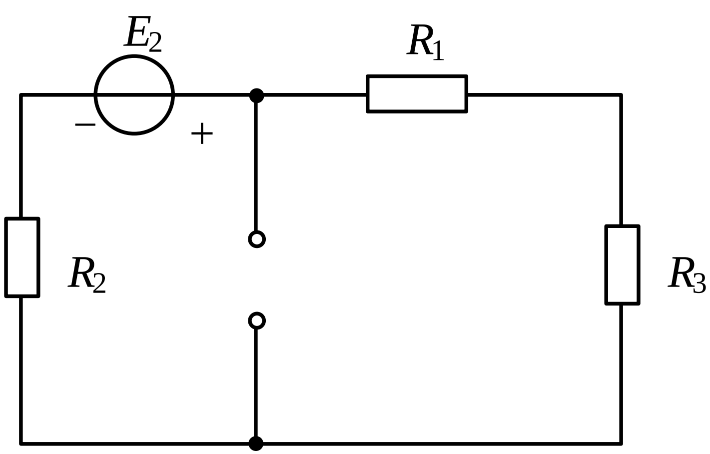


特点：从一个端子流入的电流

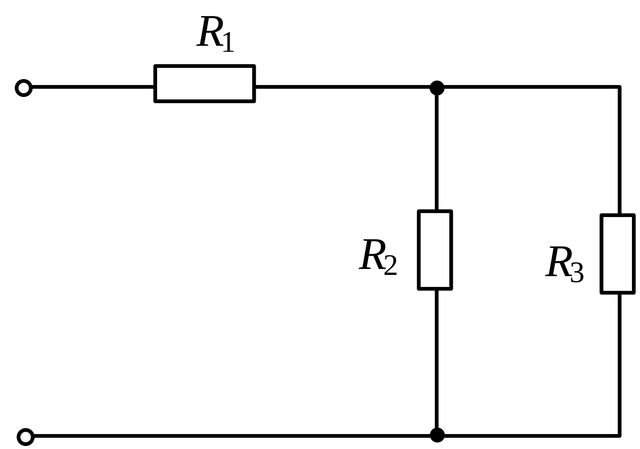
等于从另一端子流出的电流.

返回　BACK　NEXT





有源二端网络

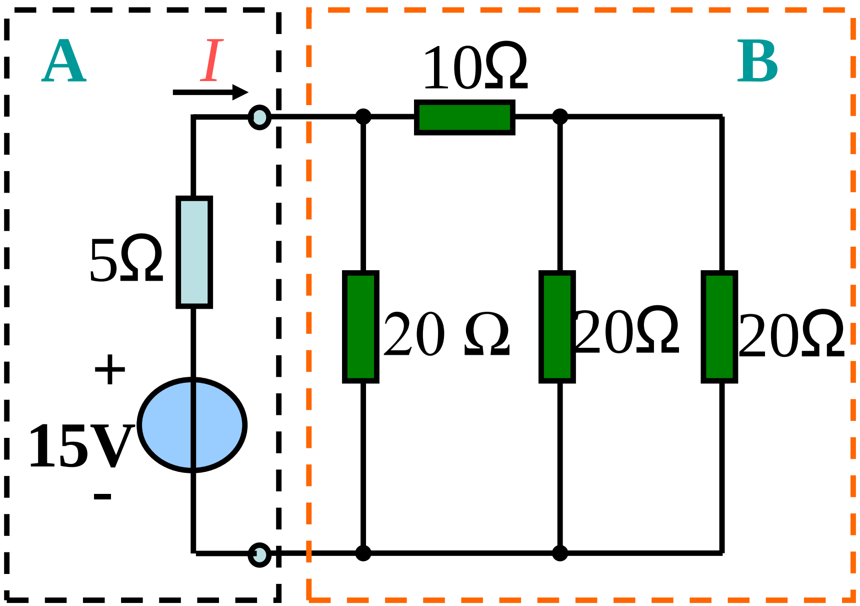


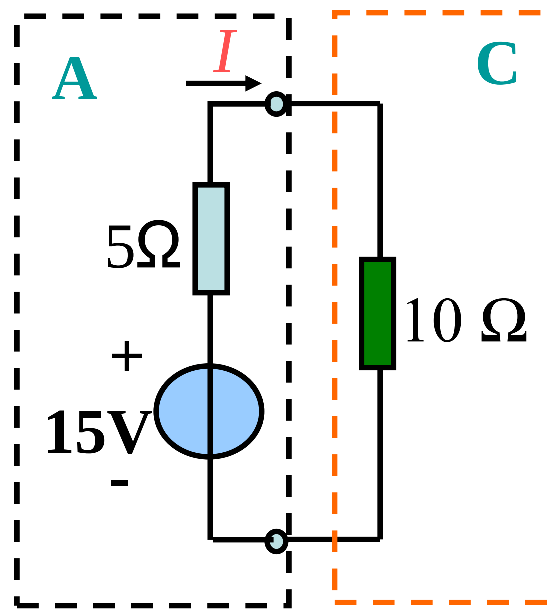
无源二端网络

返回
BACK
NEXT

◆ 等效的概念

1.问题的提出



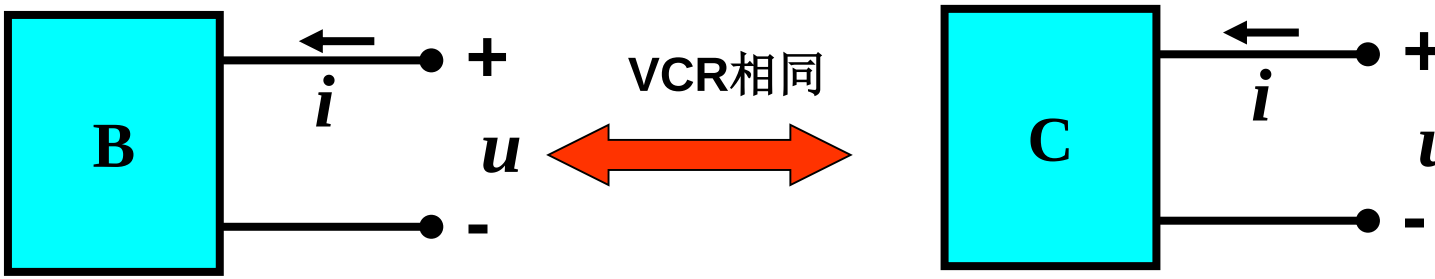


用C替代B后，A电路的任何电压、电流和功率都将维持与原电路相同，则对A而言，C与B等效。

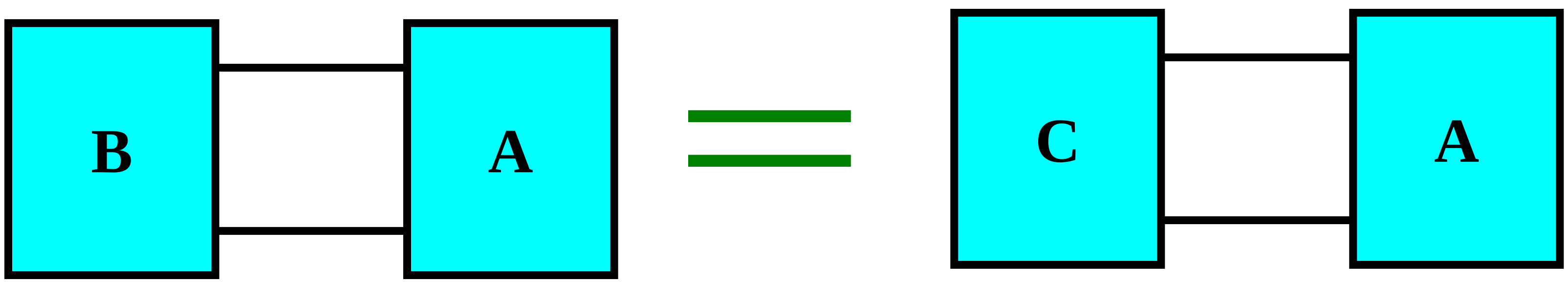
返回 BACK NEXT

2.二端网络等效的条件

两个二端网络，若端口具有相同的电压、电流关系（VCR），则称它们对外等效。



对A电路而言，B和C所起的作用完全相同。



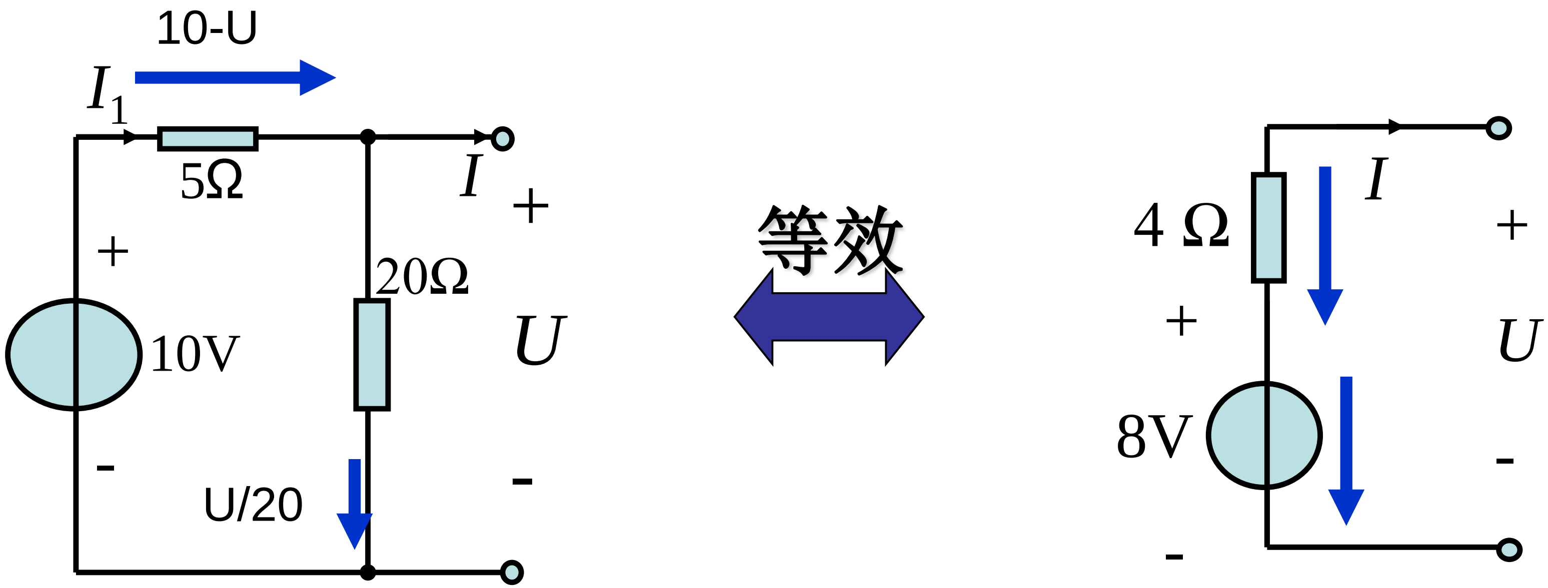
明确

（1）电路等效变换的条件 → **两电路具有相同的VCR**

（2）电路等效变换的对象 → **外电路**

（3）电路等效变换的目的 → **简化电路，方便计算**

返回 BACK NEXT



U=8-4I

根据KCL得：

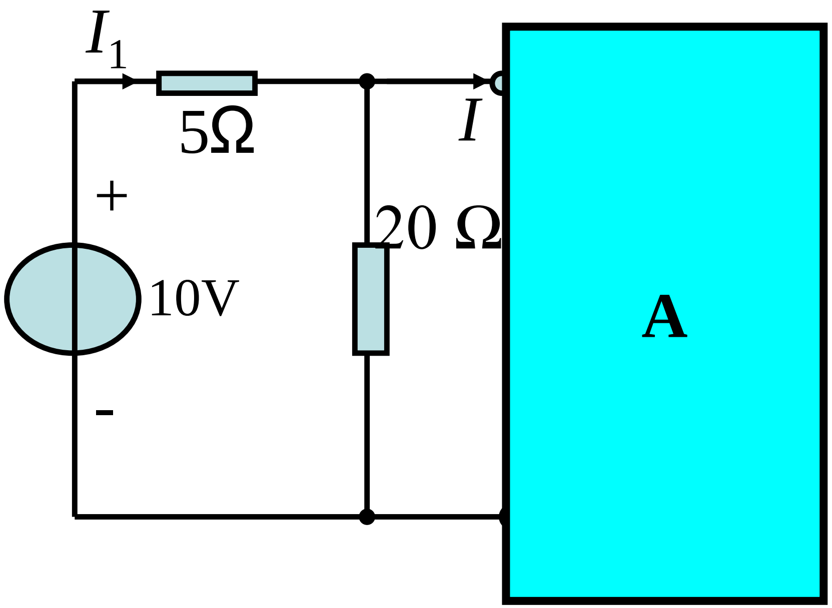
$$I = I_1 - \frac{U}{20} = \frac{10-U}{5} - \frac{U}{20} = 2 - \frac{U}{4}$$

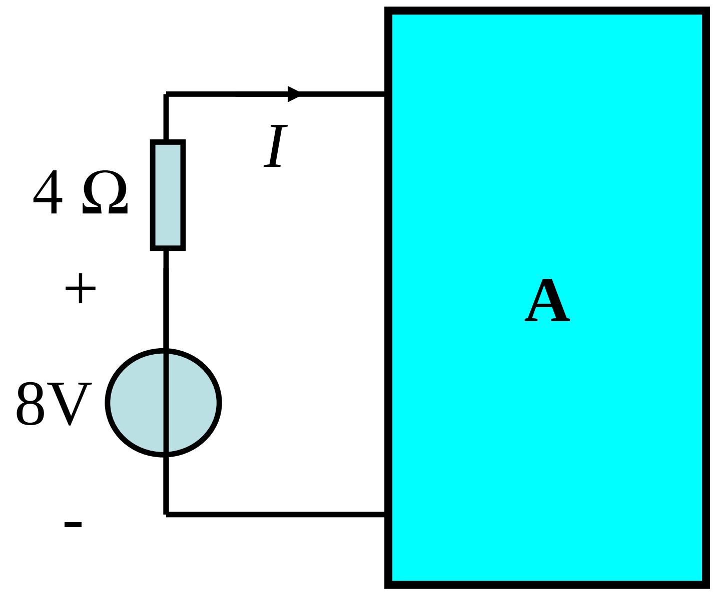
$$I_1 = \frac{10-U}{5}$$

可求得VCR为：

U=8-4I

返回 BACK NEXT



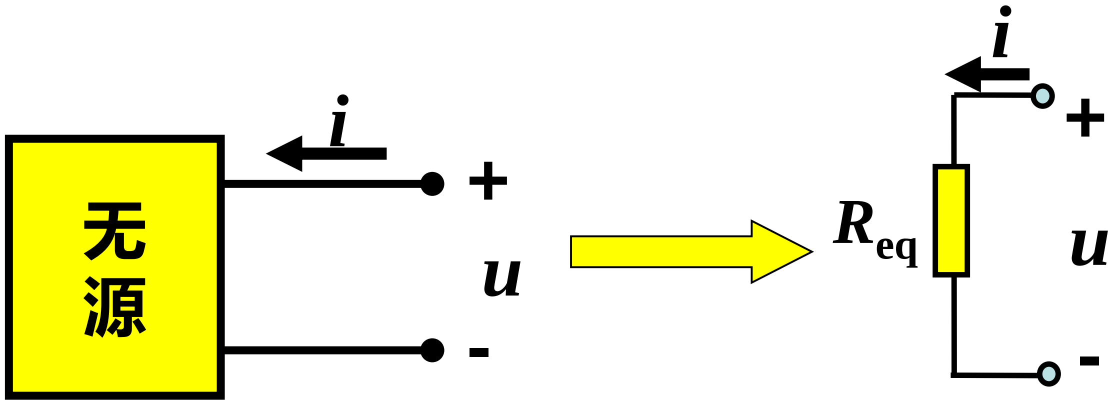


A电路的任何电压、电流和功率都将保持不变。

等效是对外电路A而言，对内并不等效！

返回 BACK NEXT

无源单口网络的等效



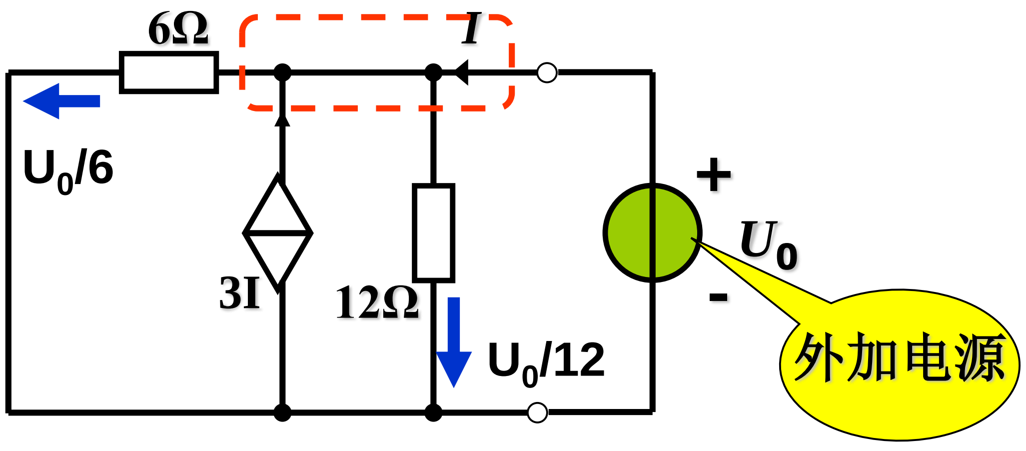
$$R_{eq} = \frac{u}{i}$$

2. 计算方法

（1）如果内部仅含电阻，则应用电阻的串、 并联和 Δ—Y变换等方法求它的等效电阻；

（2）对含有受控源和电阻的单口网络，用外加电源法。即在端口加电压源u，求得电流i，得其比值。

例：求图示无源单口网络的等效电阻。



则 $R_{eq}=\dfrac{U_0}{I}$

解：由KCL得：

$$3I+I=\frac{U_0}{6}+\frac{U_0}{12}\quad\Rightarrow U_0=16I$$

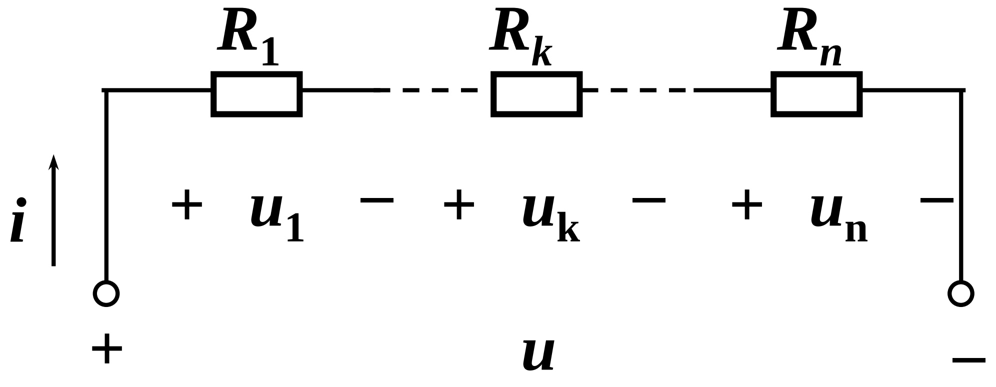
$$\therefore R_{eq}=\frac{U_0}{I}=16\Omega$$

返回 BACK NEXT

2.2 电阻的等效变换

电阻的串联

1. 电路特点:



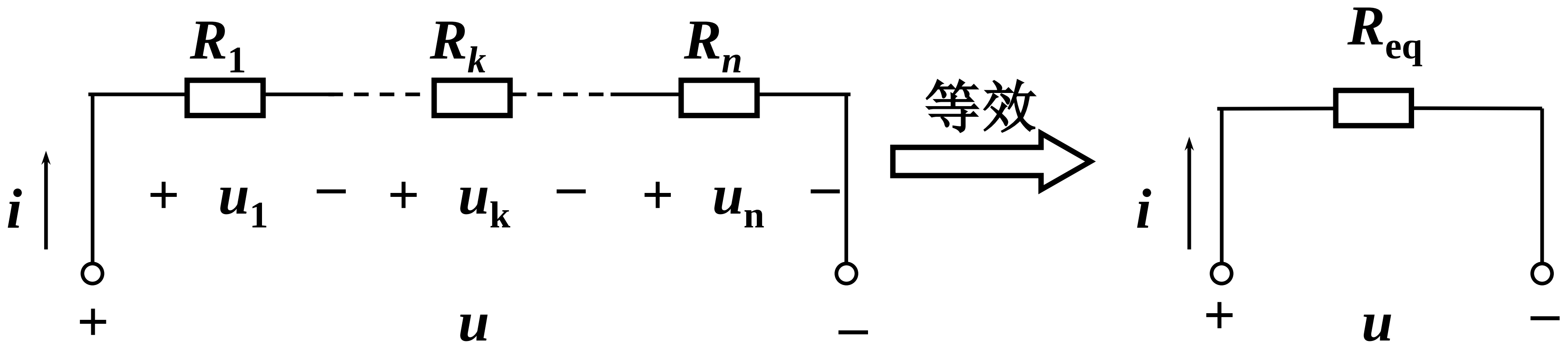
(a) 各电阻顺序连接，流过同一电流 (KCL);

(b) 总电压等于各串联电阻的电压之和 (KVL)。

$$u = u_1 + u_2 + \ldots + u_k + \ldots + u_n$$

返回 BACK NEXT

2. 等效电阻R_{eq}



左图： $u= u_1+ u_2 +\ldots+u_k+\ldots+u_n = (R_1+ R_2 +\ldots+R_k+\ldots+ R_n)\, i$

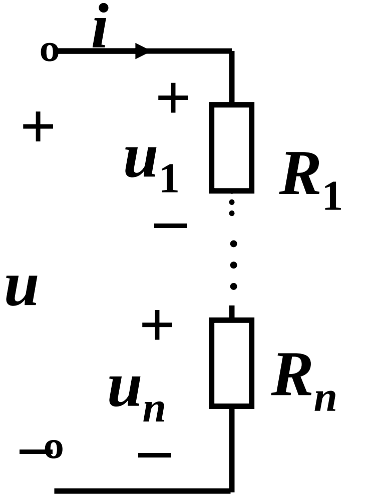
右图： $u= R_{eq} i$

$$\therefore\ R_{eq}= R_1+ R_2 +\ldots+R_n =\sum R_k$$

结论： **串联**电路的**总电阻**等于各**分电阻之和。**

返回 BACK NEXT

3. 串联电阻上电压的分配

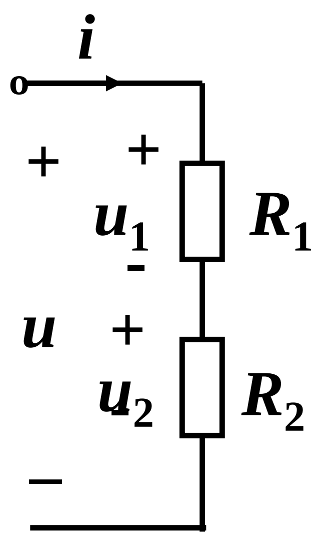


由 $$\frac{u_k}{u}=\frac{R_k i}{R_{\mathrm{eq}} i}=\frac{R_k}{R_{\mathrm{eq}}}=\frac{R_k}{\sum R_j}$$

故有 $$u_k=\frac{R_k}{\sum R_j}u$$

即 电压与电阻成正比

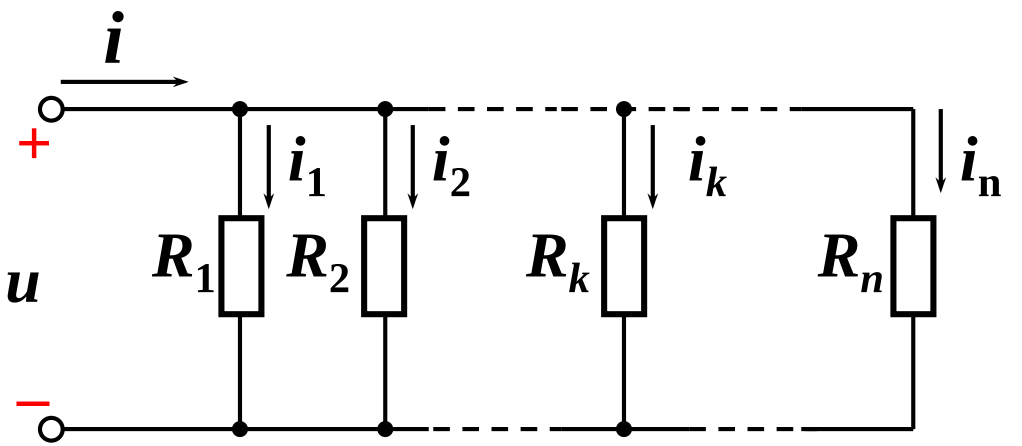
两个电阻的串联分压



$$u_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}u$$

$$u_2=\frac{R_2}{R_1+R_2}u$$

电阻的并联



1. 电路特点:

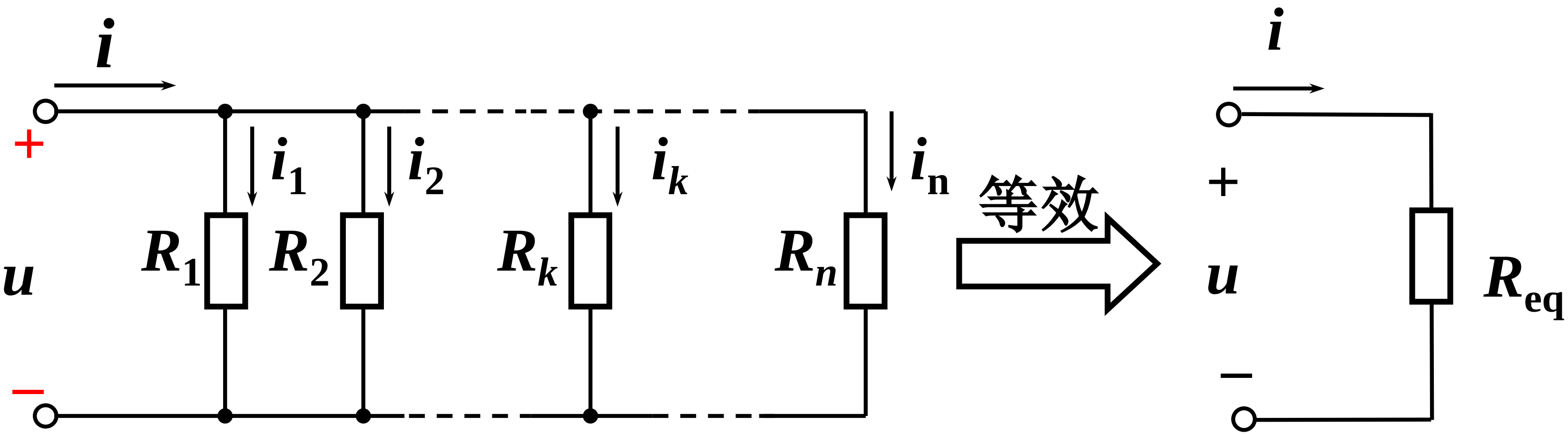
(a) 各电阻两端分别接在一起，两端为同一电压(KVL)；

(b) 总电流等于流过各并联电阻的电流之和 (KCL)。

$$i = i_1 + i_2 + \ldots + i_k + \ldots + i_n$$

返回 BACK NEXT

2. 等效电阻R_{eq}



左图: $i = i_1 + i_2 + \ldots + i_k + i_n$

$$=u/R_1 + u/R_2 + \ldots + u/R_n = u(1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n)$$

右图: $i = u / R_{eq}$

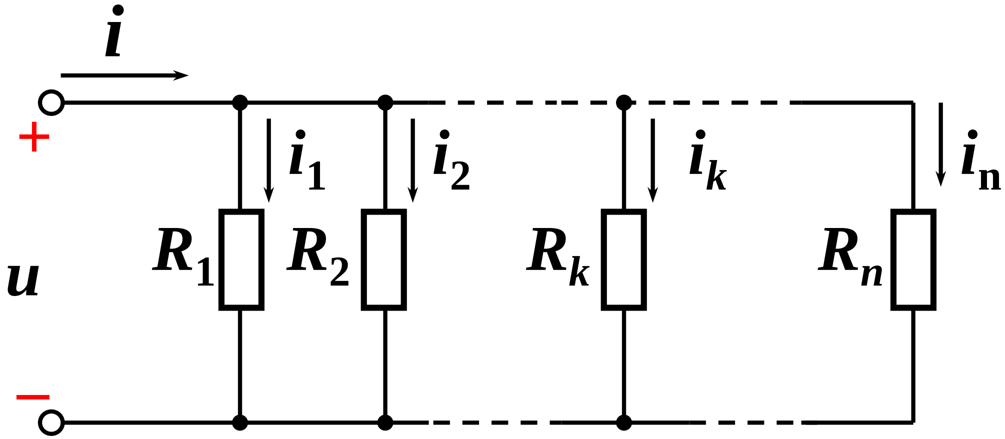
可得: $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n$

即 $G_{eq} = G_1 + G_2 + \ldots + G_k + \ldots + G_n = \sum G_k$

结论：并联电路的总电导等于各分电导之和。

返回 BACK NEXT

3. 并联电阻的电流分配

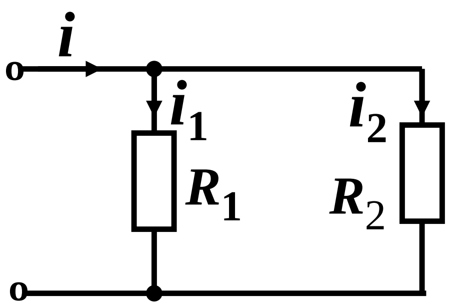


由 $$\frac{i_k}{i}=\frac{u/R_k}{u/R_{eq}}=\frac{G_k}{G_{eq}}$$

知 $$i_k=\frac{G_k}{\sum G_j}i$$

即 电流分配与电导成正比

两电阻的并联



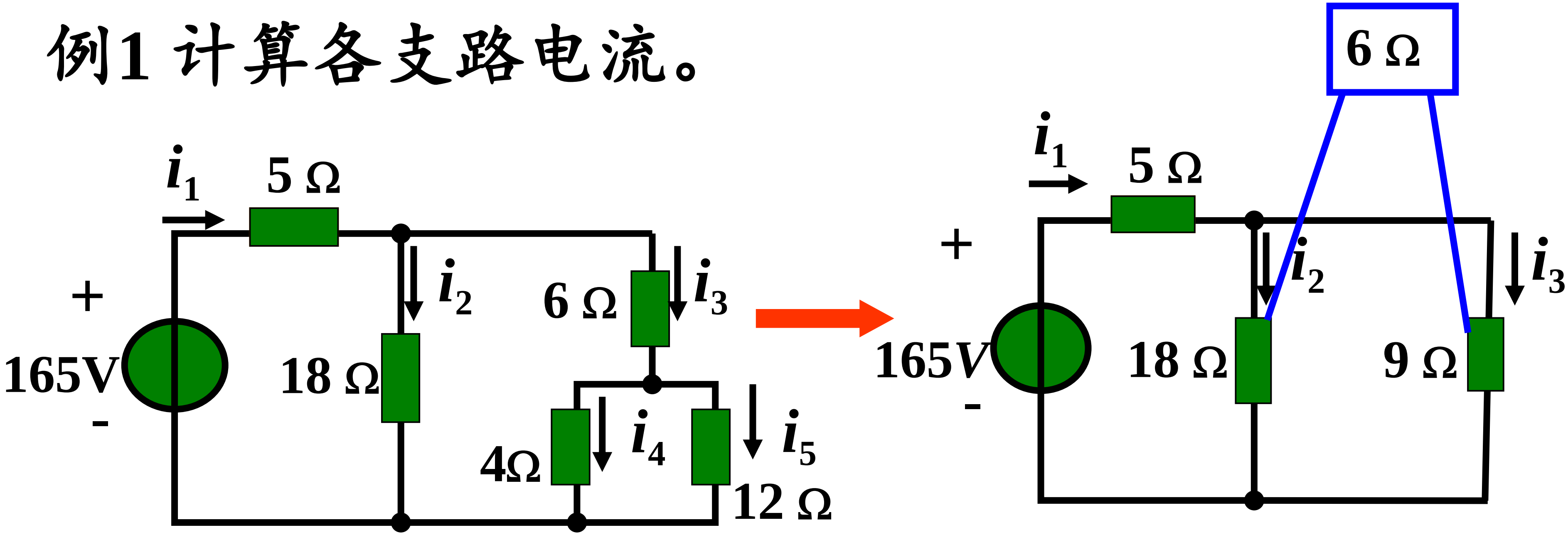
$$R=R_1//R_2=\frac{1}{1/R_1+1/R_2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

$$i_1=\frac{1/R_1}{1/R_1+1/R_2}i=\frac{R_2}{R_1+R_2}i$$

$$i_2=\frac{1/R_2}{1/R_1+1/R_2}i=\frac{R_1}{R_1+R_2}i$$

返回 BACK NEXT

例1 计算各支路电流。



$$i_1 = 165/11 = 15A$$

$$i_2 = \frac{9}{9+18} i_1 = 5A \qquad i_3 = \frac{18}{9+18} i_1 = 10A$$

$$i_4 = \frac{12}{4+12} i_3 = 7.5A \qquad i_5 = \frac{4}{4+12} i_3 = 2.5A$$

返回 BACK NEXT

从以上例题可得求解串、并联电路的一般步骤：

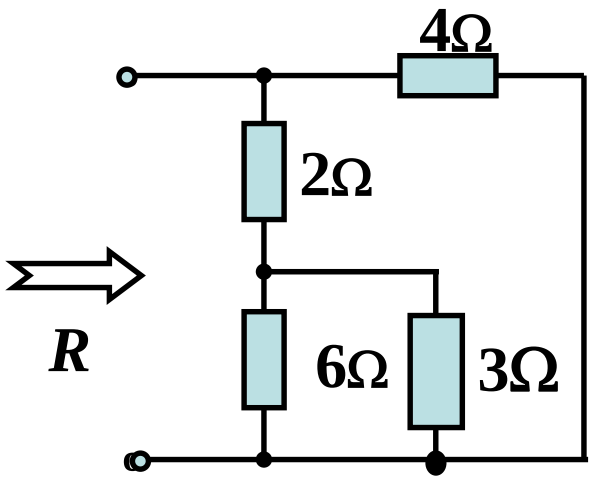
（1）求出等效电阻或等效电导；

（2）应用欧姆定律求出总电压或总电流；

（3）应用欧姆定律或分压、分流公式求各电阻上的电流和电压

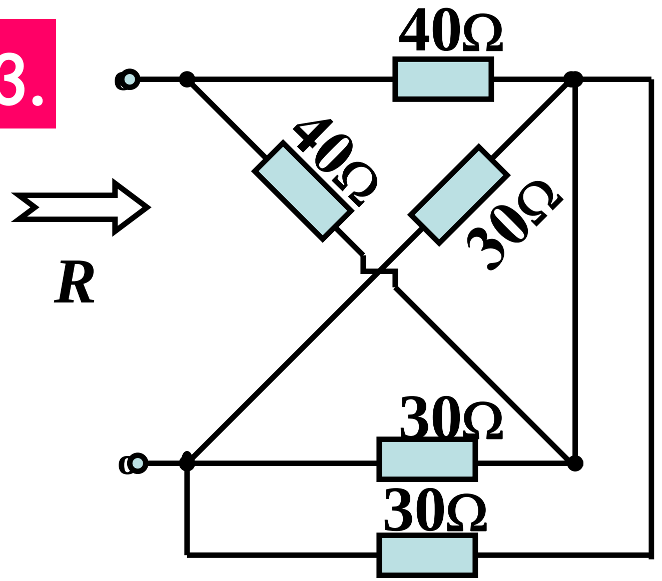
以上的关键在于识别各电阻的串联、并联关系！

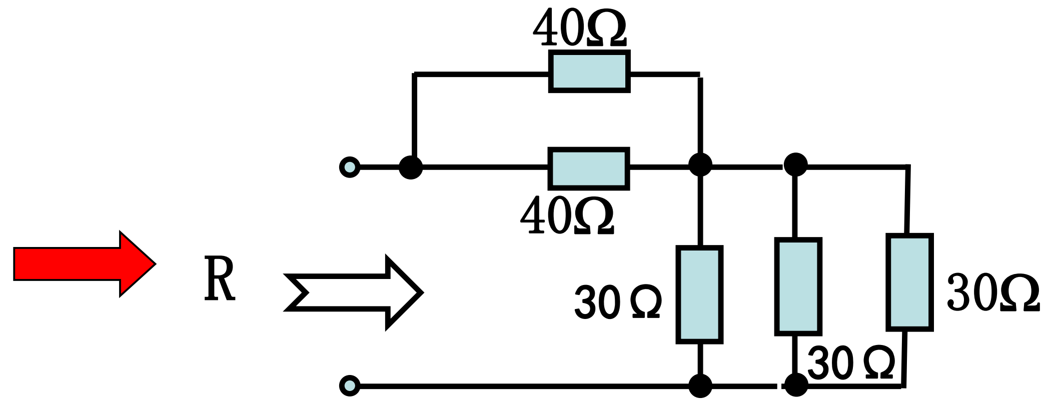
例2



R =（2+6//3)//4= 2 Ω

例3.

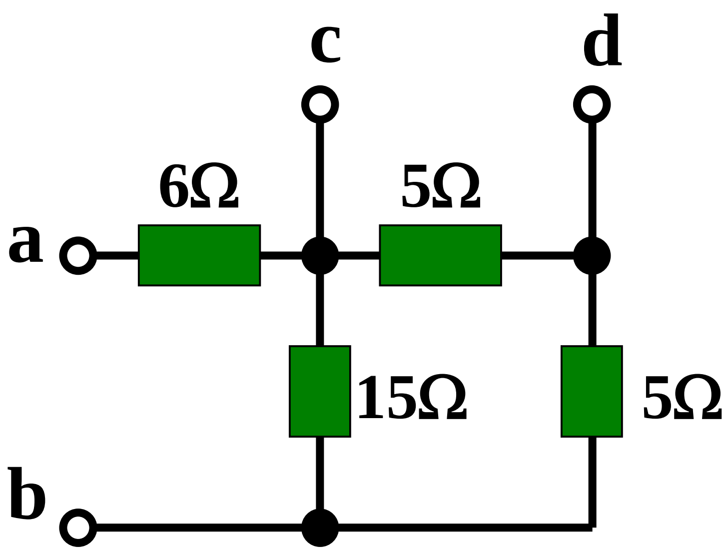




$$R = 40//40 + 30//30//30 = 30\Omega$$

例4

求：R_{ab}，R_{cd}



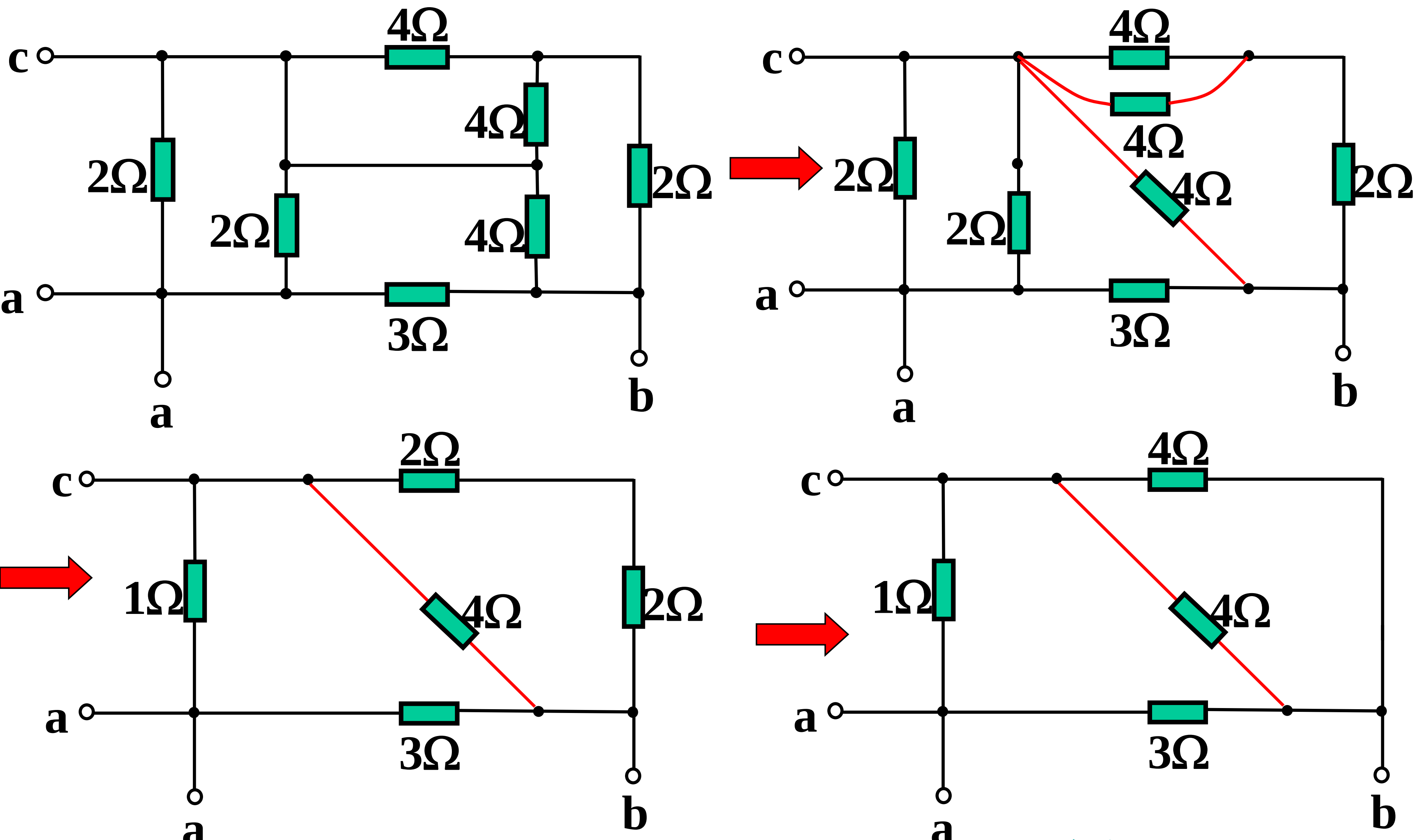
$$R_{ab} = 6 + 15//(5+5) = 12\Omega$$

$$R_{cd} = 5//(15+5) = 4\Omega$$

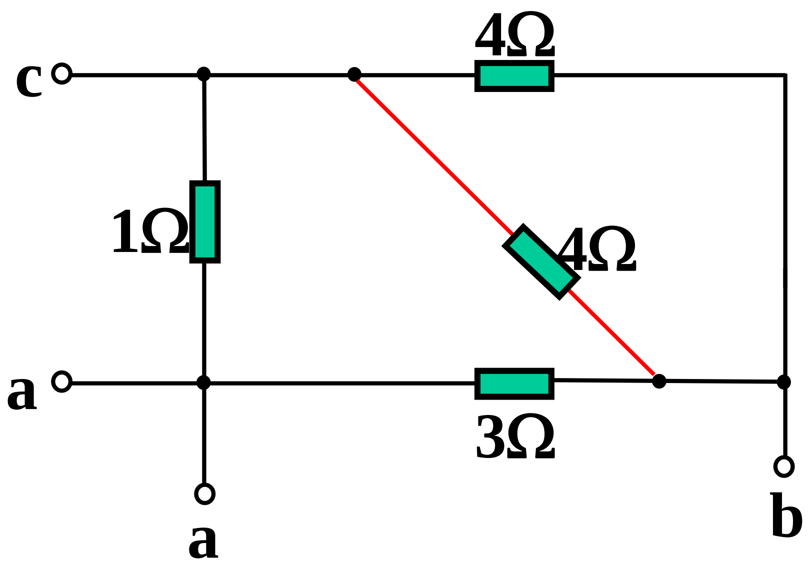
等效电阻针对电路的某两端而言，否则无意义。

返回 BACK NEXT

例5 求R_{ab}、 R_{ac} 。



返回 BACK NEXT

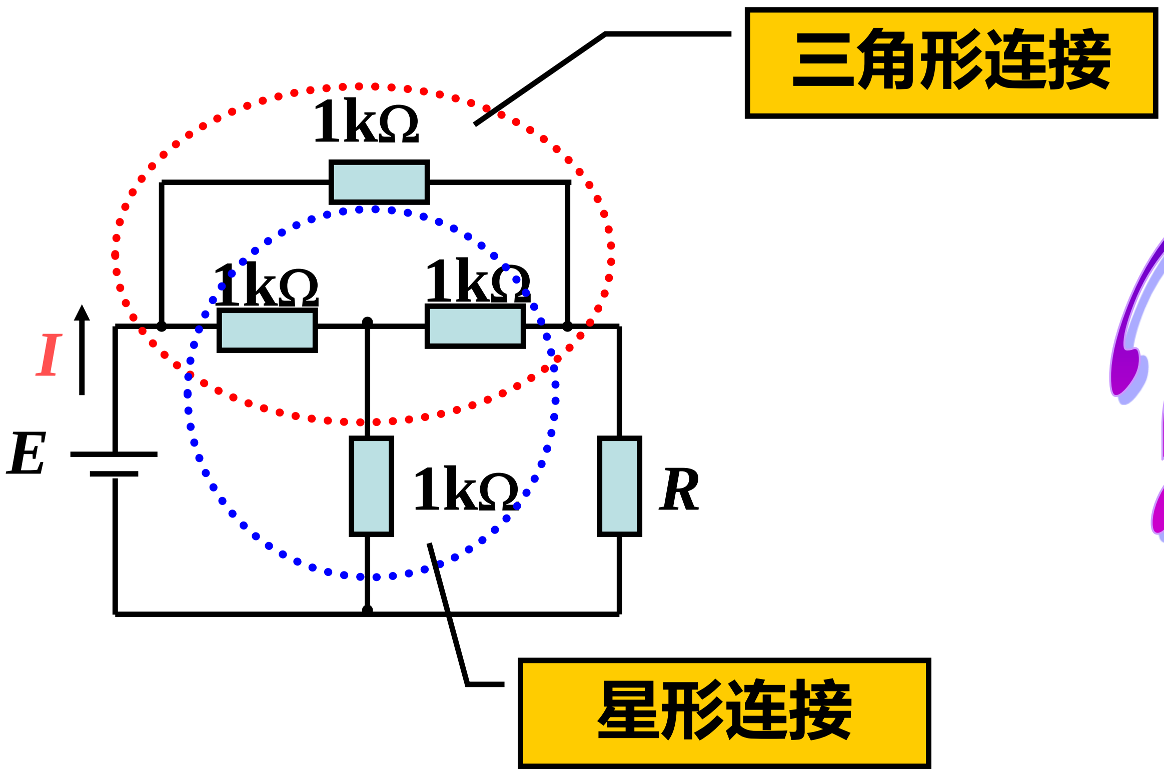


$$R_{ab}=3\,//(1+4\,//\,4)=1.5\Omega$$

$$R_{ac}=1\,//(4\,//\,4+3)=\frac{5}{6}\Omega$$

例4

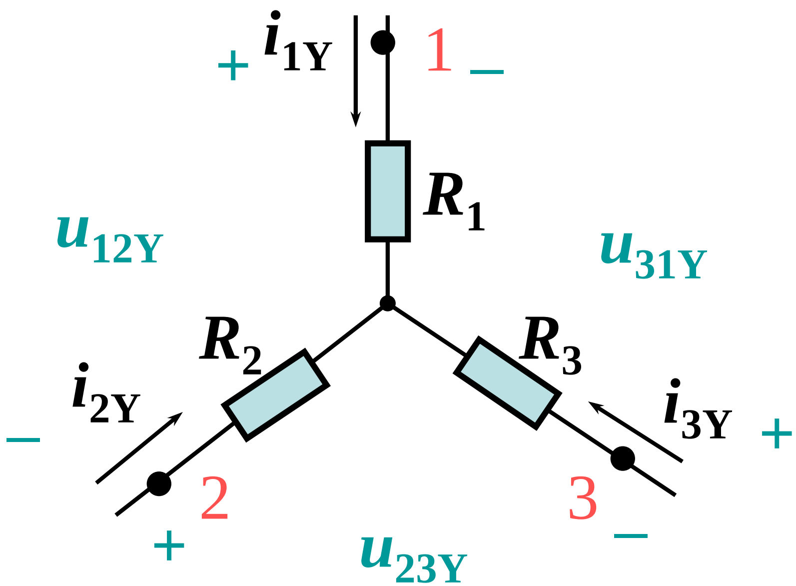
如图求I。



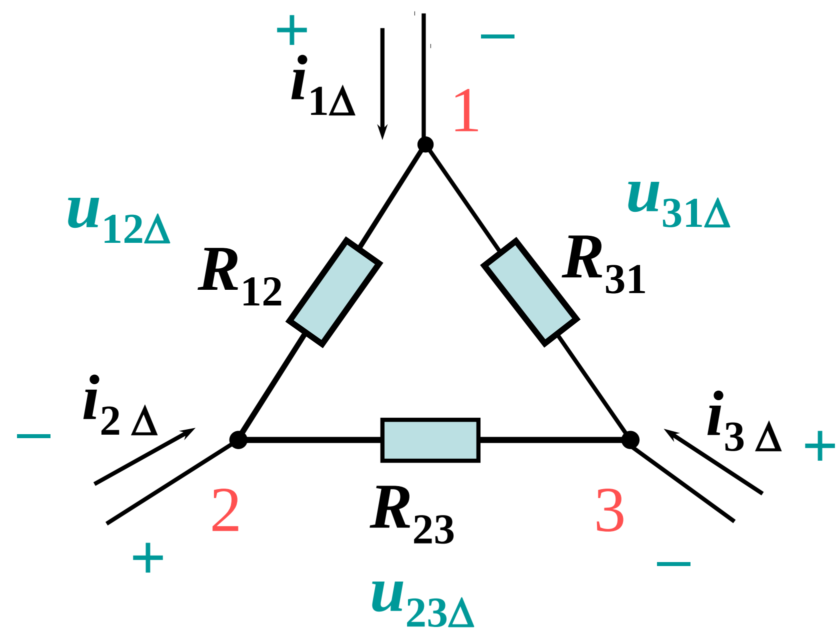
返回 BACK NEXT

电阻的星形与三角形等效变换

电阻的星形（Y形）联接



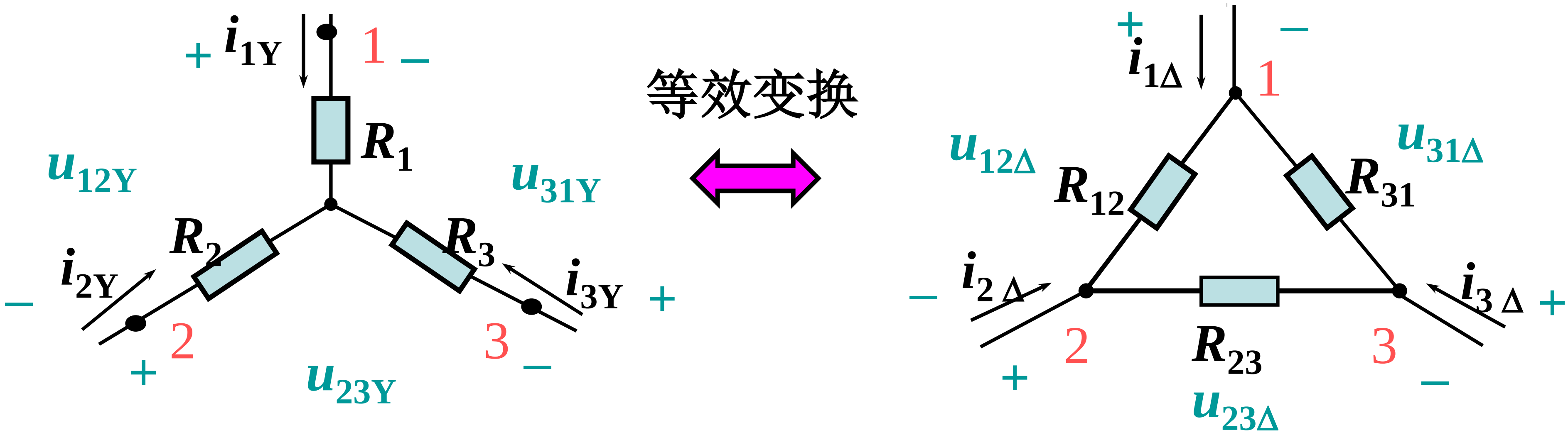
电阻的三角形（Δ形）联接



根据多端网络等效变换的条件，当对应端口的电压、电流关系相同时，则这两个电路对外等效。

通过数学方法可以证明，这两个电路当它们的电阻满足一定的关系时，能够相互等效。

返回 BACK NEXT



$$R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3}$$

$$R_{23} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1}$$

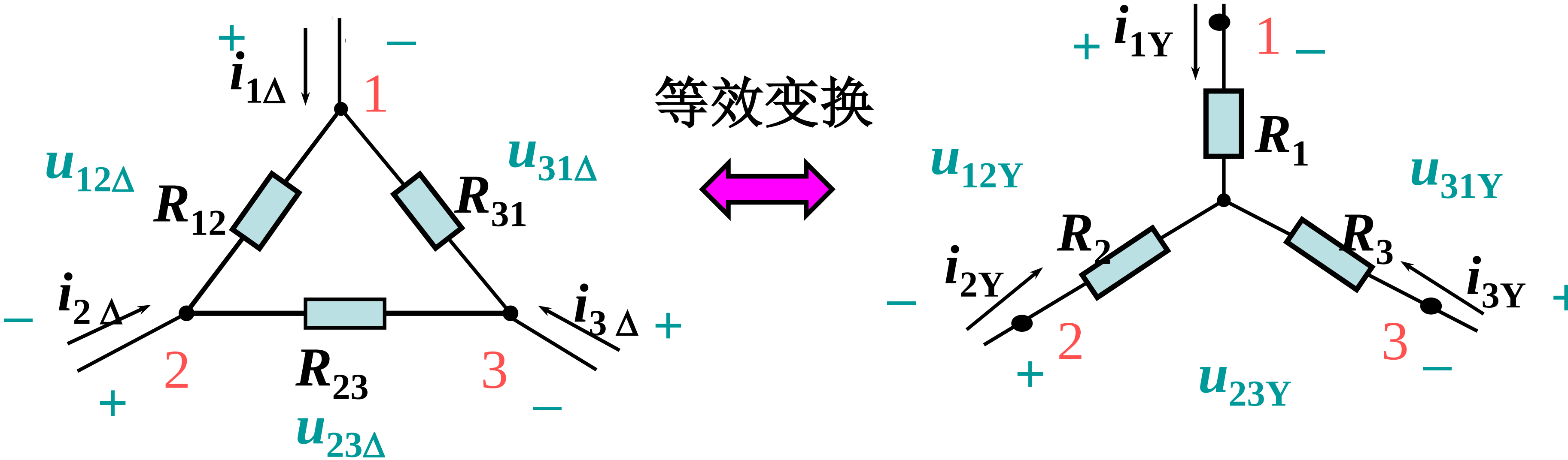
$$R_{31} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2}$$

由此可得 $\mathbf{Y} \longrightarrow \boldsymbol{\Delta}$ 的规律：

$$R_{mn} = \frac{Y\text{形电阻两两乘积之和}}{\text{不与}mn\text{端相连的电阻}}$$

若 $R_1=R_2=R_3=R$时，有$R_{12}=R_{23}=R_{31}=3R$

返回 BACK NEXT



$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

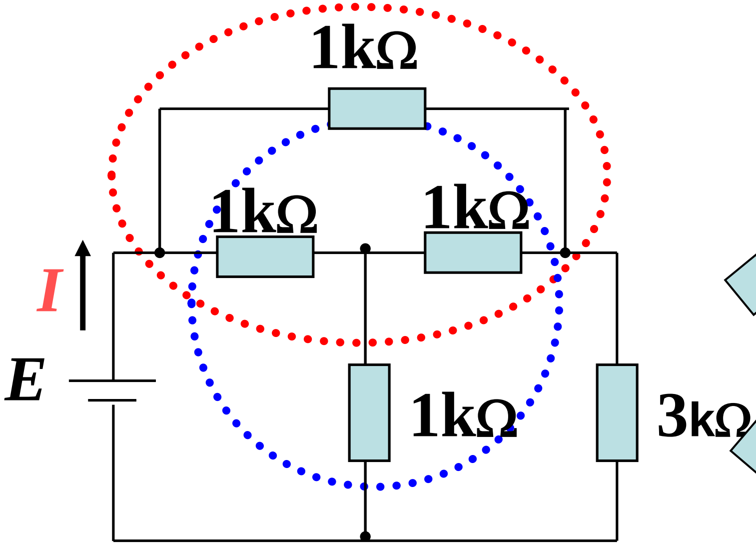
由此可得 **Δ →Y** 的规律:

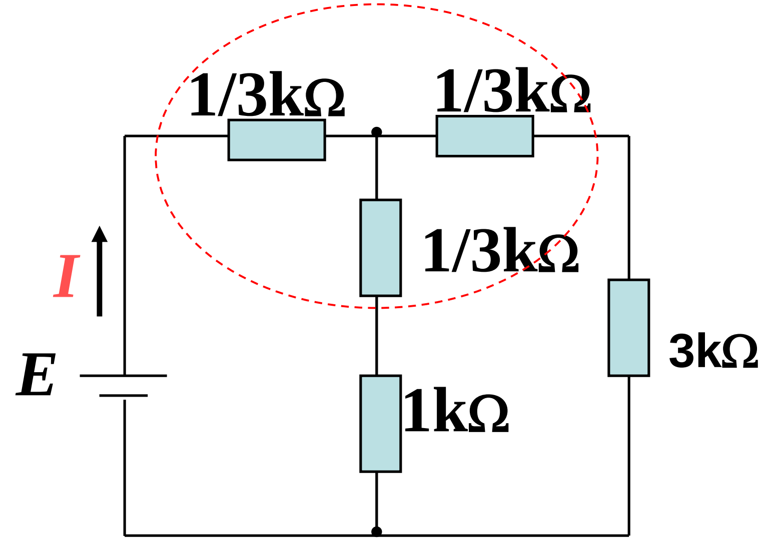
$$R_i = \frac{\text{结于}i\text{端两电阻乘积}}{\Delta\text{形三电阻之和}}$$

若 $R_{12}=R_{23}=R_{31}=R$时，有$R_1=R_2=R_3=R/3$

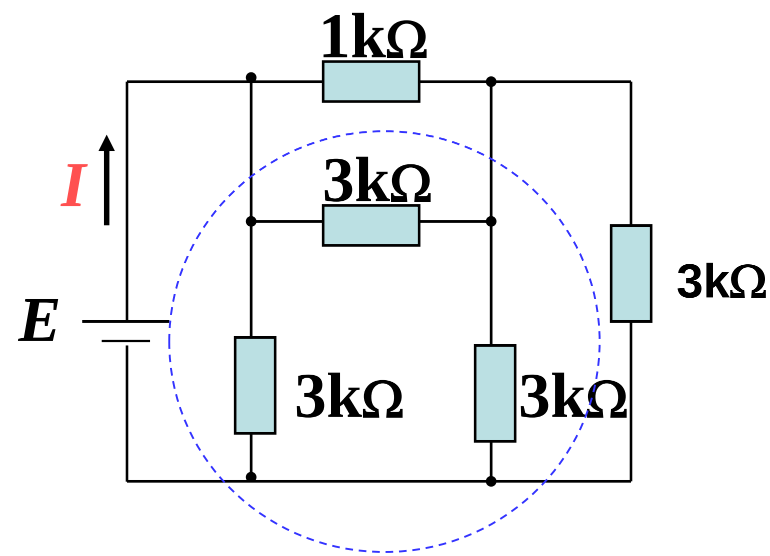
返回 BACK NEXT

如何求*I*？



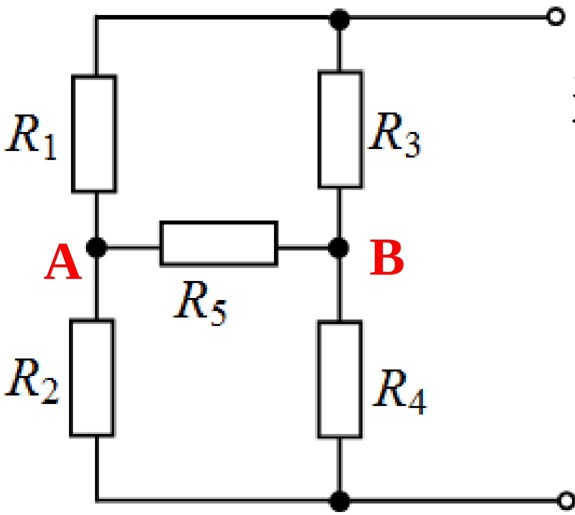


R=1/3+(1/3+1)//(1/3+3) kΩ



R=3//(1//3+3//3)kΩ

返回 BACK NEXT

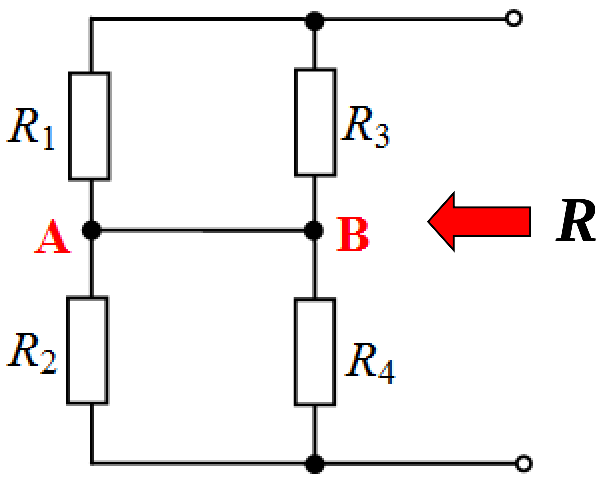


若 $\dfrac{R_1}{R_2}=\dfrac{R_3}{R_4}$(电桥平衡），则无论$R_5$为多大

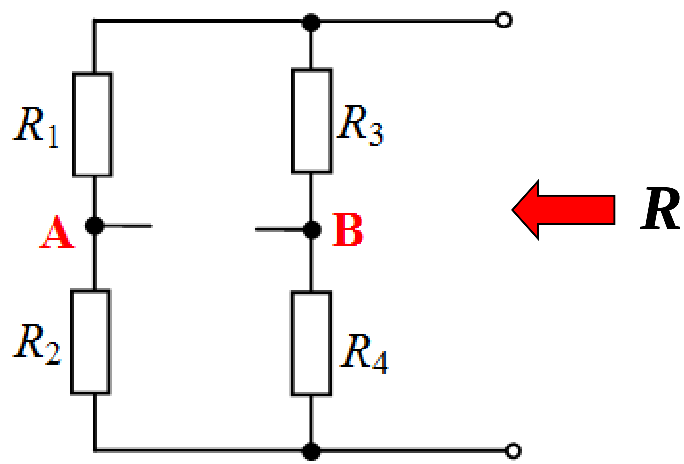
$U_{AB}=0$ → 将AB两点短路

$I_{AB}=0$ → 将AB两点断开

此时称A、B两点为**自然等位点**。

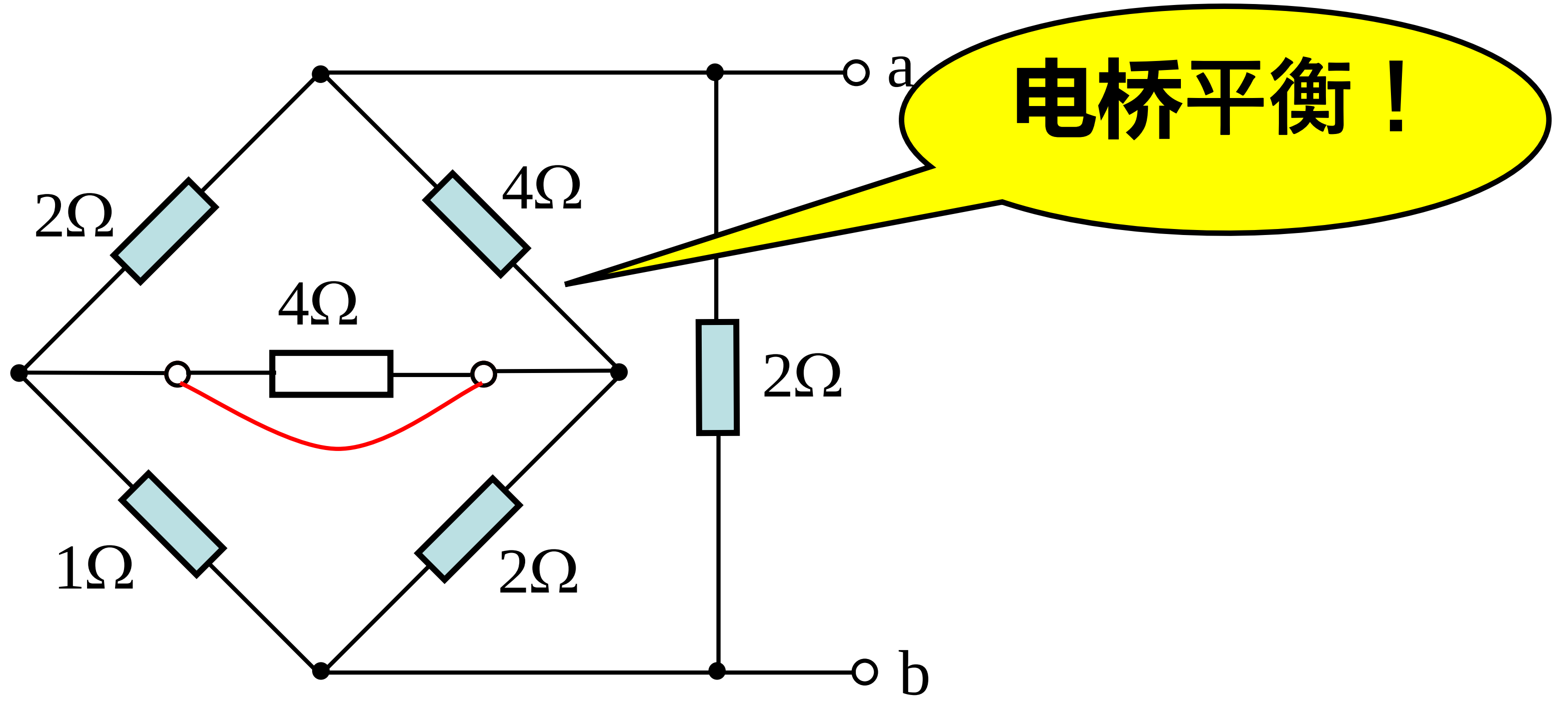


$R=R_1//R_3+R_2//R_4$



$R=(R_1+R_2)//(R_3+R_4)$

例 求 R_{ab} .



(a) 开路：R_{ab}=2//(4+2)//(2+1)=1Ω

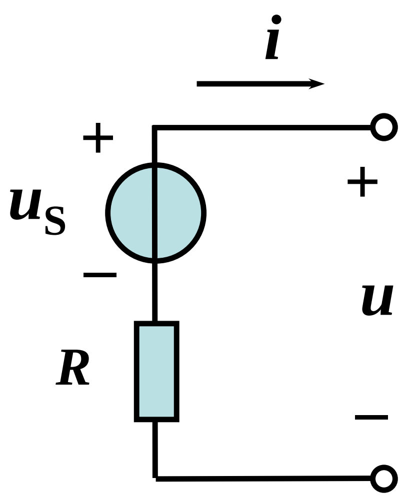
(b) 短路：R_{ab}=2//(4//2+2//1)=1Ω

2.3 实际电源的模型及其等效变换

实际电压源

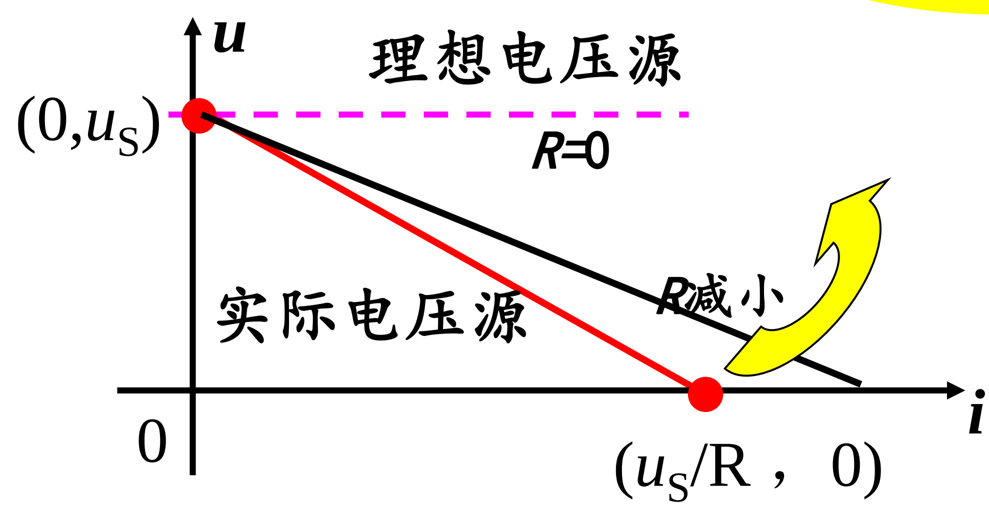
实际电压源 ═ 理想电压源u_S ＋ 串联一个电阻R

电源内阻，一般很小



◆伏安特性　$u=u_S-Ri$

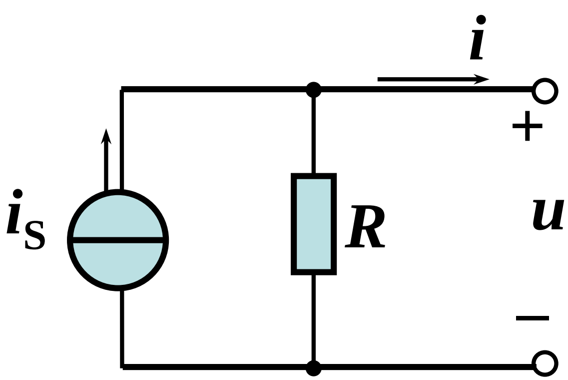
其外特性曲线如下：



实际电流源

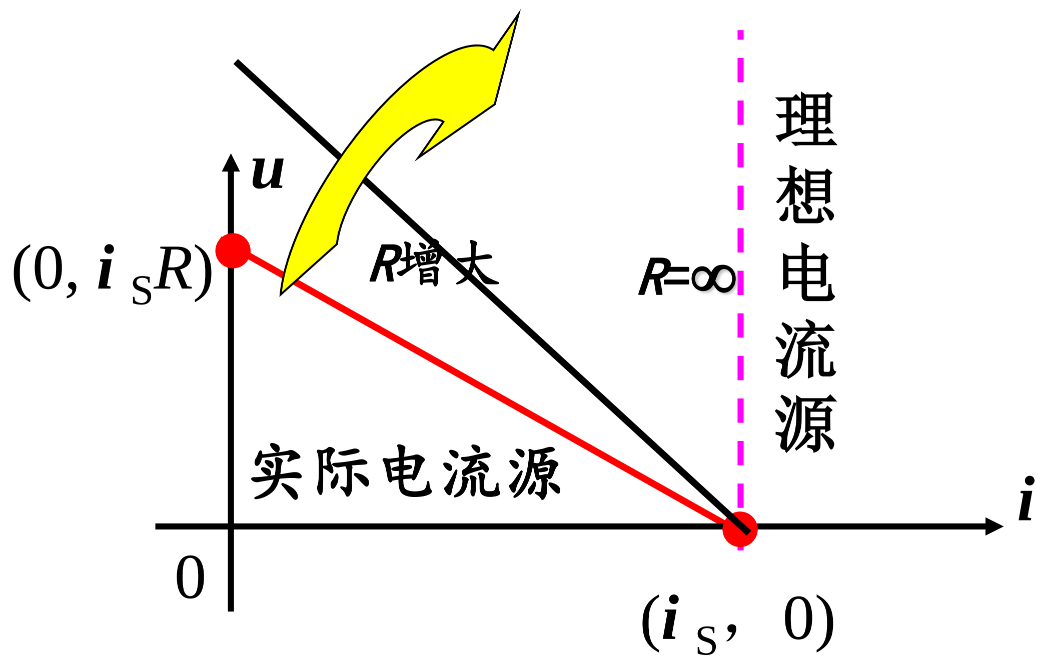
电源内阻，
一般很大

实际电流源 ＝ 理想电流源i_S＋ 并联一个电阻R

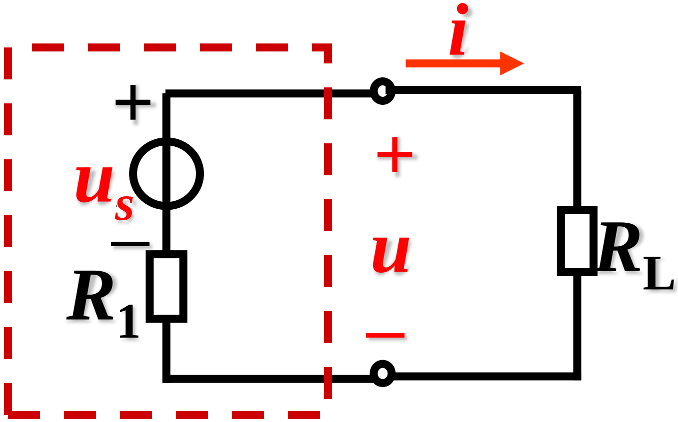


伏安特性 $i=i_S-u/R$

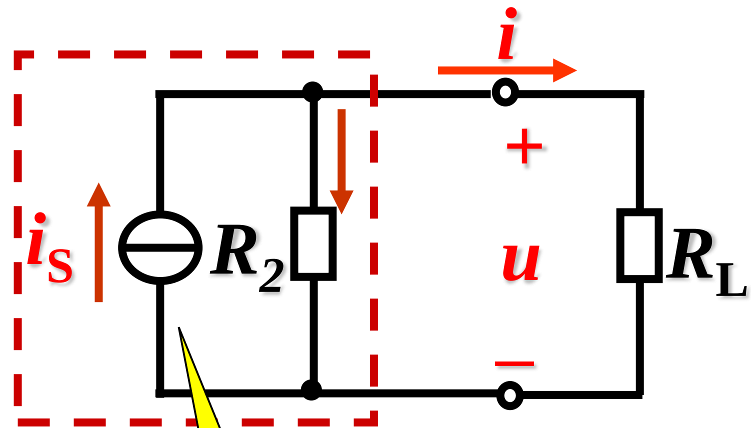
其外特性曲线如下：



实际电压源与实际电流源的等效变换



电压源



电流源

由图a： $u = u_s - iR_1$

$i = u_s/R_1 - u/R_1$

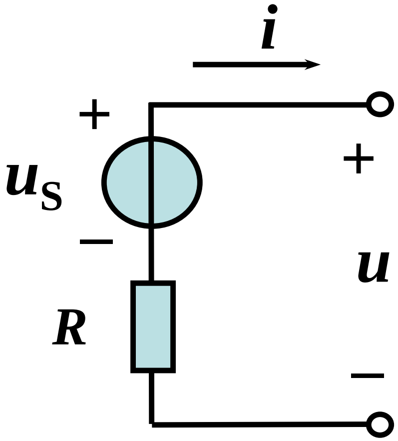
由图 $i=i_s-u/R_2$

注意方向！

等效变换条件: $\begin{cases} R_1 = R_2 \\ i_S = \dfrac{u_s}{R_1} \end{cases}$

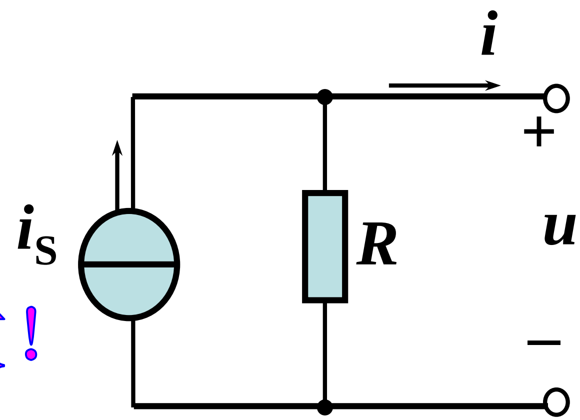
注意事项：

①电压源和电流源的等效关系只对外电路而言，对电源内部则是不等效的。



$i_S=u_S/R$

对外等效！



例：当$R_L=\infty$ 时

$u=u_S$， $i=0$

$u=i_SR=u_S$， $i=0$

对内：电压源的内阻R中电流为0，不损耗功率，而电流源的内阻R中电流为i_S，要损耗功率。

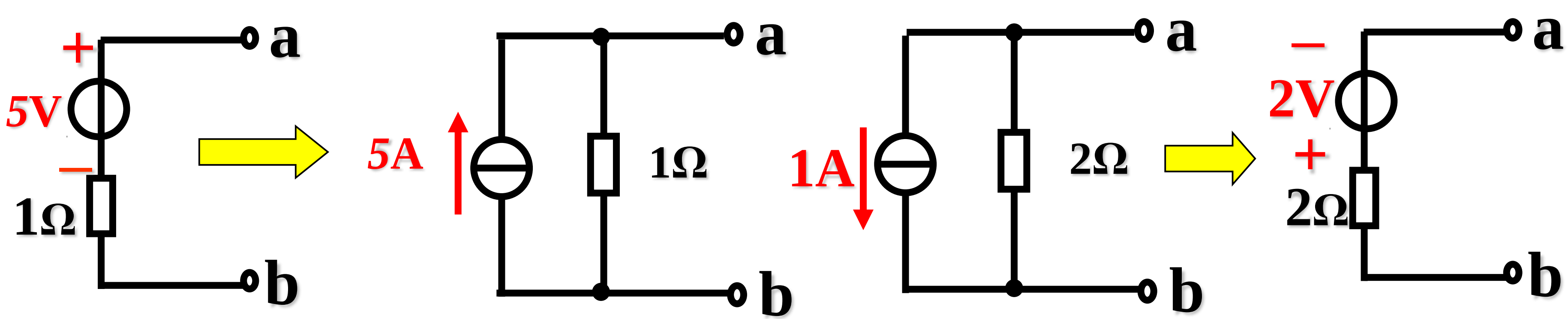
对内不等效！

返回 BACK NEXT

②理想电压源与理想电流源可以相互等效么？ *No！！！*

为什么？ *端口伏安关系不相同！*

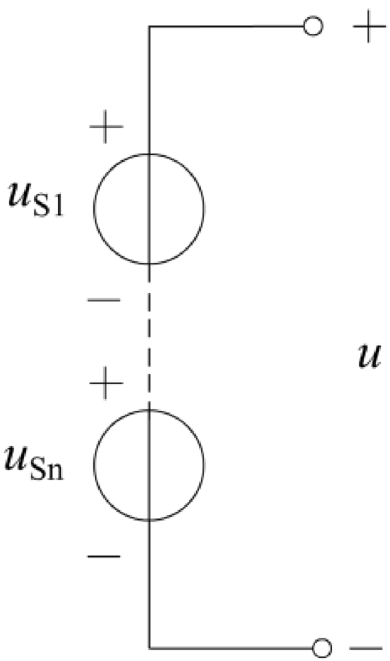
③ 电压源和某个电阻串联的电路，都可等效为一个电流源和这个电阻并联的电路。



返回 BACK NEXT

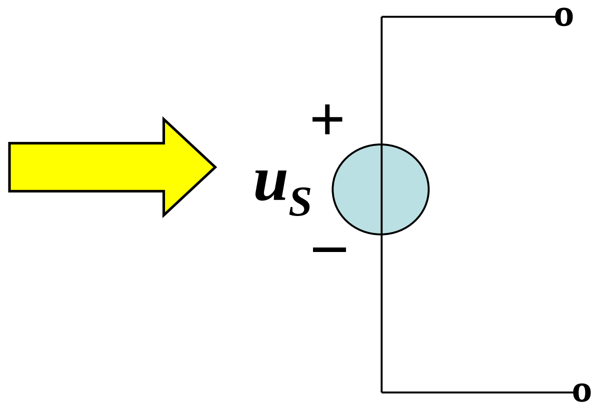
常用的等效规律

◆ 理想电压源的串联



由KVL可知：

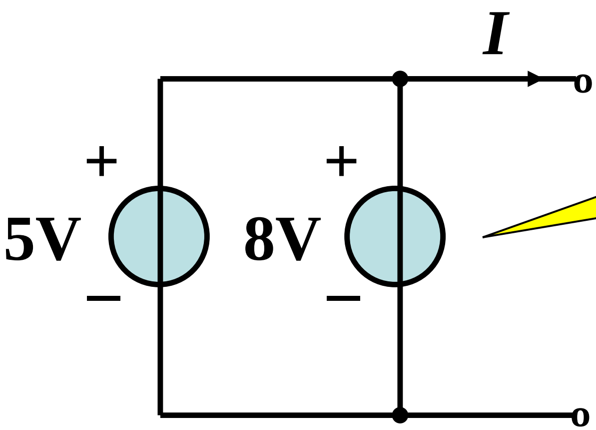
$$u = u_{S1} + u_{S2} + \dots + u_{Sn} = \sum_{k=1}^{n} u_{Sk}$$



$u_S=\sum u_{Sk}$

（注意参考方向!）

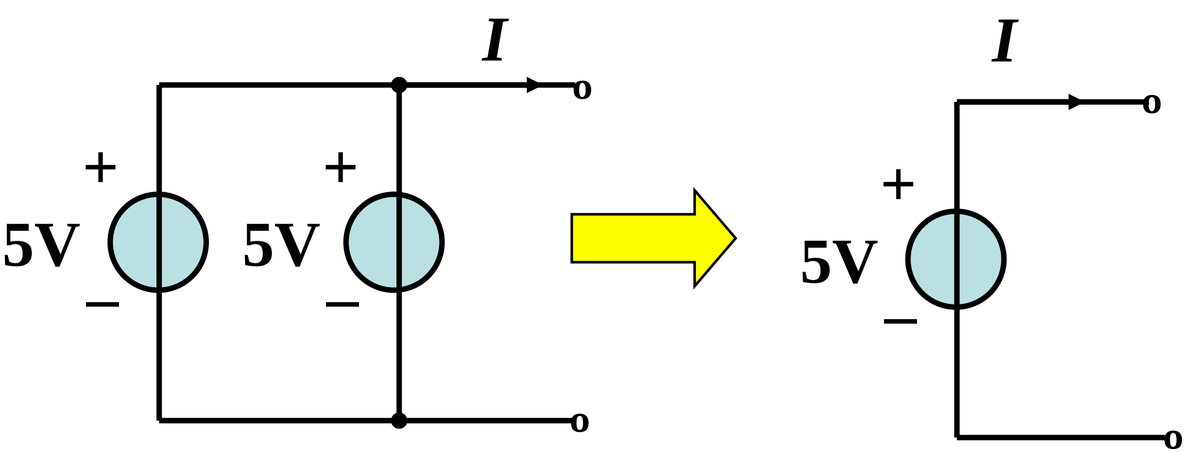
◆ 理想电压源的并联



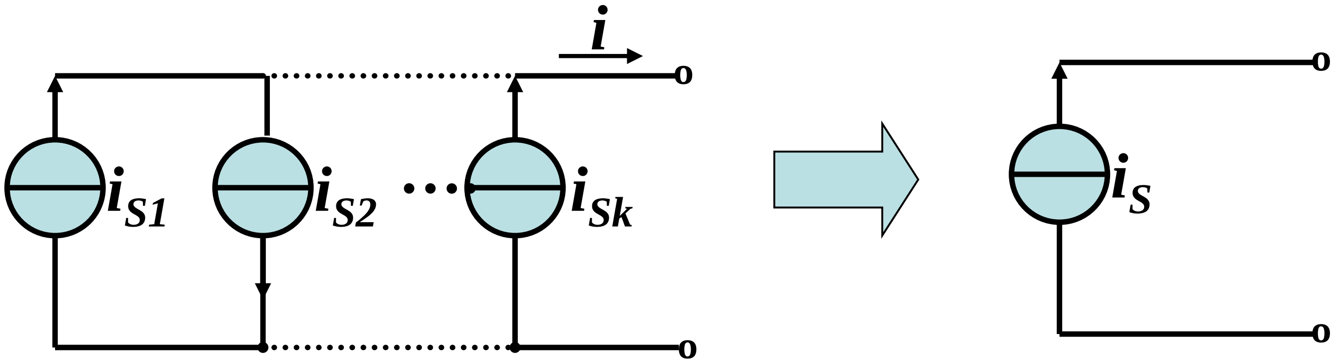
不允许
并联！！

违反KVL！

只有**电压值相同**的电压源才能并联。



◆ 理想电流源的并联



$$i = i_{s1} - i_{s2} + \cdots + i_{sn} = \sum i_{sk}$$

可等效成一个理想电流源 i_S（注意参考方向）

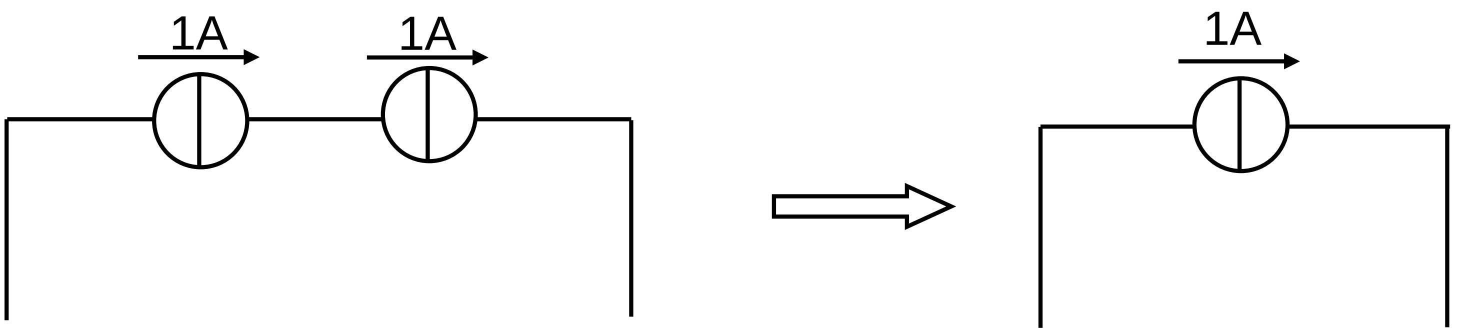
$$i_s = i_{s1} - i_{s2} + \cdots + i_{sn} = \sum i_{sk}$$

◆ 理想电流源的串联

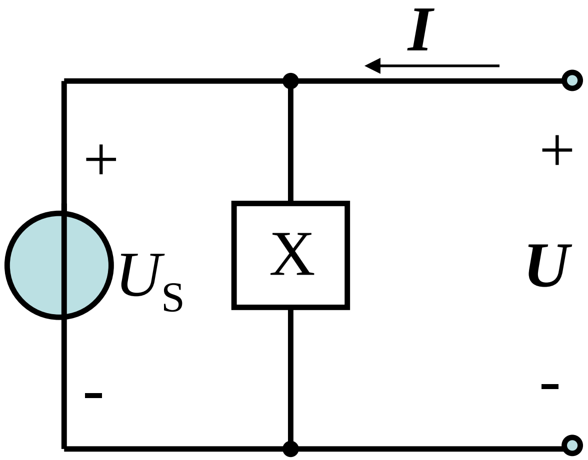
电流值不相同的理想电流源不允许串联！

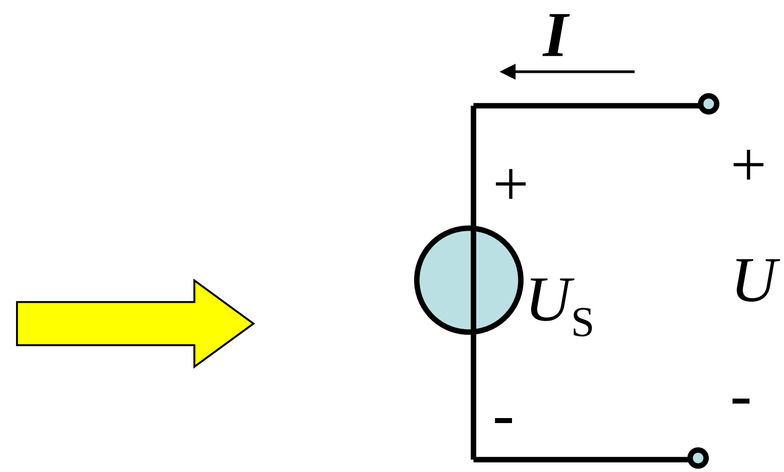
违反KCL！

只有电流值相同的理想电流源才能串联。



◆理想电压源与其他电路的并联，对外都等效于该电压源。



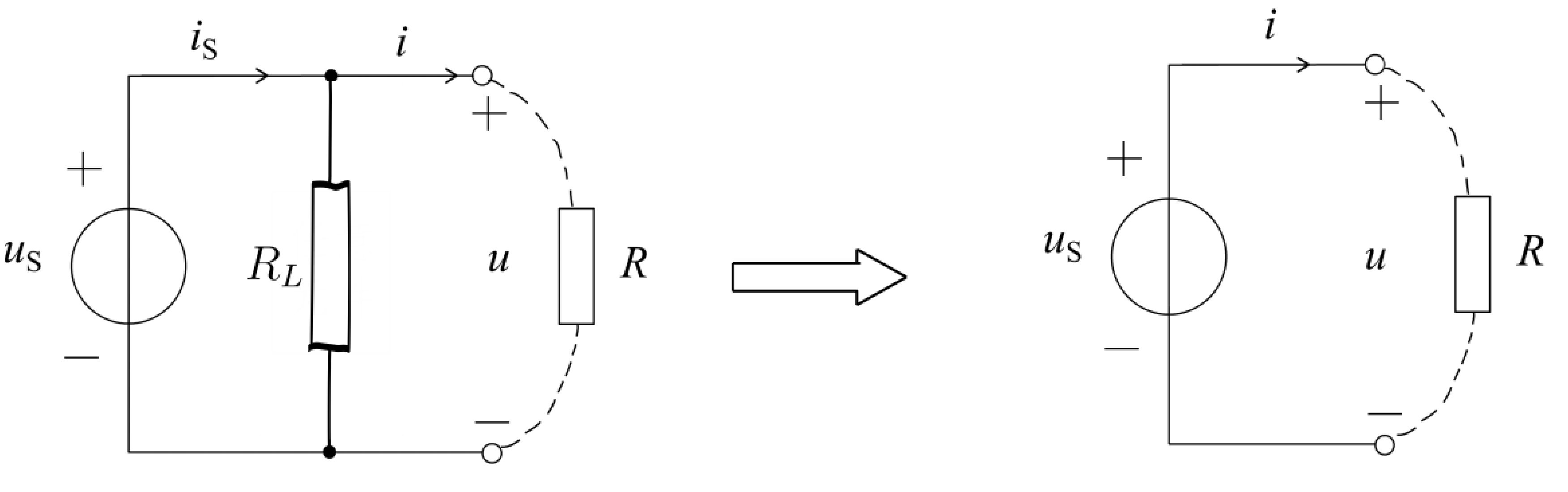


左图：$U=U_S$，与I无关

右图：$U=U_S$，与I无关

两个电路的端口伏安关系相同，所以对外等效！

对内等效么？



对外电路R

右图：$u=u_s$，$i=u_s/R$

左图：$u=u_s$，$i=u_s/R$

对外等效！

对内部电路：

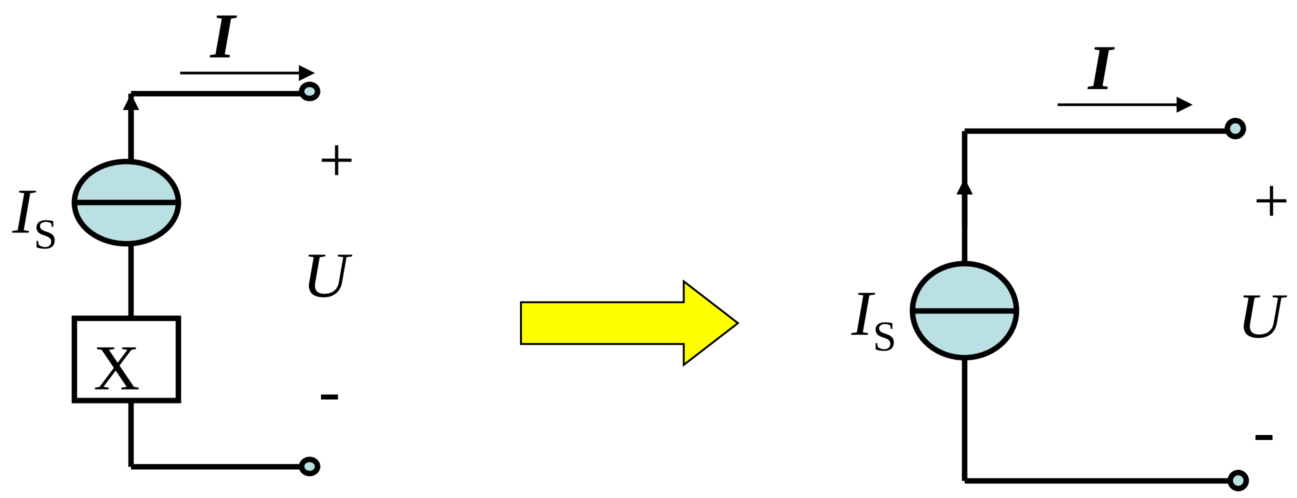
左图：电压源电流$i_s=u_s/R+u_s/R_L$

右图：电压源电流$i_s=i=u_s/R$

对内不等效！

返回 BACK NEXT

◆理想电流源与其他电路的串联，对外都等效于该电流源。



左图：$I=I_S$，与U无关

右图：$I=I_S$，与U无关

两个电路的端口伏安关系相同，所以对外等效！

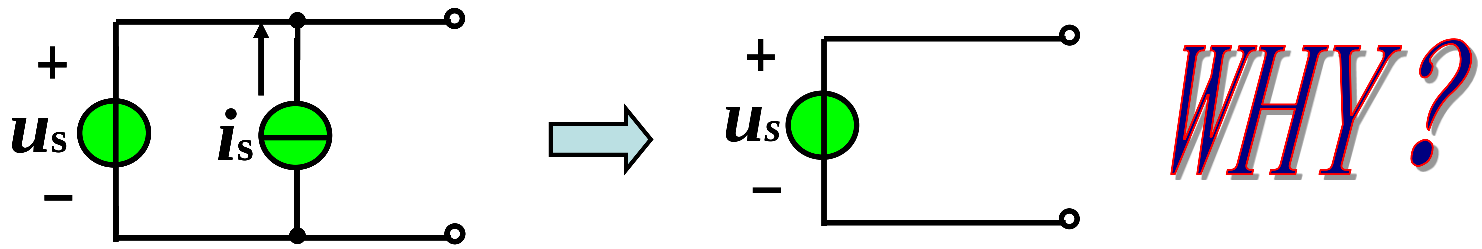
对内不等效！

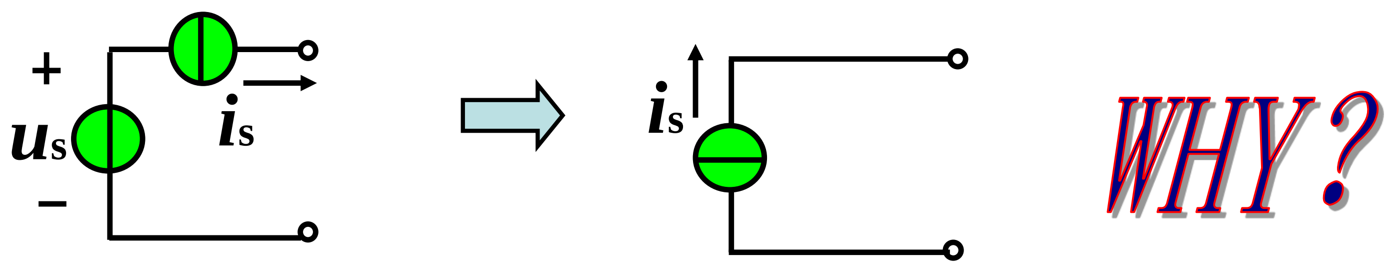
返回 BACK NEXT

电路的等效分析

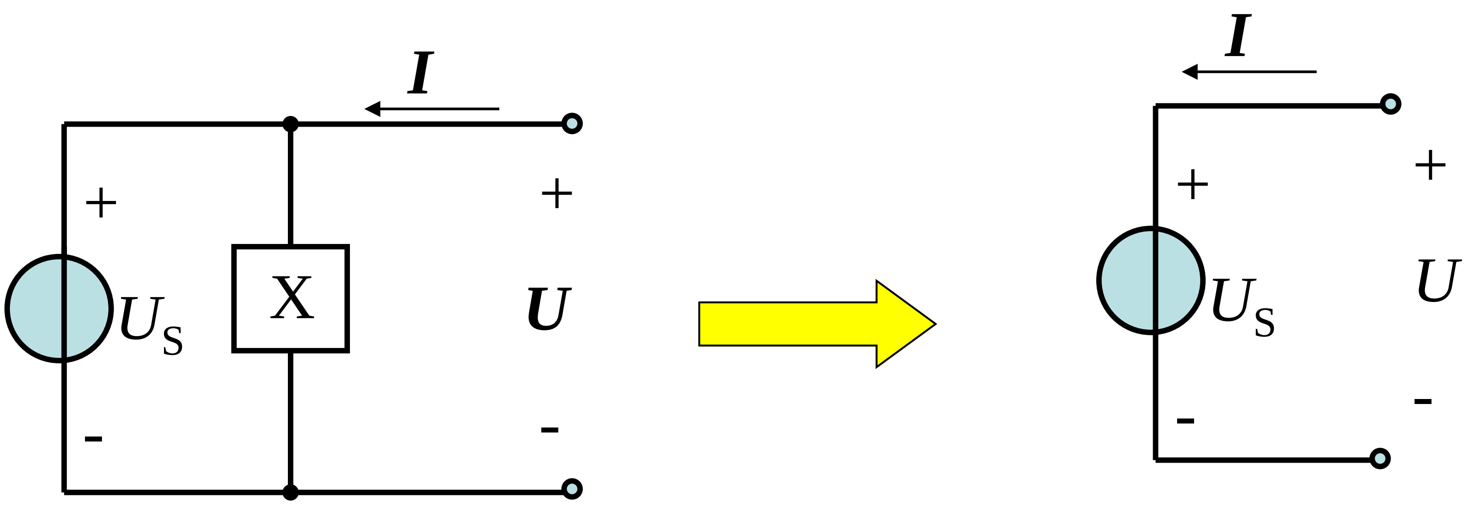
利用电路的**等效规律**对电路某一部分进行适当的等效变换，从而简化电路，方便计算。

例1 求图示电路的最简等效电路。





◆理想电压源与其他电路的并联，对外都等效于该电压源。

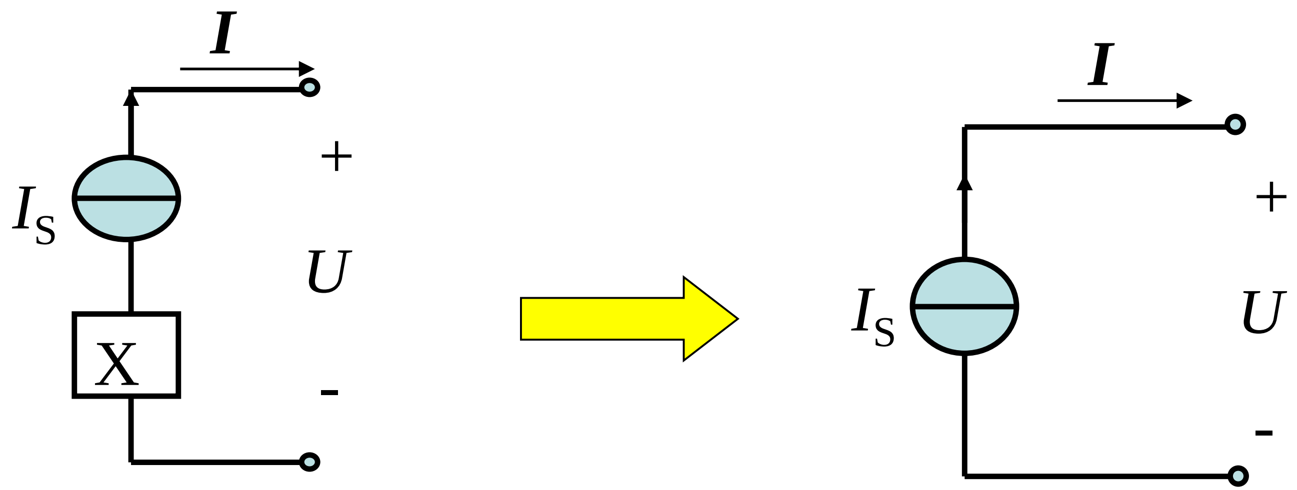


左图：$U=U_S$，与I无关

右图：$U=U_S$，与I无关

两个电路的端口伏安关系相同，所以对外等效！

◆理想电流源与其他电路的串联，对外都等效于该电流源。



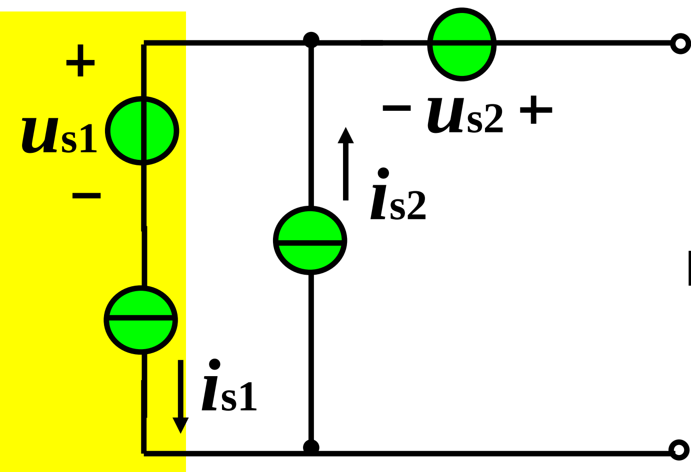
左图：$I=I_S$，与U无关

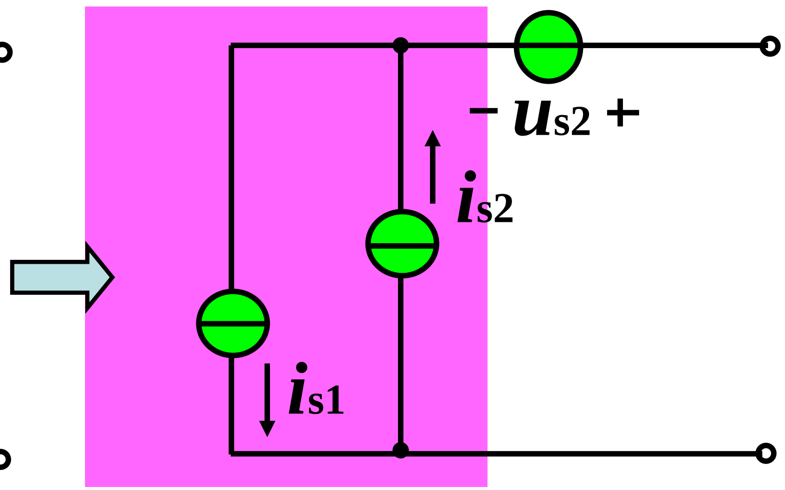
右图：$I=I_S$，与U无关

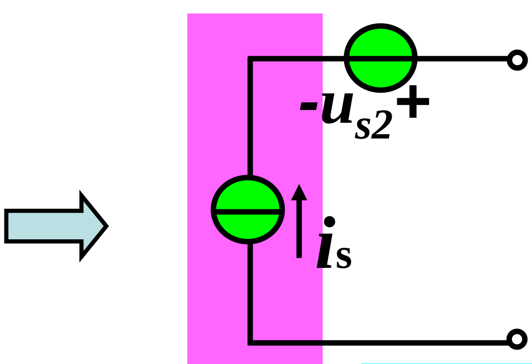
两个电路的端口伏安关系相同，所以对外等效！

返回 BACK NEXT

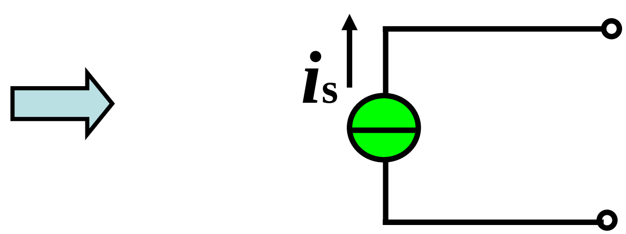
例1 求图示电路的最简等效电路。



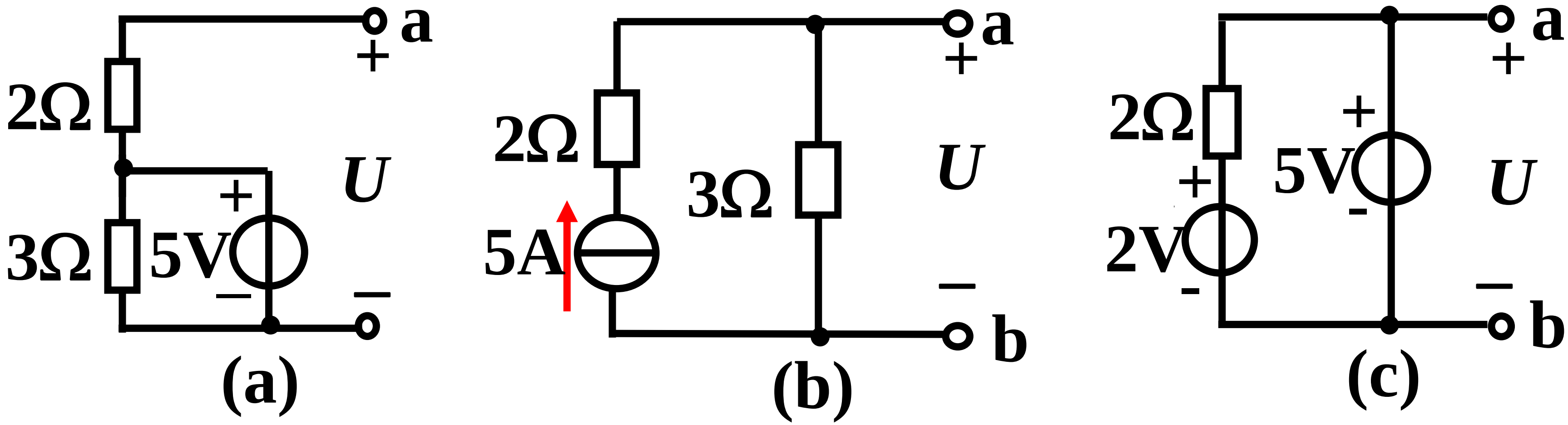




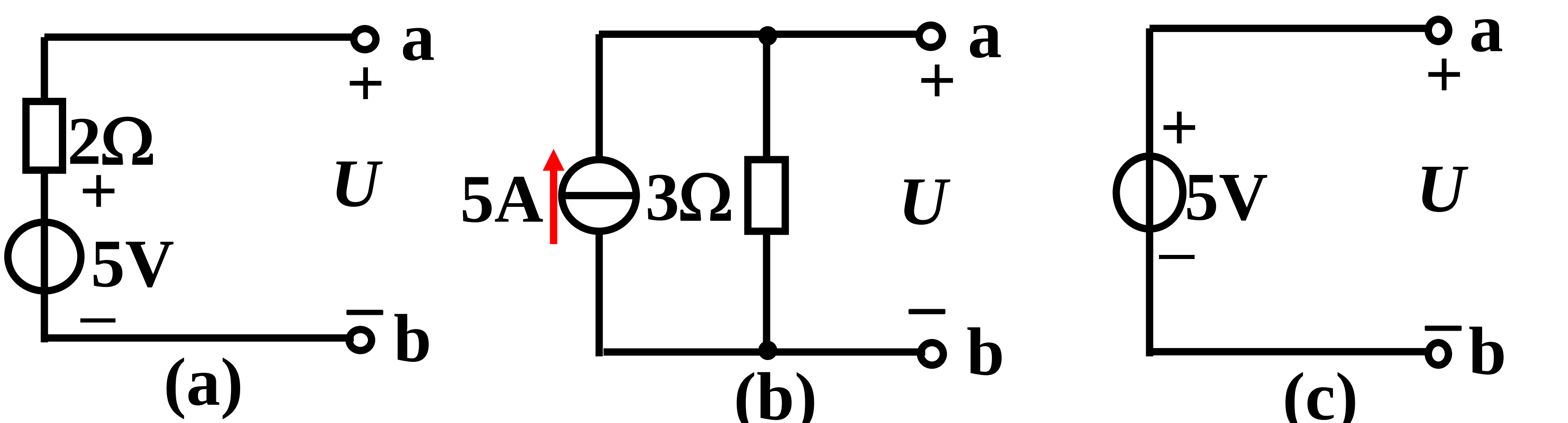
$i_s=i_{s2}-i_{s1}$



例2: 求下列各电路的等效电源

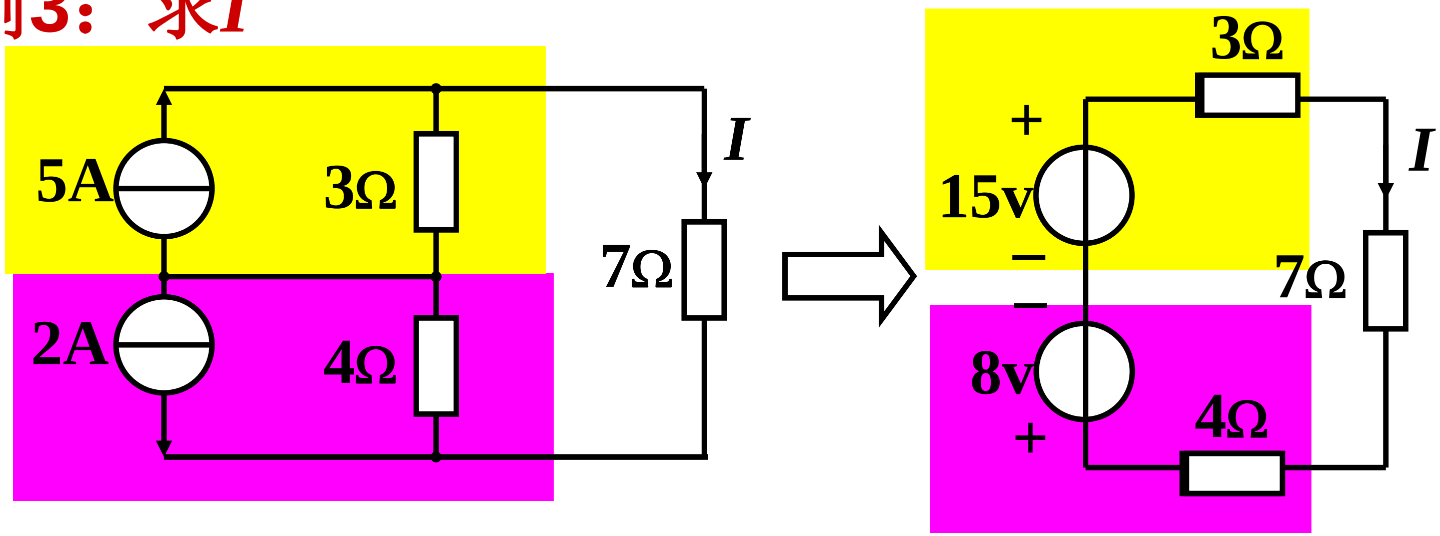


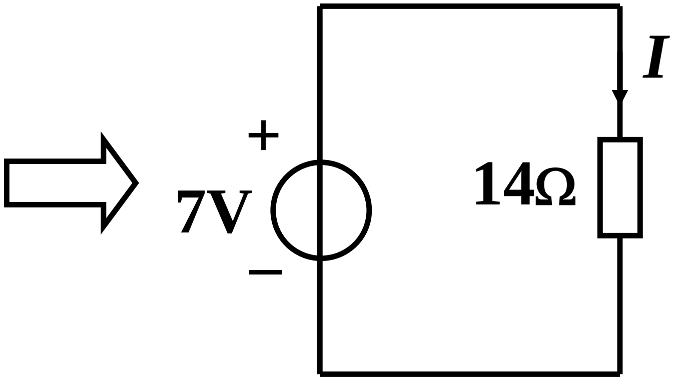
解:



返回 BACK NEXT

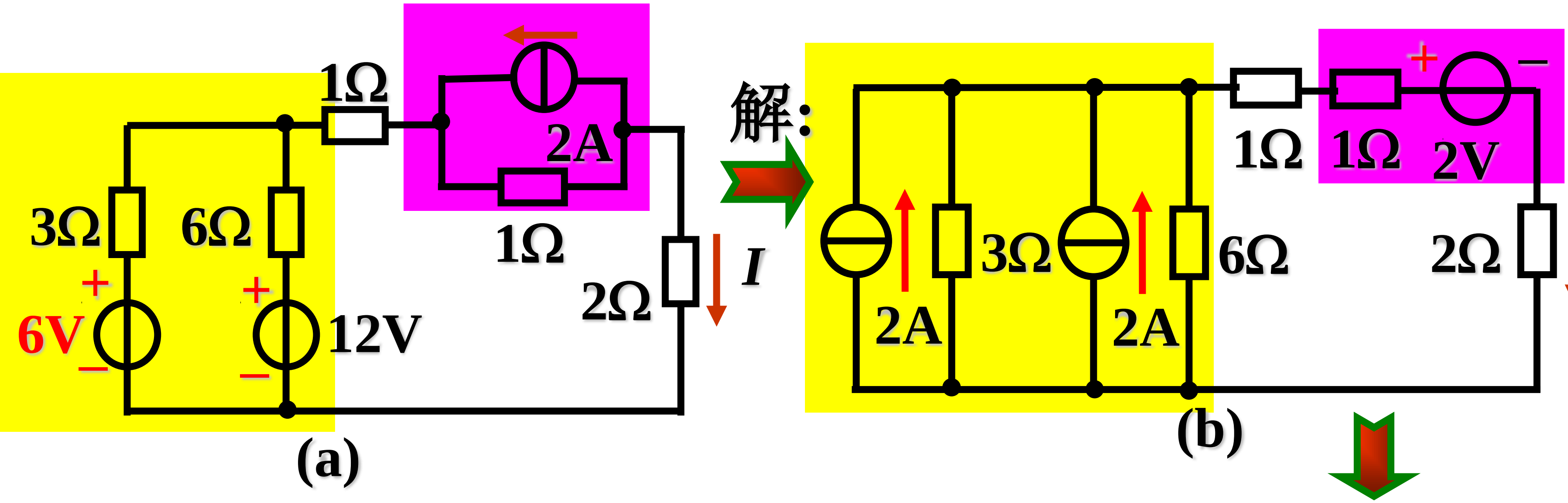
例3：求I





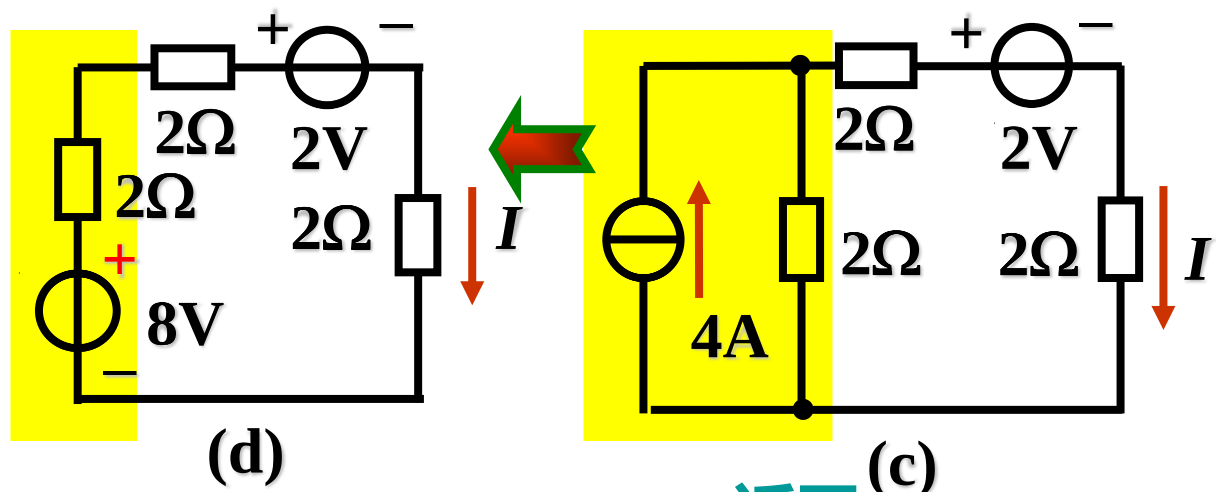
I=0.5A

例4: 试用等效变换的方法计算2Ω电阻中的电流。



由图(d)可得

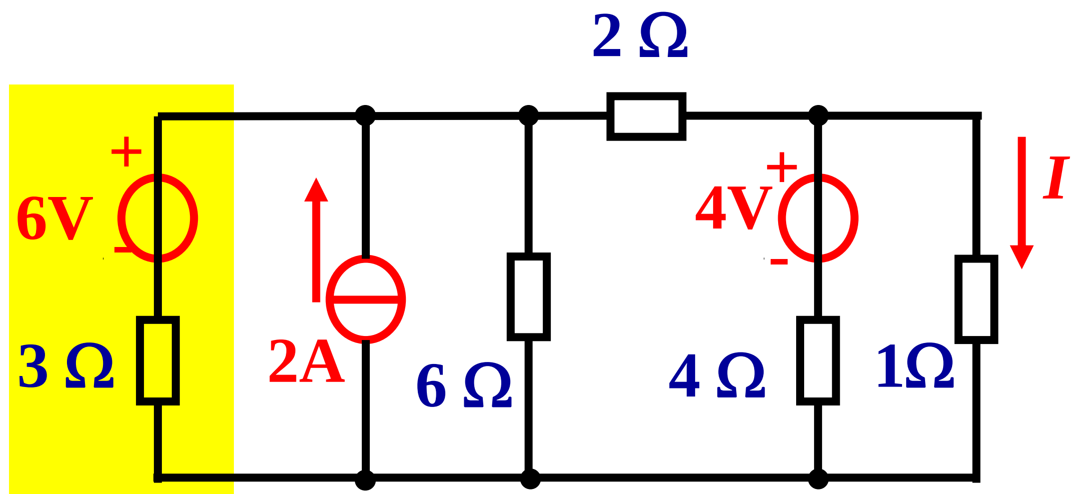
$$I=\frac{8-2}{2+2+2}\text{A}=1\text{A}$$

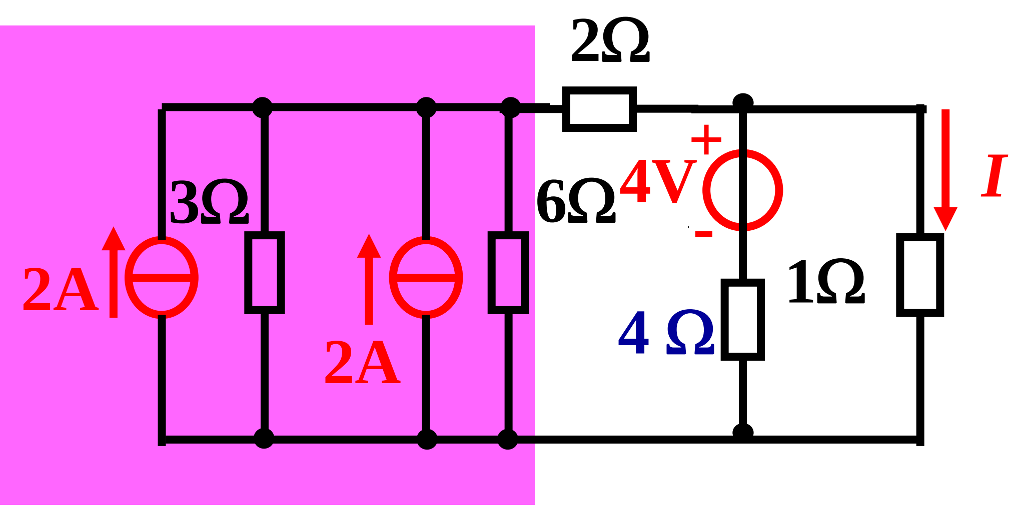


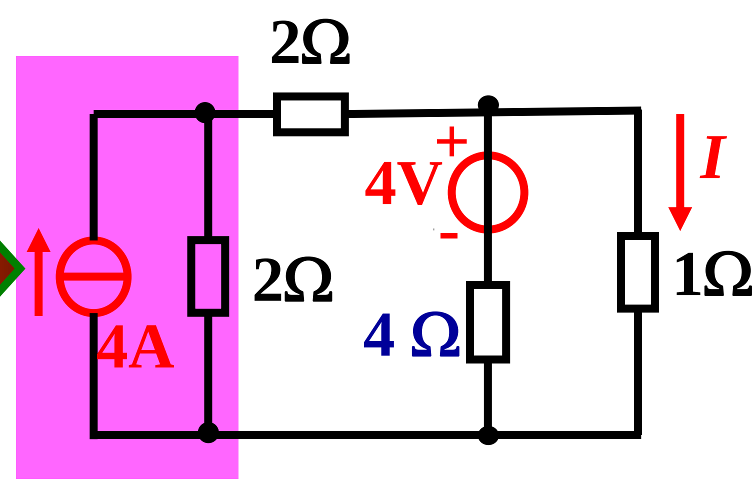
返回
BACK
NEXT

例5：试用等效变换的方法计算1 Ω电阻中的电流。

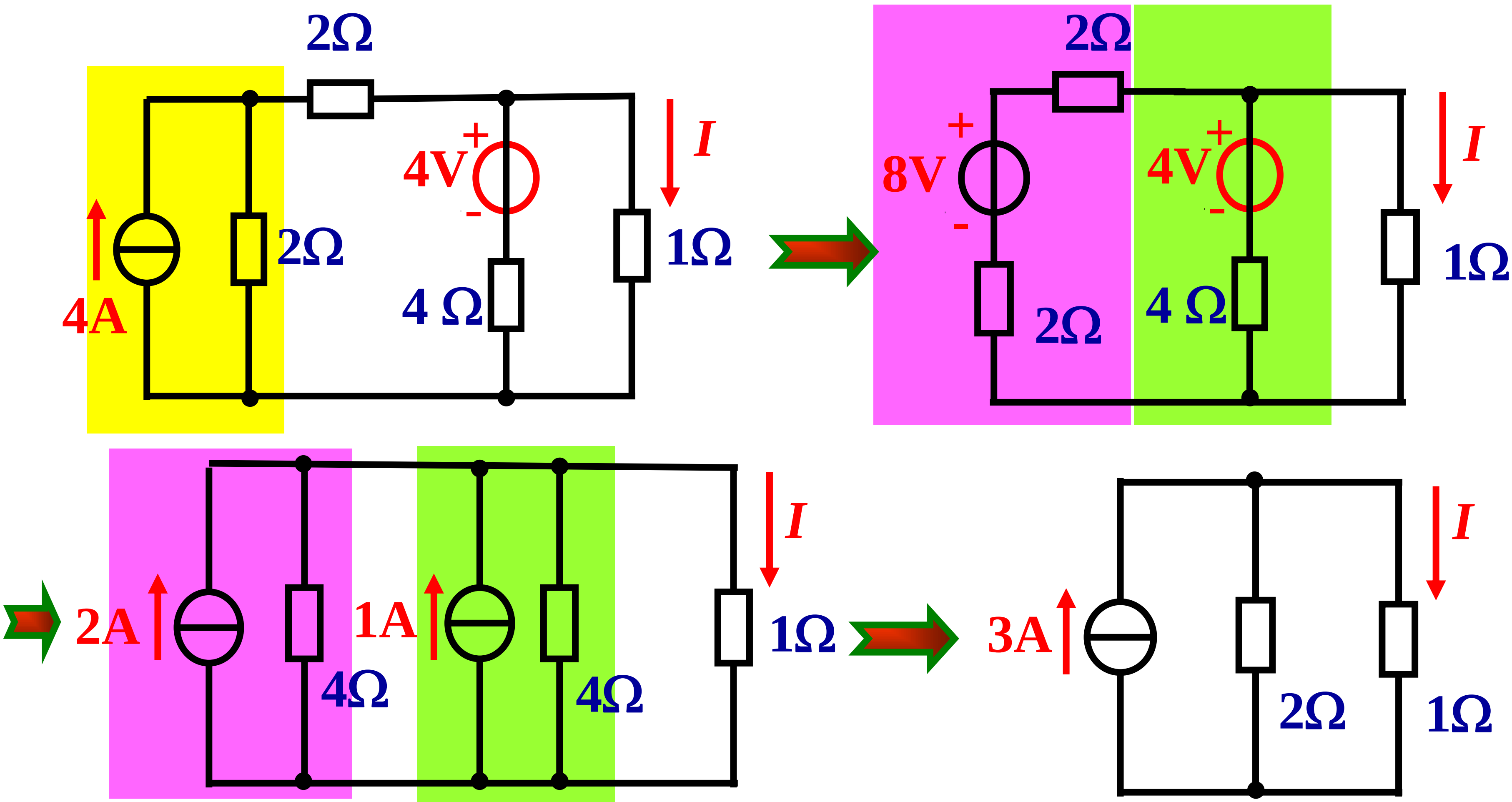
解：统一电源形式







返回 BACK NEXT



$$I = \frac{2}{2+1} \times 3A = 2A$$

2.4支路电流法：以支路电流作为未知数

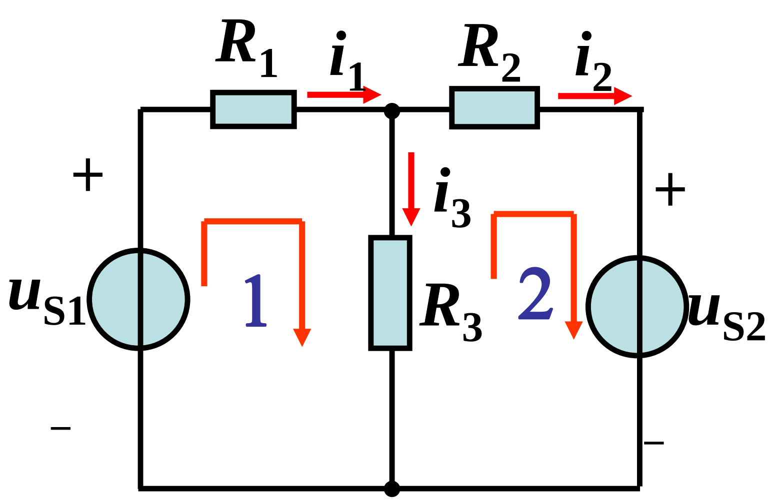
解题步骤：

（1）标出所有支路电流的参考方向

（2）列出n-1个独立的KCL方程

（3）列出b-(n-1)个独立的KVL方程

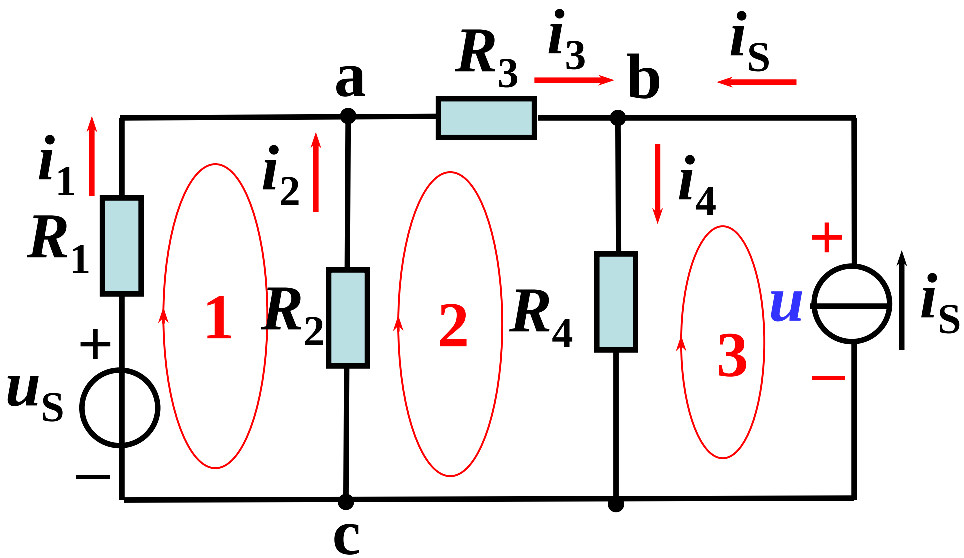
（4）解方程组



b=3, n=2

$$
\begin{cases}
i_1=i_2+i_3 & \text{------ (1)} \\
i_1R_1+i_3R_3=u_{s1} & \text{--- (2)} \\
i_2R_2+u_{s2}-i_3R_3=0 & \text{-- (3)}
\end{cases}
$$

例1. 列写如图电路的支路电流方程(含理想电流源支路)。



b=5, n=3　未知量是4个！

解：独立的KCL方程（2个）

$$\begin{cases} i_1+i_2=i_3 & (1) \\ i_3+i_s=i_4 & (2) \end{cases}$$

独立的KVL方程只需要列2个！

$$\begin{cases} R_1 i_1-R_2 i_2=u_S & (3) \\ R_2 i_2+R_3 i_3+R_4 i_4=0 & (4) \end{cases}$$

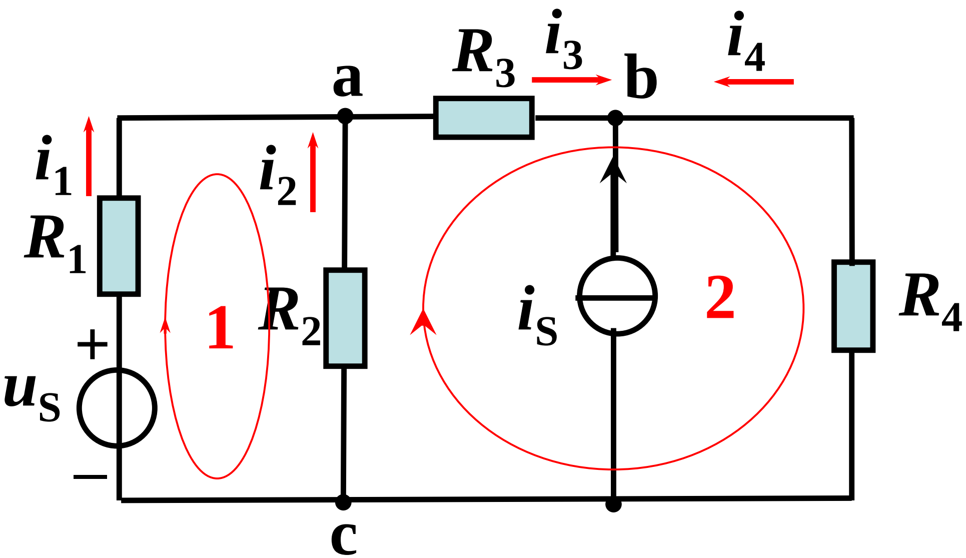
如何选择独立回路?

回路3：$-R_4 i_4+u=0$

如果对回路3列写KVL方程，会不会多出一个方程？

返回 BACK NEXT

b=5, n=3　　未知量是4个！



解:　　KCL方程:

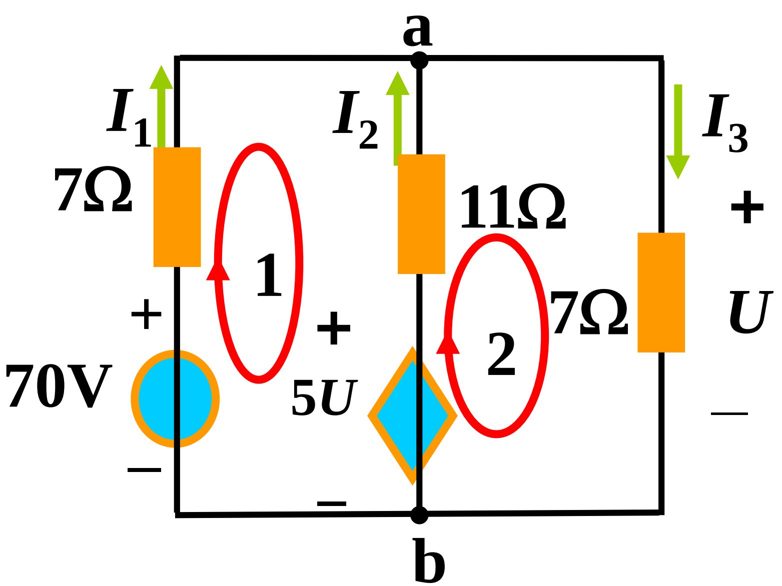
$$\begin{cases} i_1+i_2 = i_3 & (1) \\ i_3+i_4+i_s= 0 & (2) \end{cases}$$

KVL方程:

$$\begin{cases} R_1i_1-R_2i_2-u_s=0 & (3) \\ R_2i_2+R_3i_3-R_4i_4 = 0 & (4) \end{cases}$$

返回　BACK　NEXT

例2. 列写图示含受控源电路的支路电流方程。



方程列写分两步：

(1) 先将受控源看作独立源列方程；

(2) 将控制量用支路电流表示

b=3, n=2

解：KCL方程：

$$I_1+I_2=I_3 \quad (1)$$

KVL方程：

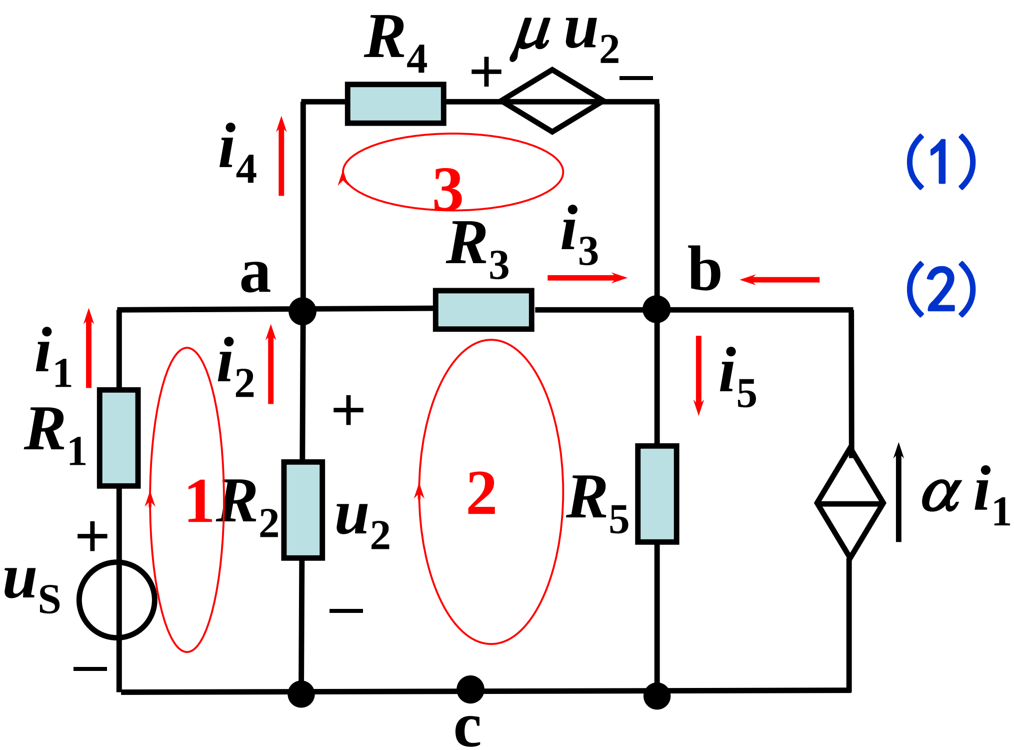
$$-70+7I_1-11I_2+5U=0 \quad (2)$$

$$11I_2+7I_3-5U=0 \quad (3)$$

补充方程： $U=7I_3$ （4）

返回 BACK NEXT

例3. 列写下图所示含受控源电路的支路电流方程。



$b=6,\ n=3$

未知电流是5个！

方程列写分两步：

(1) 先将受控源看作独立源列方程；

(2) 将控制量用支路电流表示

解：KCL方程：

$$\begin{cases} i_1+i_2=i_3+i_4 & (1) \\ i_3+i_4+\alpha i_1=i_5 & (2) \end{cases}$$

KVL方程：

$$\begin{cases} R_1 i_1-R_2 i_2-u_S=0 & (3) \\ R_2 i_2+R_3 i_3+R_5 i_5=0 & (4) \\ -R_3 i_3+R_4 i_4+\mu u_2=0 & (5) \end{cases}$$

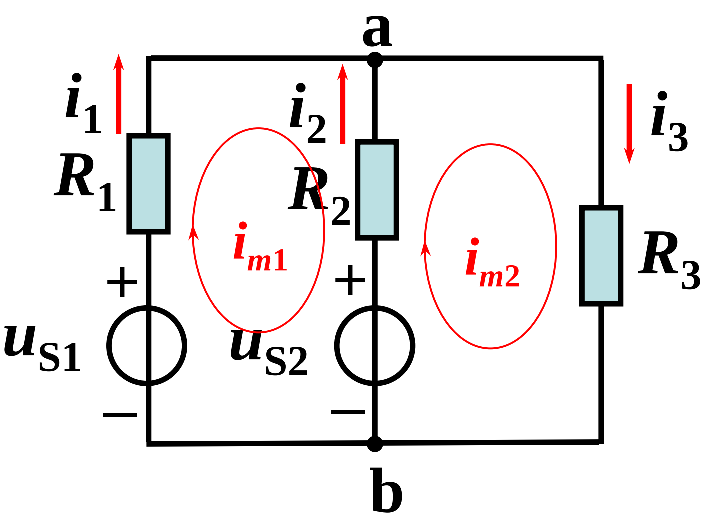
补充方程： $u_2=-R_2 i_2$ (6)

返回 BACK NEXT

2.5 网孔电流法

网孔电流法：以网孔电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。

什么是网孔电流？ 假想的沿着网孔边界流动的电流。



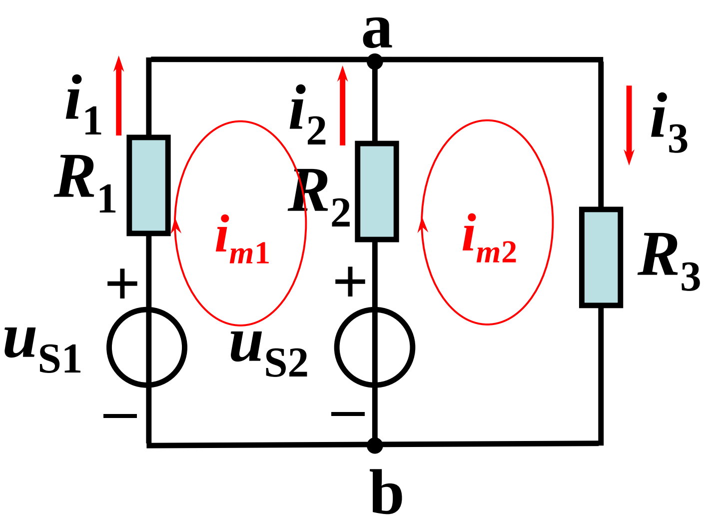
对图示两个网孔，其网孔电流分别为i_{m1}、 i_{m2}。

各支路电流可用网孔电流线性表示：

$i_1 = i_{m1}$， $i_2 = i_{m2} - i_{m1}$， $i_3 = i_{m2}$。

网孔电流是在网孔中闭合的，对每个相关结点均流进一次，流出一次，所以KCL自动满足。若以网孔电流为未知量列方程来求解电路，只需对网孔列写KVL方程。

◆网孔电流方程的建立



(1) 标明各网孔电流及其参考方向；

(2) 列写网孔的KVL方程；

$$\left.\begin{array}{l}\text{网孔1：}\ R_1 i_1 - R_2 i_2 + u_{S2} - u_{S1} = 0 \\ \text{网孔2：}\ R_2 i_2 + R_3 i_3 - u_{S2} = 0\end{array}\right\}$$

(3) 将上述方程中的各支路电流用网孔电流表示；

$i_1 = i_{m1}$， $i_2 = i_{m2} - i_{m1}$， $i_3 = i_{m2}$

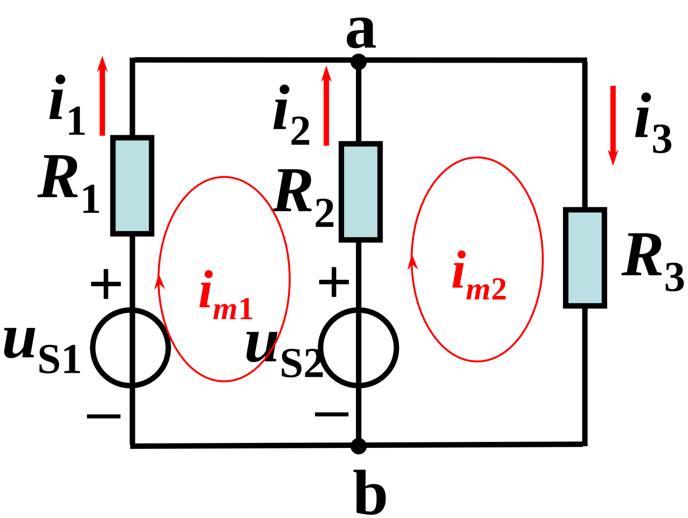
代入整理得，

$$\left.\begin{array}{l}(R_1 + R_2)\, i_{m1} - R_2 i_{m2} = u_{S1} - u_{S2} \\ -R_2 i_{m1} + (R_2 + R_3)\, i_{m2} = u_{S2}\end{array}\right\}$$

(4) 求解方程组得各网孔电流，进一步求各支路电压、电流。

网孔电流方程的一般形式

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}=u_{S11} \\ R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}=u_{S22} \end{cases}$$



$$\left.\begin{aligned} (R_1+R_2)\,i_{m1}-R_2 i_{m2}&=u_{S1}-u_{S2} \\ -R_2 i_{m1}+(R_2+R_3)\,i_{m2}&=u_{S2} \end{aligned}\right\}$$

自电阻总为正

$R_{11}=R_1+R_2$ —— 网孔1的**自电阻**。等于网孔1中所有电阻之和。

$R_{22}=R_2+R_3$ ——网孔2的**自电阻**。等于网孔2中所有电阻之和。

$R_{12}=R_{21}=-R_2$ —— 网孔1、网孔2之间的**互电阻**。等于两网孔公共电阻的正值或负值.

当两个网孔电流以相同方向流过公共电阻时取正号；否则取负号。

$u_{S11}=u_{S1}-u_{S2}$ ——网孔1中所有电压源电压升的代数和。

$u_{S22}=u_{S2}$ ——网孔2中所有电压源电压升的代数和。

沿着网孔电流的方向，电压源电压升高取**正**号，反之，取**负**号。

一般情况，对于具有n个网孔的电路，有

$$
\begin{cases}
R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+\ldots+R_{1n}i_{mn}=u_{S11} \\
R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+\ldots+R_{2n}i_{mn}=u_{S22} \\
\quad\cdots \\
R_{n1}i_{m1}+R_{n2}i_{m2}+\ldots+R_{nn}i_{mn}=u_{snn}
\end{cases}
$$

R_{kk}:自电阻(为正)，$k=1,2,\ldots,n$

R_{jk}:互电阻
- + :两个网孔电流以相同方向流过公共电阻
- − :两个网孔电流以相反方向流过公共电阻
- 0 : 无共同电阻

当网孔电流均取顺(或逆)时针方向时, 互阻R_{jk} 均为负！

网孔电流方程的实质就是KVL方程！

由KVL知： $\sum u = 0$

$$\longrightarrow \sum u_{降} = \sum u_{升}$$

$$\underbrace{R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+\ldots+R_{1n}\,i_{mn}}_{\text{所有电阻的电压降之和}}=\underbrace{u_{S11}}_{\text{所有电源的电压升之和}}$$

返回 BACK NEXT

网孔电流法的解题步骤：

(1) 标明网孔电流及其参考方向；

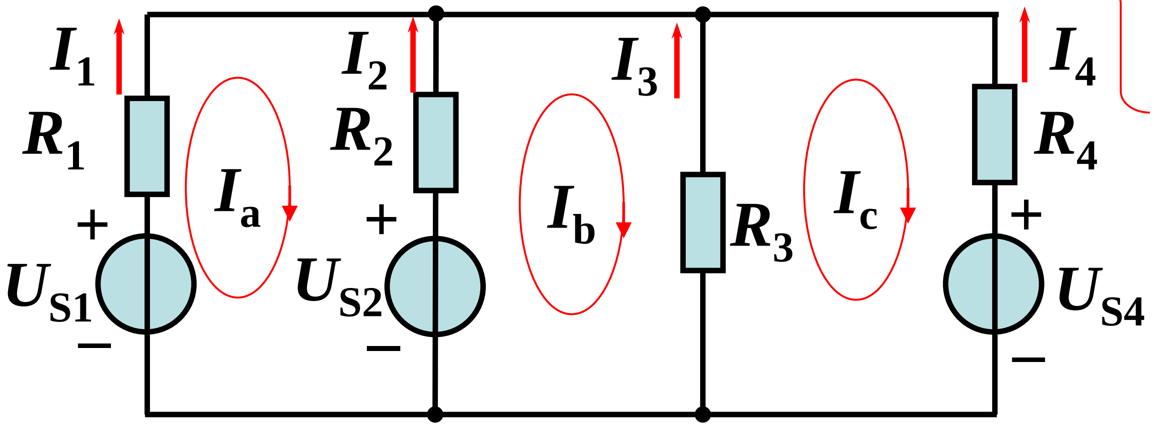
(2) 列写各网孔电流方程；

(3) 求解上述方程，得各网孔电流；

(4) 其它分析。

例1. 用网孔电流法求各支路电流。

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+R_{13}\,i_{m3}=u_{S11} \\ R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+R_{23}\,i_{m3}=u_{S22} \\ R_{31}i_{m1}+R_{32}i_{m2}+R_{33}\,i_{m3}=u_{s33} \end{cases}$$



解: (1) 设网孔电流I_a、I_b和I_c为顺时针方向。

(2) 列网孔方程:

$$\left.\begin{aligned} (R_1+R_2)I_a - R_2I_b &= U_{S1} - U_{S2} \\ -R_2I_a + (R_2+R_3)I_b - R_3I_c &= U_{S2} \\ -R_3I_b + (R_3+R_4)I_c &= -U_{S4} \end{aligned}\right\}$$

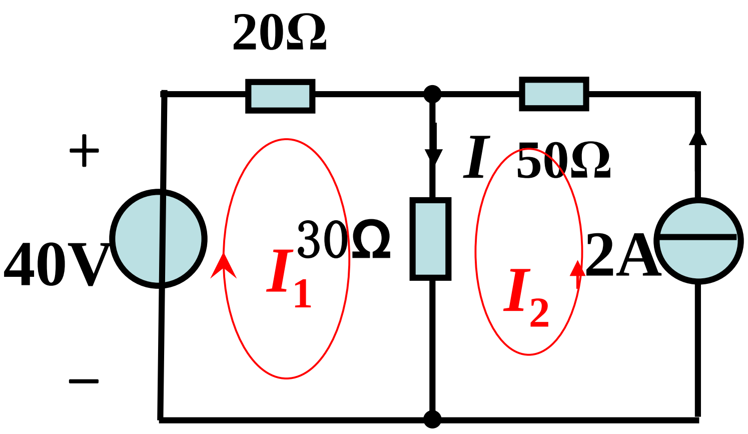
(3) 求解网孔方程，得 I_a , I_b , I_c

(4) 求各支路电流: $I_1 = I_a$ $\quad I_2 = I_b - I_a$

$I_3 = I_c - I_b$ $\quad I_4 = -I_c$

返回 BACK NEXT

例2 用网孔电流法求解电流I。



当电路中含有电流源，且电流源仅属于一个网孔时，则该网孔电流就等于电流源的电流值。

解：由于I_2=2A已知，

所以只需对网孔1列写方程。有：

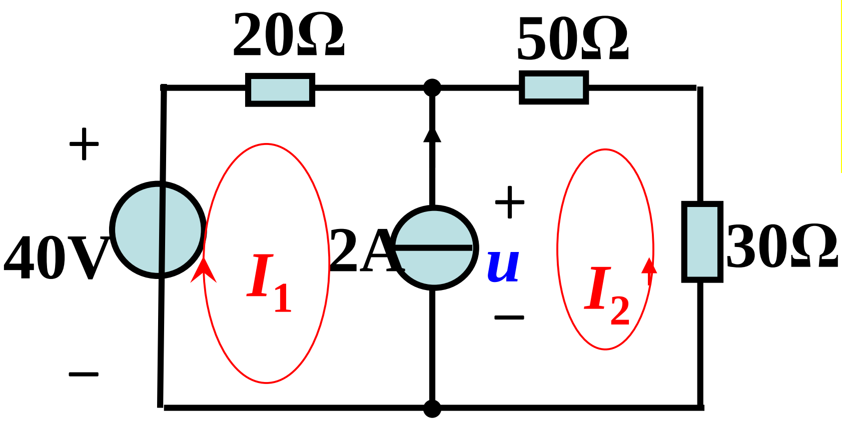
$$(20+30)I_1 + 30I_2 = 40$$

由此可得： I_1=-0.4A

故，$I=I_1+I_2$=-0.4+2=1.6A

问：若电流源在中间支路，又该如何列写网孔方程?

返回 BACK NEXT



当电路中含有电流源，且电流源**不属于一个网孔**时，不可把电流源电流当作网孔电流。

方法

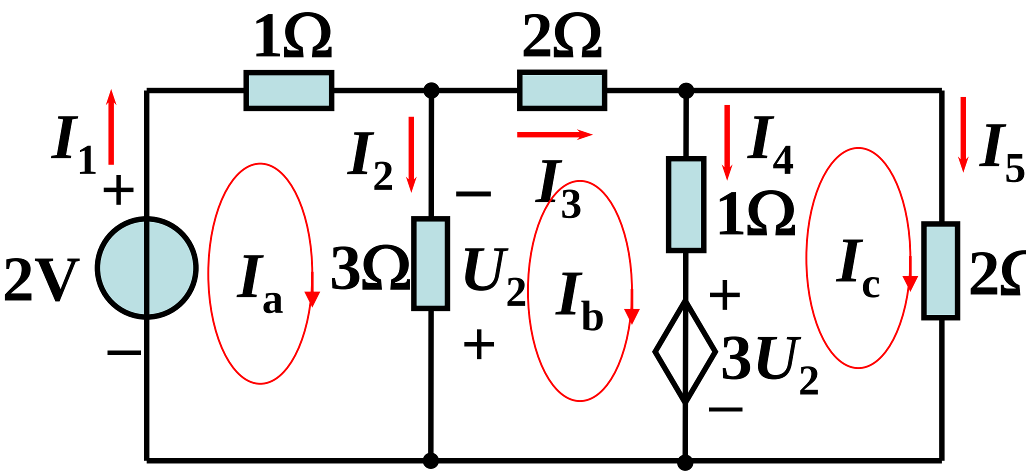
设**电流源电压** u 为变量。

$$\begin{cases} 20I_1 + u = 40 & (1) \\ u + (50+30)I_2 = 0 & (2) \end{cases}$$

补充方程： $I_1 + I_2 = -2$ (3)

方程的个数够吗？

例3 用网孔电流法求含有受控电压源电路的各支路电流。



3个网孔的网孔电流方程一般形式

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+R_{13}\,i_{m3}=u_{S11} \\ R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+R_{23}\,i_{m3}=u_{S22} \\ R_{31}i_{m1}+R_{32}i_{m2}+R_{33}\,i_{m3}=u_{s33} \end{cases}$$

解:

① $\begin{cases} 4I_a-3I_b=2 \\ -3I_a+6I_b-I_c=-3U_2 \\ -I_b+3I_c=3U_2 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} I_a=1.19\text{A} \\ I_b=0.92\text{A} \\ I_c=-0.51\text{A} \end{cases}$

② $U_2=3(I_b-I_a)$

各支路电流为:

$I_1= I_a=1.19\text{A},\ I_2= I_a- I_b=0.27\text{A},\ I_3= I_b=0.92\text{A},$

$I_4= I_b- I_c=1.43\text{A},\ I_5= I_c= –0.52\text{A}.$

回路电流法： 以b-(n-1)个独立回路电流为未知量

网孔电流法是回路电流法的一个特例。网孔法只适用于平面电路，而回路法对非平面电路同样适用。

一般情况，对于具有n个独立回路的电路，有

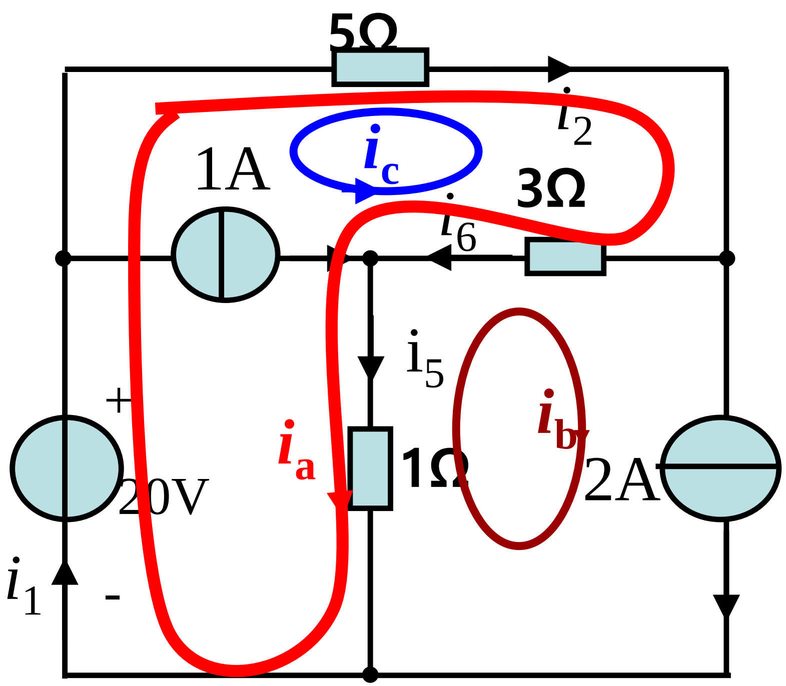
$$\begin{cases} R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l2}+\dots+R_{1n}\,i_{ln}=u_{S11} \\ R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l2}+\dots+R_{2n}\,i_{ln}=u_{S22} \\ \qquad\dots \\ R_{n1}i_{l1}+R_{n2}i_{l2}+\dots+R_{nn}\,i_{ln}=u_{snn} \end{cases}$$

R_{kk}:第k个回路的自电阻(为正)，$k=1,2,\dots,n$

R_{jk}:互电阻
- + :两个回路电流以相同方向流过公共电阻
- − :两个回路电流以相反方向流过公共电阻
- 0 : 无共同电阻

返回 BACK NEXT

例1　用回路电流法求图示电路各支路电流。



思路：为减少联立方程数目，选择独立回路的原则是使每个电流源支路只流过一个回路电流。

解：选择图示三个回路电流，则 i_b=2A,i_c=1A。只需列写i_a所在的回路方程。

$$(5+3+1)i_a-(1+3)i_b-(5+3)i_c=20$$

解得i_a=4A

故$i_1=i_a$=4A

$i_2=i_a-i_c$=4-1=3A

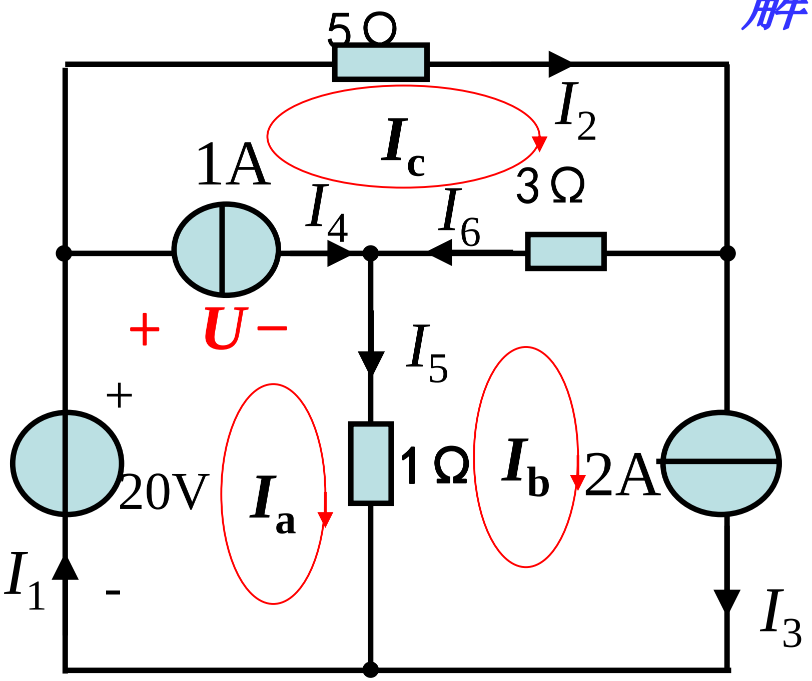
$i_5=i_a-i_b$=4-2=2A

$i_6=i_a-i_b-i_c$=1A

回路电流方程的一般形式为

$$R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l2}+\ldots+R_{1n}i_{ln}=u_{S11}$$

此题用网孔电流法需要列写几个方程?



解:(1) 设网孔电流I_a、I_b和I_c为顺时针方向。

(2) 列网孔方程:

网孔电流 I_b是唯一流过电流源支路的网孔电流，故 $I_b = 2A$

只需对网孔a和网孔c列方程.

设电流源I_4 端电压为U:

$$\begin{cases} I_a - I_b = 20 - U \\ -3I_b + 8I_c = U \end{cases}$$

补充方程: $I_a - I_c = 1$

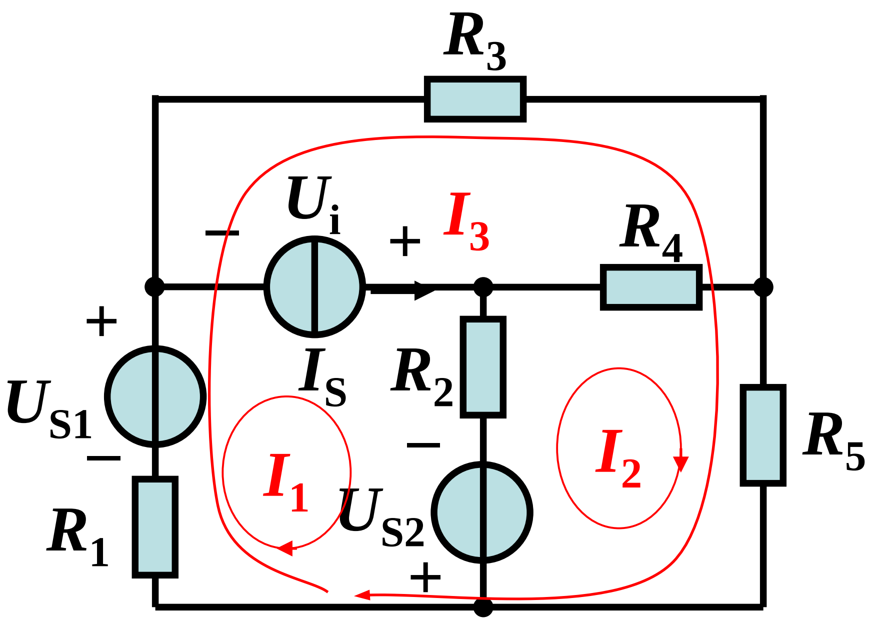
(3) 求解网孔方程，得 $I_a = 4A \quad I_c = 3A$

(4) 求各支路电流: $I_1 = I_a = 4A \qquad I_2 = I_c = 3A$

返回

$I_5 = I_a - I_b = 2A \qquad I_6 = I_c - I_b = 1A$

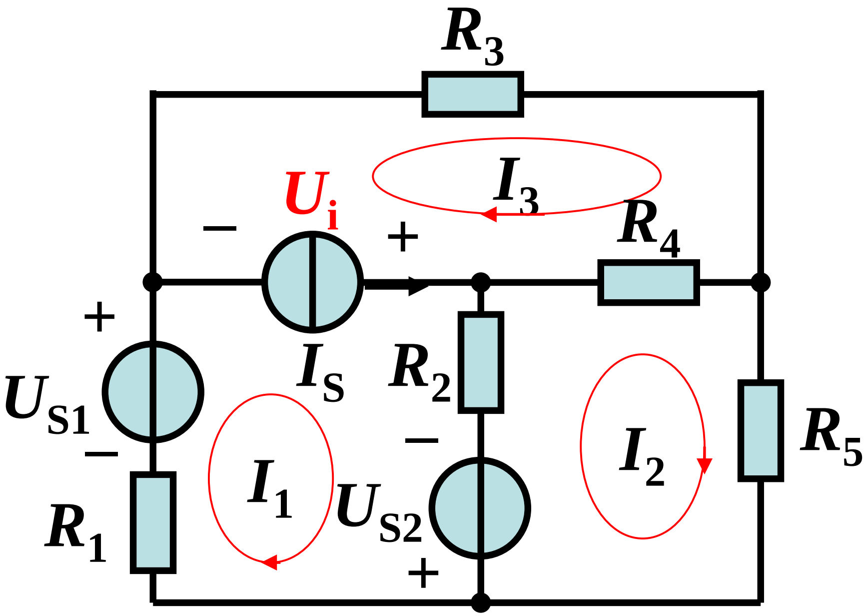
BACK NEXT



例2：列写含有理想电流源电路的回路电流方程。

方法1： 选取独立回路时，使理想电流源支路仅仅属于一个回路，该回路电流即为I_S。

$$\begin{cases} I_1 = I_S \\ -R_2 I_1 + (R_2+R_4+R_5) I_2 + R_5 I_3 = -U_{S2} \\ R_1 I_1 + R_5 I_2 + (R_1+R_3+R_5) I_3 = U_{S1} \end{cases}$$



例2：列写含有理想电流源电路的回路电流方程。

方法2： 以网孔为独立回路。引入电流源电压为变量，增加网孔电流和电流源电流的关系方程。

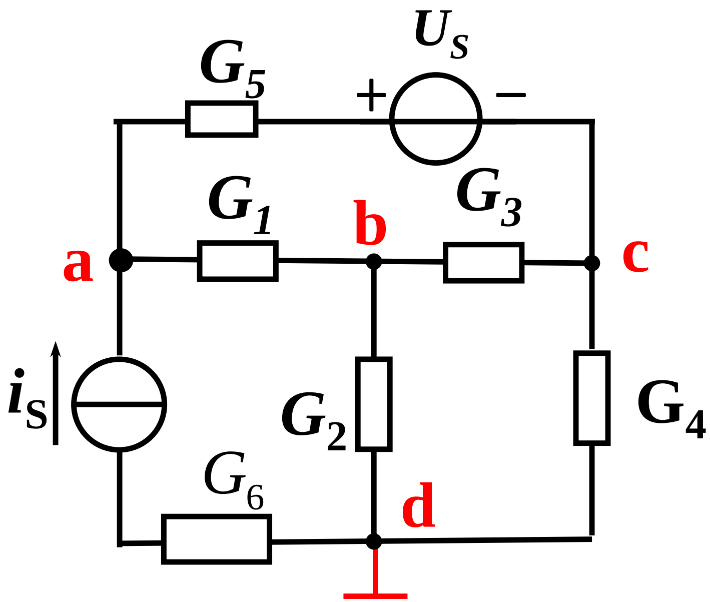
$$\begin{cases} (R_1+R_2)I_1-R_2I_2=U_{S1}+U_{S2}+U_i \\ -R_2I_1+(R_2+R_4+R_5)I_2-R_4I_3=-U_{S2} \\ -R_4I_2+(R_3+R_4)I_3=-U_i \\ I_S=I_1-I_3 \end{cases}$$

返回 BACK NEXT

2.6 节点电压法

节点电压：

选取某一个节点为参考节点(电位为0)，则其余的(n-1)个节点到参考节点的压降称为该节点的节点电压。



$$V_a = U_{ad}$$

$$V_b = U_{bd}$$

$$V_c = U_{cd}$$

节点电压法：

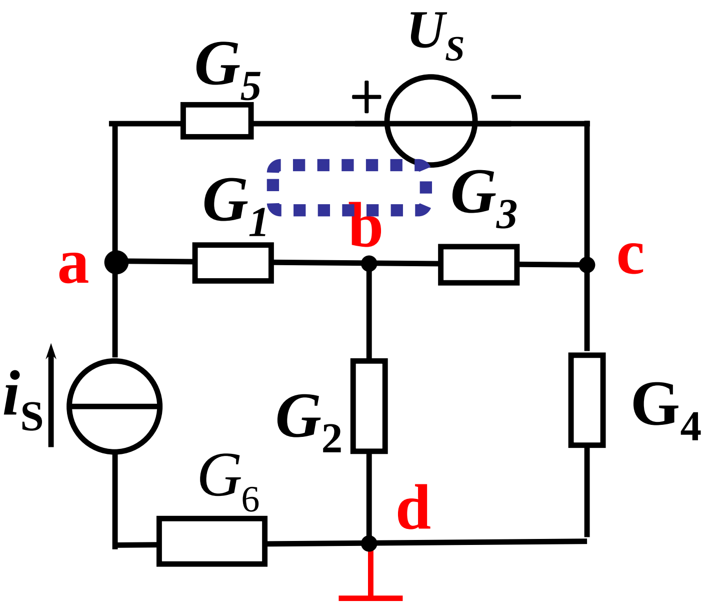
返回

以节点电压为未知量列写电路方程分析电路的方法。

BACK NEXT

节点电压法：

以节点电压为未知量列写电路方程分析电路的方法。



各支路电压可用节点电压线性表示：

$u_{ab}= V_a - V_b$， $u_{bc}= V_b - V_c$ ， $u_{ca}= V_c - V_a$

对该回路

$$u_{ab}+u_{bc}+u_{ca}=V_a-V_b+V_b-V_c+V_c-V_a$$

$=0$

显然，对于电路中的任一回路，各支路电压用节点电压表示后**KVL自动满足**。若以节点电压为未知量列方程来求解电路，只需对节点**列写KCL方程**。

节点电压方程的实质是KCL方程。

返回 BACK NEXT

推导节点电压方程步骤：

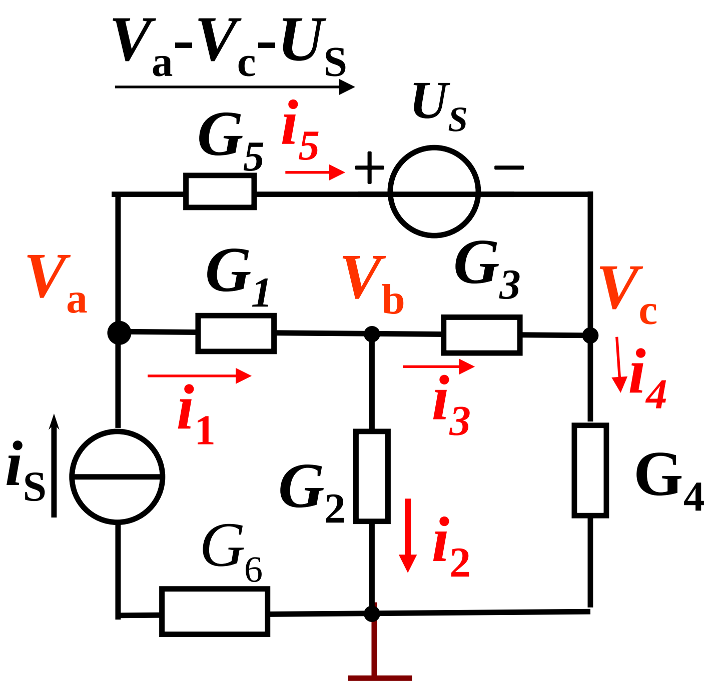
（1）标出所有支路电流的参考方向

（2）选择参考节点，标出各节点电压

（3）用节点电压表示支路电流

（4）列出n-1个独立的KCL方程

（5）将各支路电流代入，得节点电压方程



$$
\begin{cases}
i_1=(V_a-V_b)/R_1=(V_a-V_b)G_1 \\
i_2=(V_b-0)/R_2=V_bG_2 \\
i_3=(V_b-V_c)/R_3=(V_b-V_c)G_3 \\
i_4=(V_c-0)/R_4=V_cG_4 \\
i_5=(V_a-V_c-U_S)/R_5=(V_a-V_c-U_S)G_5
\end{cases}
$$

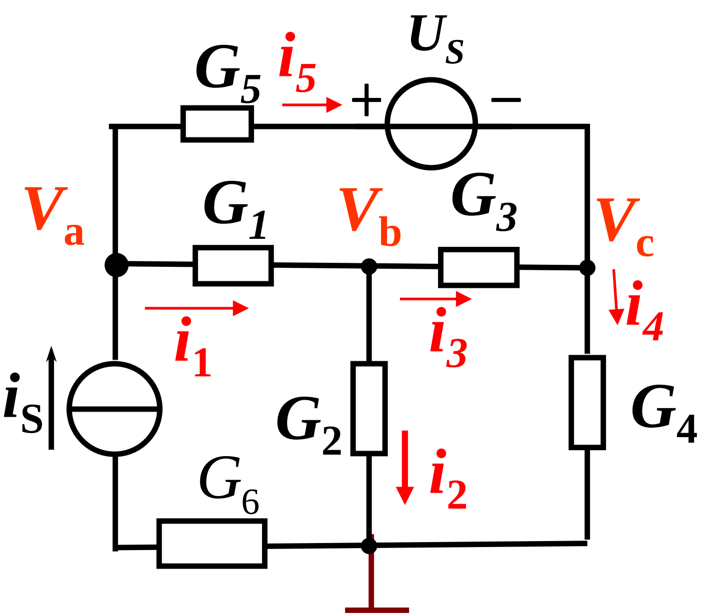
$$
\begin{cases}
G_{11}V_1+G_{12}V_2+G_{13}V_3=\sum i_{s1}+\sum U_{s1}G_1\\
G_{21}V_1+G_{22}V_2+G_{23}V_3=\sum i_{s2}+\sum U_{s2}G_2\\
G_{31}V_1+G_{32}V_2+G_{33}V_3=\sum i_{s3}+\sum U_{s3}G_3
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
(G_1+G_5)V_a-G_1V_b-G_5V_c=i_S+G_5U_S & \text{------ (1)}\\
-G_1V_a+(G_1+G_2+G_3)V_b-G_3V_c=0 & \text{------ (2)}\\
-G_1V_a-G_3V_b+(G_3+G_4+G_5)V_c=-G_5U_S & \text{------ (3)}
\end{cases}
$$

自电导

互电导

返回 BACK NEXT



$G_{11}=G_1+G_5$ —节点1的自电导，等于接在节点1上所有支路的电导之和。但不包括与理想电流源串联的电导。

$G_{22}=G_1+G_2+G_3$ — 节点2的自电导，等于接在节点2上所有支路的电导之和。

$G_{12}= G_{21} =-G_1$ —节点1与节点2之间的互电导，等于直接联接在节点1与节点2之间的所有支路的电导之和，并冠以负号。

- 自电导总为正，
- 互电导总为负或零（两节点无直接相连的支路时）。

* 电流源支路电导为零。

$$\begin{cases} G_{11}V_1+G_{12}V_2+G_{13}V_3=\sum i_{s1}+\sum U_{s1}G_1 \\ G_{21}V_1+G_{22}V_2+G_{23}V_3=\sum i_{s2}+\sum U_{s2}G_2 \\ G_{31}V_1+G_{32}V_2+G_{33}V_3=\sum i_{s3}+\sum U_{s3}G_3 \end{cases}$$

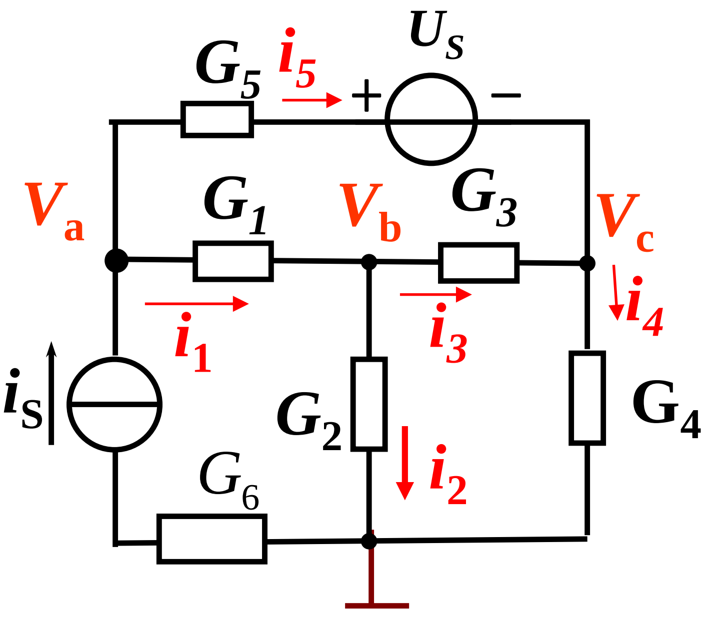
$\sum i_{sk}$：k=1,2,3，与该节点相连的全部电流源电流的代数和

电流方向流入取正，流出取负。

$\sum U_{sk}G_k$：k=1,2,3，与该节点相联的电压源串联电阻支路转换成等效电流源后源电流的代数和

电压源的正极与该节点相连取正，负极与该节点相连取负。

返回 BACK NEXT



$$
\begin{cases}
(G_1+G_5)V_a - G_1V_b - G_5V_c = i_S + G_5U_S & \text{----- (1)} \\
-G_1V_a + (G_1+G_2+G_3)V_b - G_3V_c = 0 & \text{----- (2)} \\
-G_5V_a - G_3V_b + (G_3+G_4+G_5)V_c = -G_5U_S & \text{----- (3)}
\end{cases}
$$

一般情况，对于具有m 个独立节点的电路，有

$$
\begin{cases}
G_{11}V_1 + G_{12}V_2 + \cdots + G_{1m}V_m = \sum i_{s1} + \sum U_{s1}G_1 \\
G_{21}V_1 + G_{22}V_2 + \cdots + G_{2m}V_m = \sum i_{s2} + \sum U_{s2}G_2 \\
\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
G_{m1}V_1 + G_{m2}V_2 + \cdots + G_{mm}V_m = \sum i_{sm} + \sum U_{sm}G_m
\end{cases}
$$

其中

G_{kk}:自电导（为正），k=1,2,…m

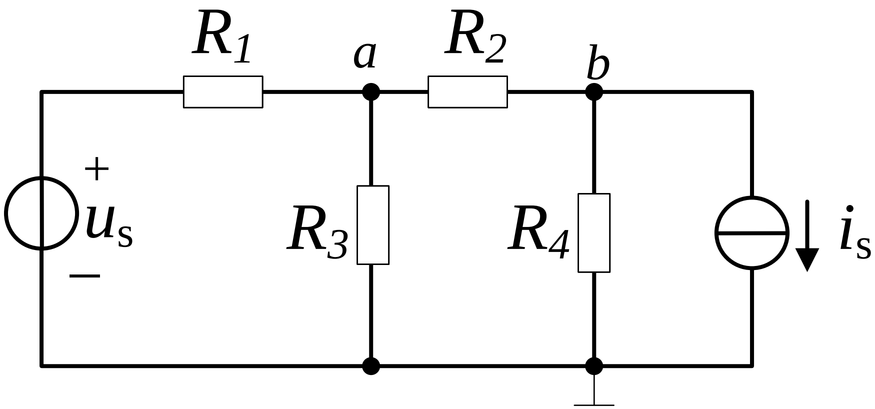
G_{jk}:互电导(为负或者为0），j≠k

$\sum i_{sk}$：k=1,2,…m，流进节点k的全部电流源电流的代数和

$\sum U_{sk}G_k$：k=1,2,…m，与节点k相联的电压源串联电阻支路转换成等效电流源后流入节点k的源电流的代数和

返回 BACK NEXT

例1 列写图示电路的节点电压方程。

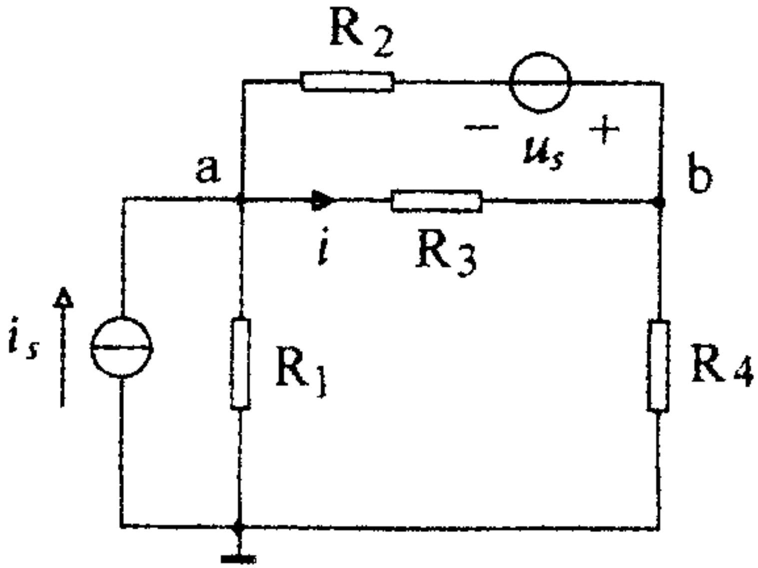


$$\begin{cases} G_{11}V_1 + G_{12}V_2 = \sum i_{s1} + \sum U_{s1}G_1 \\ G_{21}V_1 + G_{22}V_2 = \sum i_{s2} + \sum U_{s2}G_2 \end{cases}$$

解:

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right)V_a - \dfrac{1}{R_2}V_b = \dfrac{u_S}{R_1} \\ \left(\dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_4}\right)V_b - \dfrac{1}{R_2}V_a = -i_S \end{cases}$$

返回 BACK NEXT

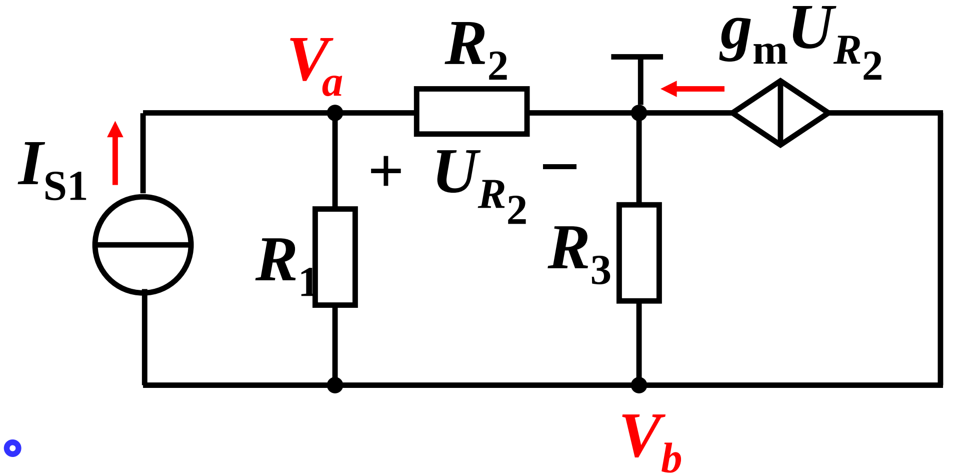

R 2
− u_s +
a
b
i
R 3
i_s
R 1
R 4

例2 列写图示含受控源电路的节点电压方程。

方程列写分2步：

(1)先把受控源当作独立源列写方程；

(2)再把控制量用节点电压表示。



$$\begin{cases} G_{11}V_1 + G_{12}V_2 = \sum i_{s1} + \sum U_{s1}G_1 \\ G_{21}V_1 + G_{22}V_2 = \sum i_{s2} + \sum U_{s2}G_2 \end{cases}$$

解：

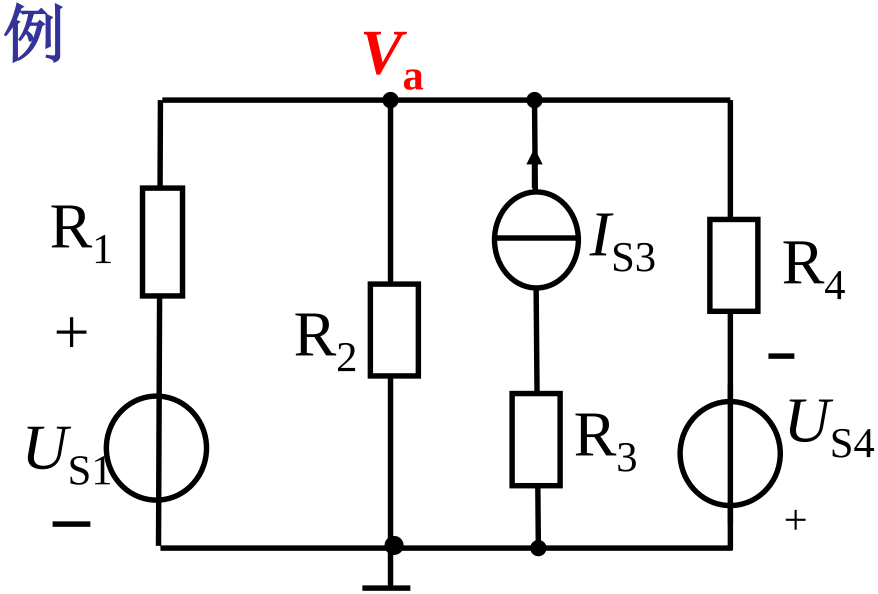
$$\begin{cases} (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})V_a - \frac{1}{R_1}V_b = I_{S1} \\ -\frac{1}{R_1}V_a + (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3})V_b = -g_m U_{R_2} - I_{s1} \\ U_{R_2} = V_a \end{cases}$$

返回 BACK NEXT

弥尔曼定理 ——适用于只含有两个节点的电路

$$G_{11}V_1=\sum i_{s1}+\sum U_{s1}G_1 \qquad V_1=\frac{\sum U_sG+\sum I_s}{G_{11}}$$

例



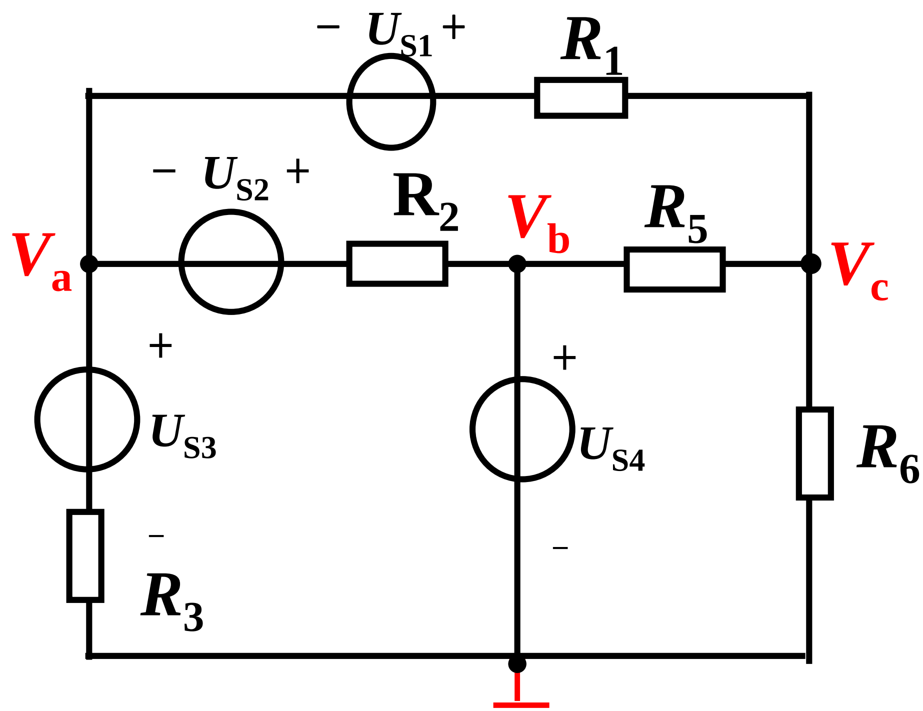
$$V_a=\frac{\frac{U_{S1}}{R_1}-\frac{U_{S4}}{R_4}+I_{S3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}}$$

返回 BACK NEXT

含纯理想电压源支路的节点电压法：

（1）对只含一条纯理想电压源支路的电路，可取纯理想电压源支路的一端为参考节点。

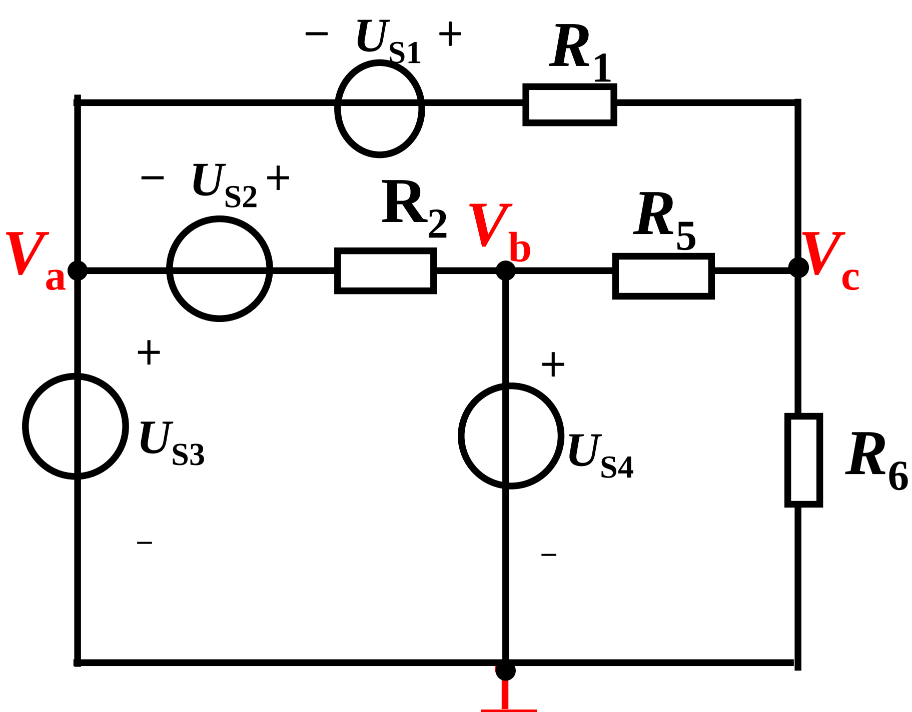
则　$V_b = U_{s4}$



只需对节点a、c列节点电压方程

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}\right)V_a-\dfrac{1}{R_2}V_b-\dfrac{1}{R_1}V_c=-\dfrac{U_{S1}}{R_1}-\dfrac{U_{S2}}{R_2}+\dfrac{U_{S3}}{R_3} \\ -\dfrac{1}{R_1}V_a-\dfrac{1}{R_5}V_b+\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_5}+\dfrac{1}{R_6}\right)V_c=\dfrac{U_{S1}}{R_1} \end{cases}$$

（2）对含两条或两条以上纯理想电压源支路，但它们汇集于一节点的电路，可取该汇集点为参考节点。



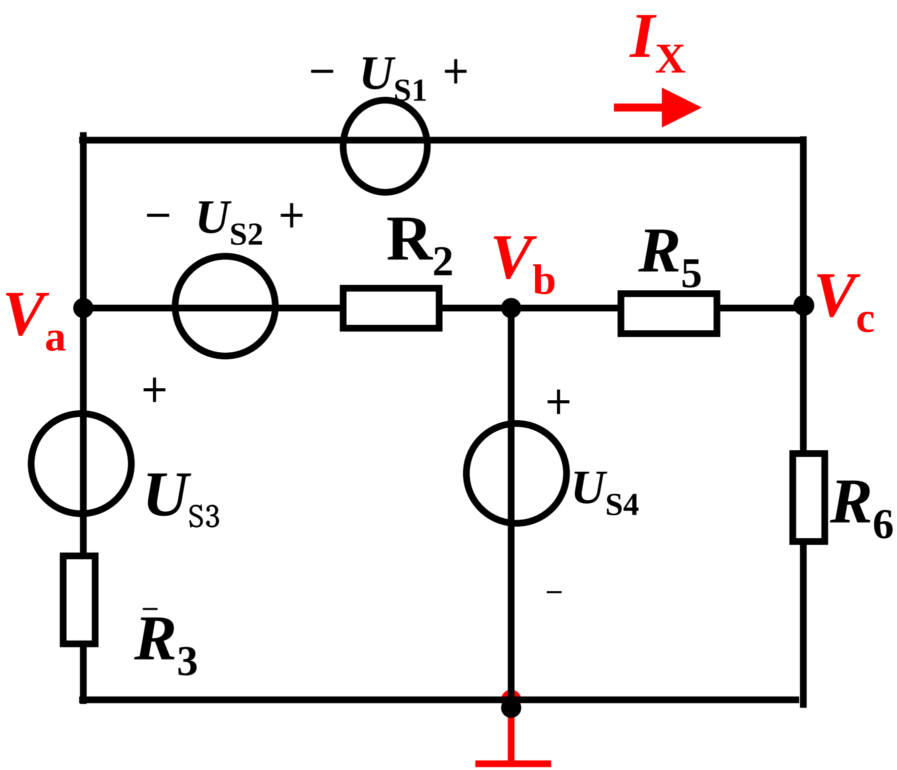
则 $V_a = U_{s3}$, $V_b = U_{s4}$

故只需对节点c列节点电压方程

$$-\frac{1}{R_1}V_a - \frac{1}{R_5}V_b + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}\right)V_c = \frac{U_{S1}}{R_1}$$

返回 BACK NEXT

（3）如果电路中含有一个以上的纯理想电压源支路，且它们不汇集于同一点，如下图：



如图选择参考节点，

则$V_b=U_{S4}$

需对节点a、c列写方程。

此时必须考虑**电压源的电流**！

$$\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)V_a-\frac{1}{R_2}V_b=-I_X-\frac{U_{S2}}{R_2}+\frac{U_{S3}}{R_3}$$

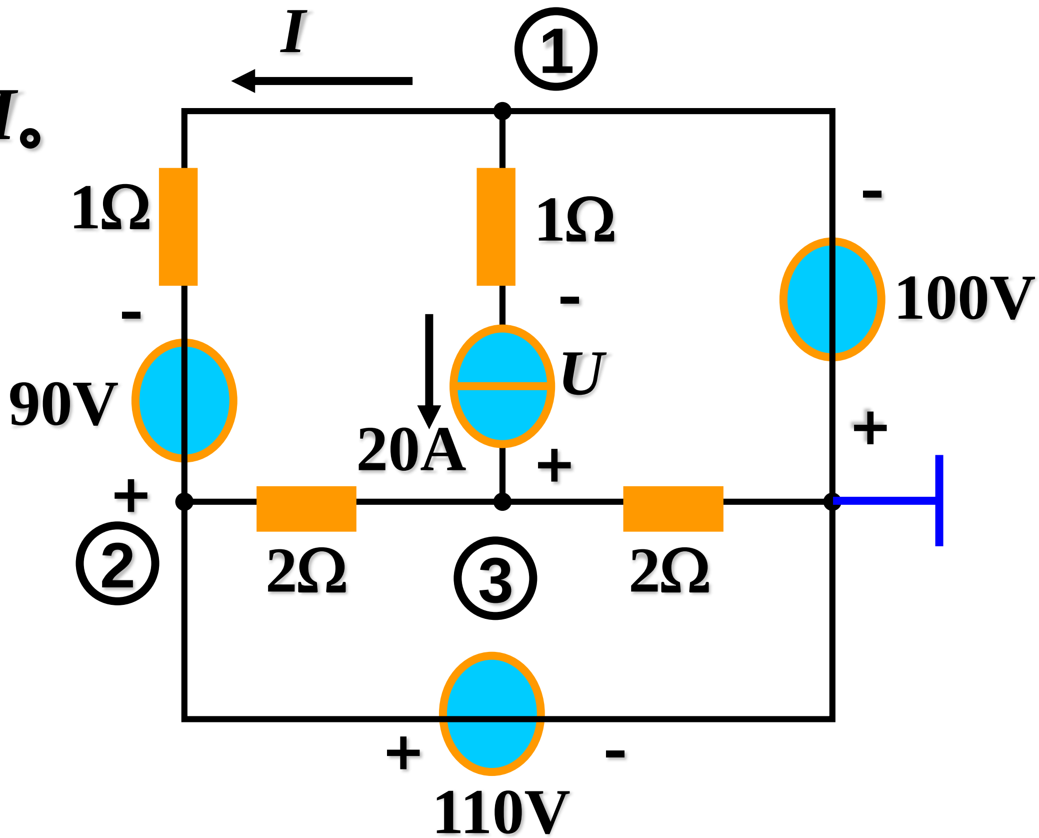
$$-\frac{1}{R_5}V_b+\left(\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)V_c=I_X$$

再补充约束方程：

$$V_c-V_a=U_{s1}$$

例 应用节点电压法求*I*。

解:

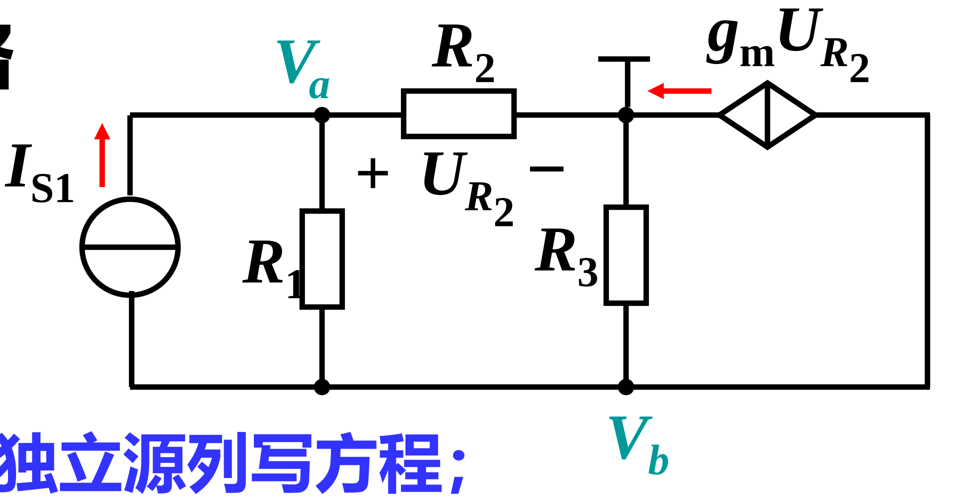


V_1=-100V;

V_2=110V

返回 BACK NEXT

例．列写图示含VCCS电路的节点电压方程。



思路：

(1)先把受控源当作独立源列写方程；

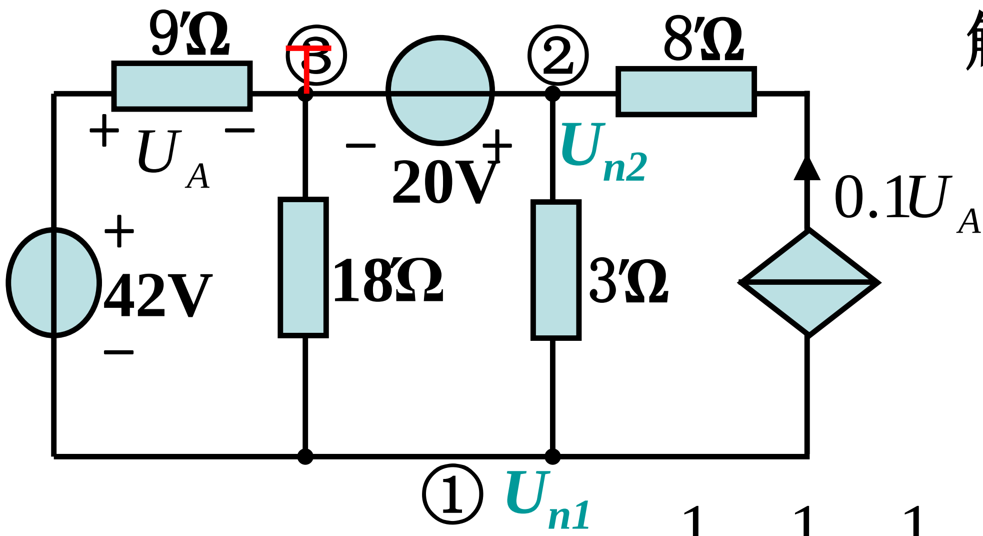
(2)再把控制量用节点电压表示。

解：

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)V_a-\dfrac{1}{R_1}V_b=I_{S1} \\ -\dfrac{1}{R_1}V_a+\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_3}\right)V_b=-g_{\mathrm{m}}U_{R_2}-I_{s1} \\ U_{R_2}=V_{\mathrm{a}} \end{cases}$$

返回 BACK NEXT

例．电路如图所示，用节点电压法求流过8Ω电阻的电流。



解：选取节点③为参考节点

则

U_{n2}=20V　(1)

对节点①列写方程：

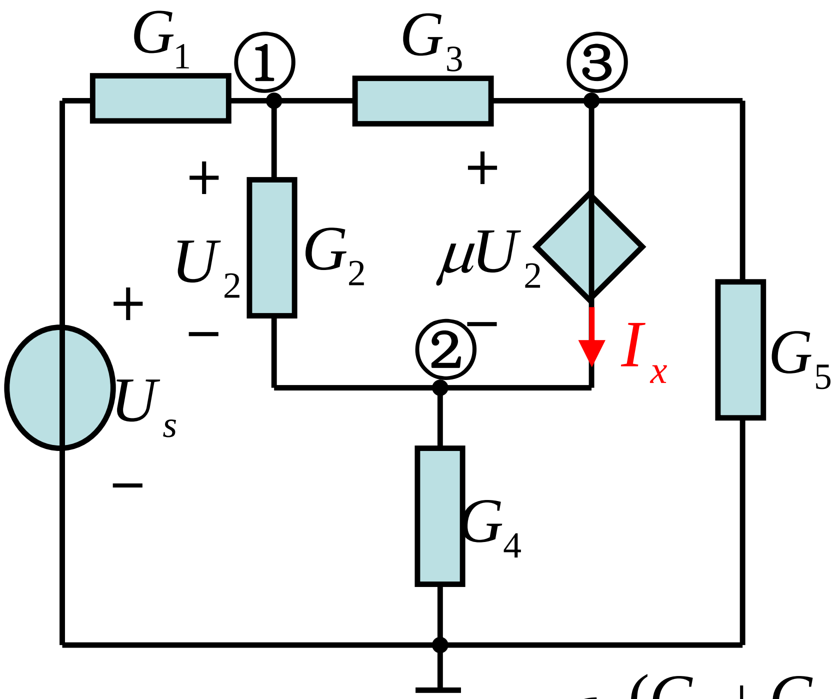
$$(\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{3})U_{n1}-\frac{1}{3}U_{n2}=-\frac{42}{9}-0.1U_A \quad (2)$$

将控制量用节点电压表示：$U_A=U_{n1}+42$　(3)

解方程得：$\boxed{U_{n1}=-\frac{11}{3}V}$

流过8Ω电阻的电流：$\boxed{0.1U_A=\frac{23}{6}A}$

例．列出如图所示电路的节点方程。



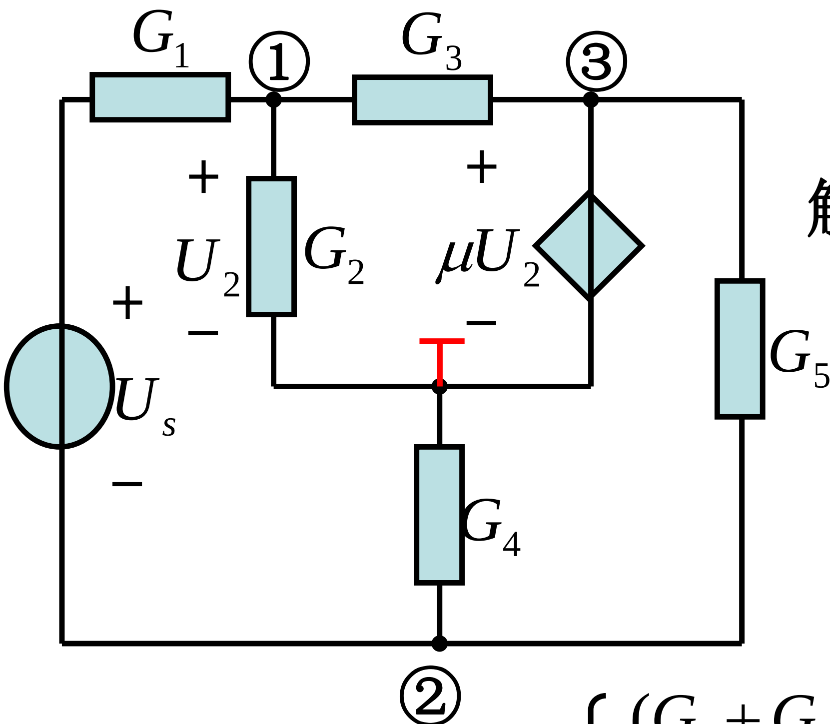
解：设流过受控电压源的电流如图所示：

对节点①、②、③列写方程：

$$\begin{cases} (G_1+G_2+G_3)U_{n1}-G_2U_{n2}-G_3U_{n3}=G_1U_s \\ -G_2U_{n1}+(G_2+G_4)U_{n2}=I_x \\ -G_3U_{n1}+(G_3+G_5)U_{n3}=-I_x \end{cases}$$

补充方程：$U_{n3}-U_{n2}=\mu U_2$

$$U_2=U_{n1}-U_{n2}$$



解： 若如图所示选择参考节点，则

$$U_{n3} = \mu U_2$$

对节点①、②列写方程：

$$\begin{cases} (G_1 + G_2 + G_3)U_{n1} - G_1 U_{n2} - G_3 U_{n3} = G_1 U_s \\ -G_1 U_{n1} + (G_1 + G_4 + G_5)U_{n2} - G_5 U_{n3} = -G_1 U_s \end{cases}$$

补充方程： $U_2 = U_{n1}$

例4 列写电路的节点电压方程。

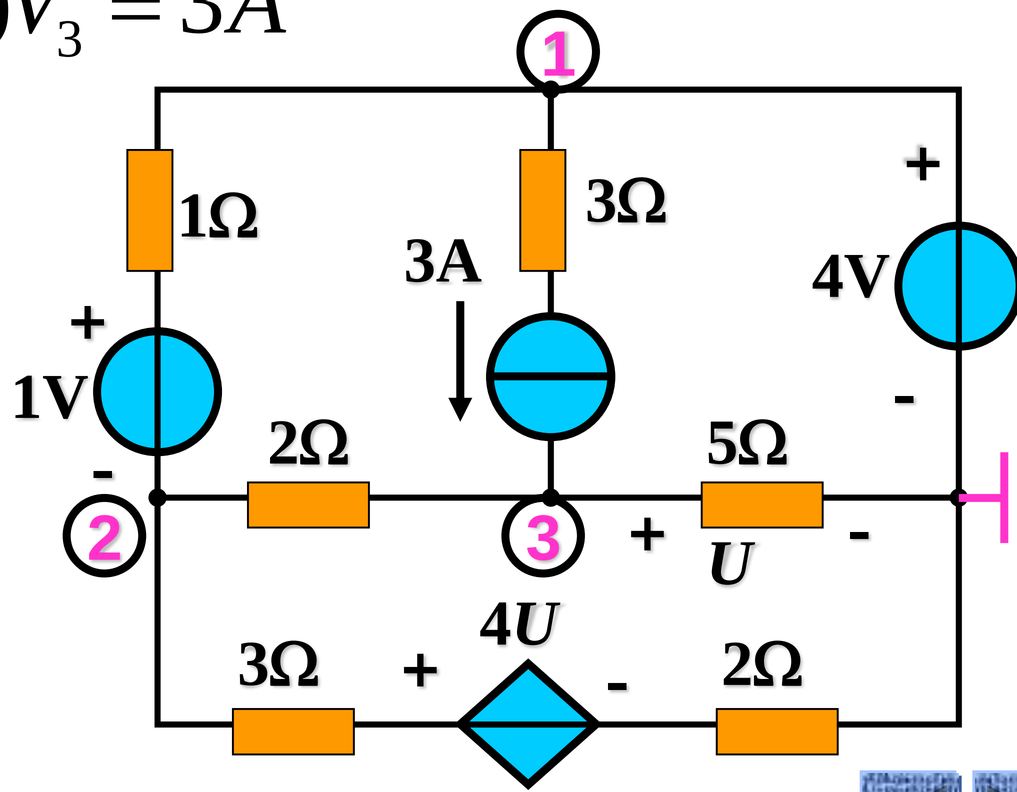
$$V_1 = 4V$$

$$-V_1 + (1 + 0.5 + \frac{1}{3+2})V_2 - 0.5V_3 = -1 + \frac{4U}{5}$$

$$-0.5V_2 + (0.5 + 0.2)V_3 = 3A$$

增补方程：

$$U = V_3$$



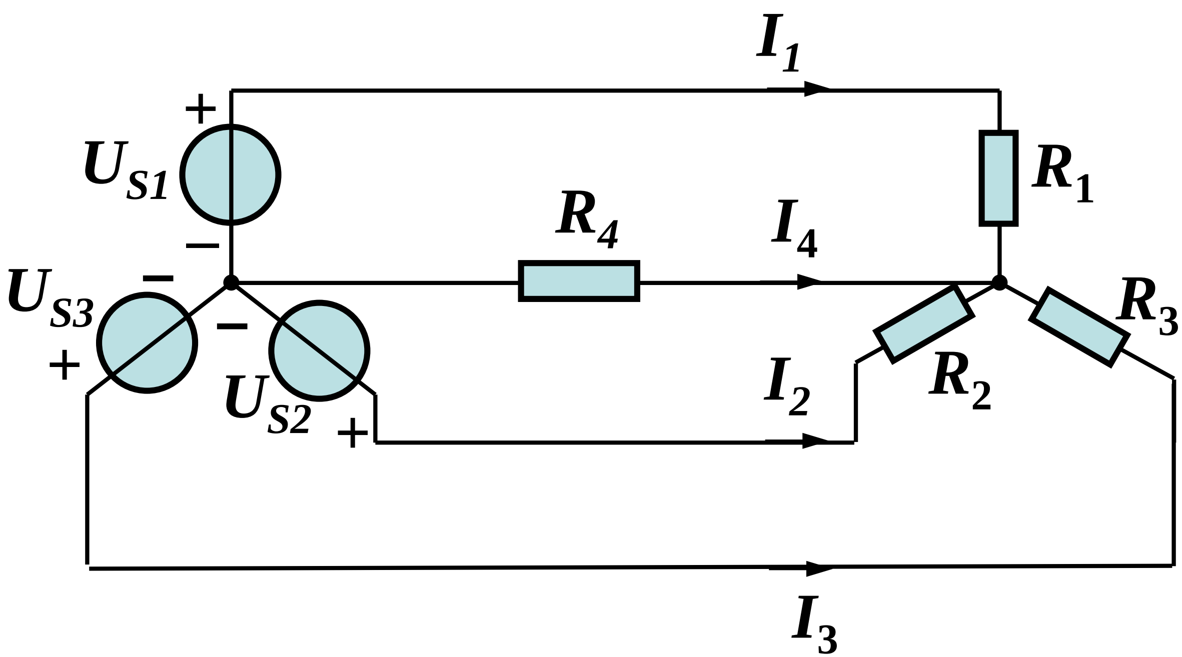
回路法和节点法比较

	方程实质	标准方程	参数正负号	受控源处理
回路电流法	KVL	$\begin{cases} R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l2}+R_{13}\,i_{l3}=u_{S11} \\ R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l2}+R_{23}\,i_{l3}=u_{S22} \\ R_{31}i_{l1}+R_{32}i_{l2}+R_{33}\,i_{l3}=u_{s33} \end{cases}$	自电阻为正 互电阻有正负或0 右端电源电压升高为正	用回路电流表示控制量
节点电压法	KCL	$\begin{cases} G_{11}V_1+G_{12}V_2+G_{13}V_3=\sum i_{s1}+\sum U_{s1}G_1 \\ G_{21}V_1+G_{22}V_2+G_{23}V_3=\sum i_{s2}+\sum U_{s2}G_2 \\ G_{31}V_1+G_{32}V_2+G_{33}V_3=\sum i_{s3}+\sum U_{s3}G_3 \end{cases}$	自电导为正 互电导为负或0 右端电流流入为正	用节点电压表示控制量

回路电流法适用于独立回路较少的电路

节点电压法适用于独立节点数较少的电路

例1 求各支路电流。



分析： 节点数2个，独立回路3个

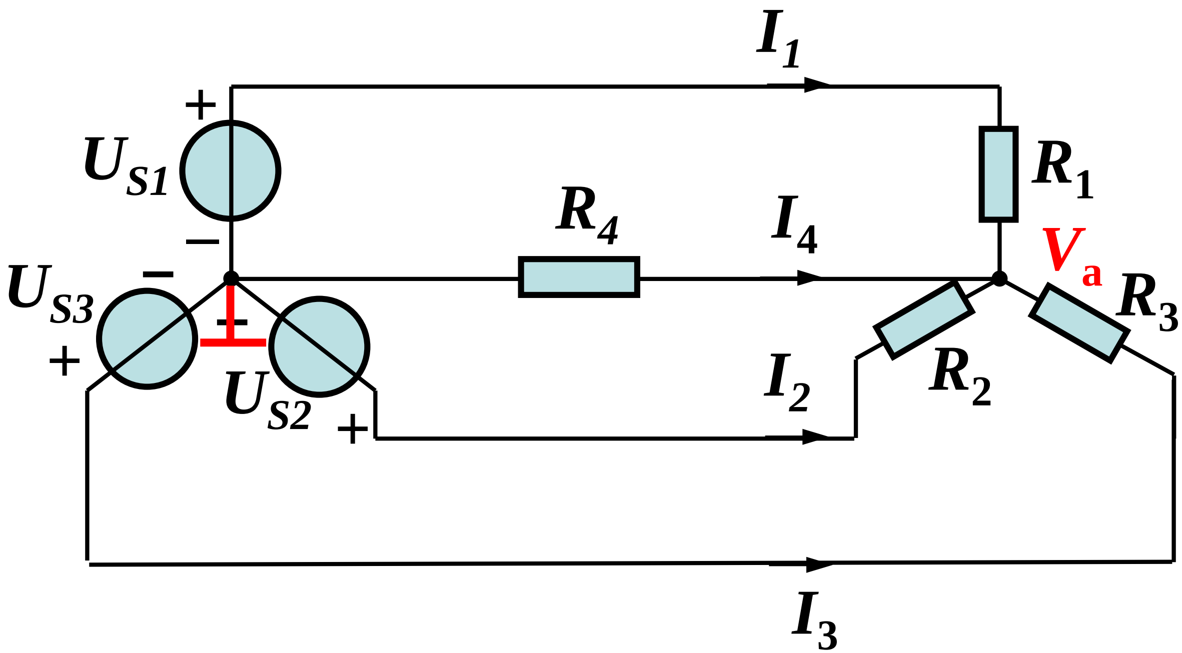
节点电压方程只需列1个!

回路电流方程需要列3个!

采用节点法!

返回 BACK NEXT

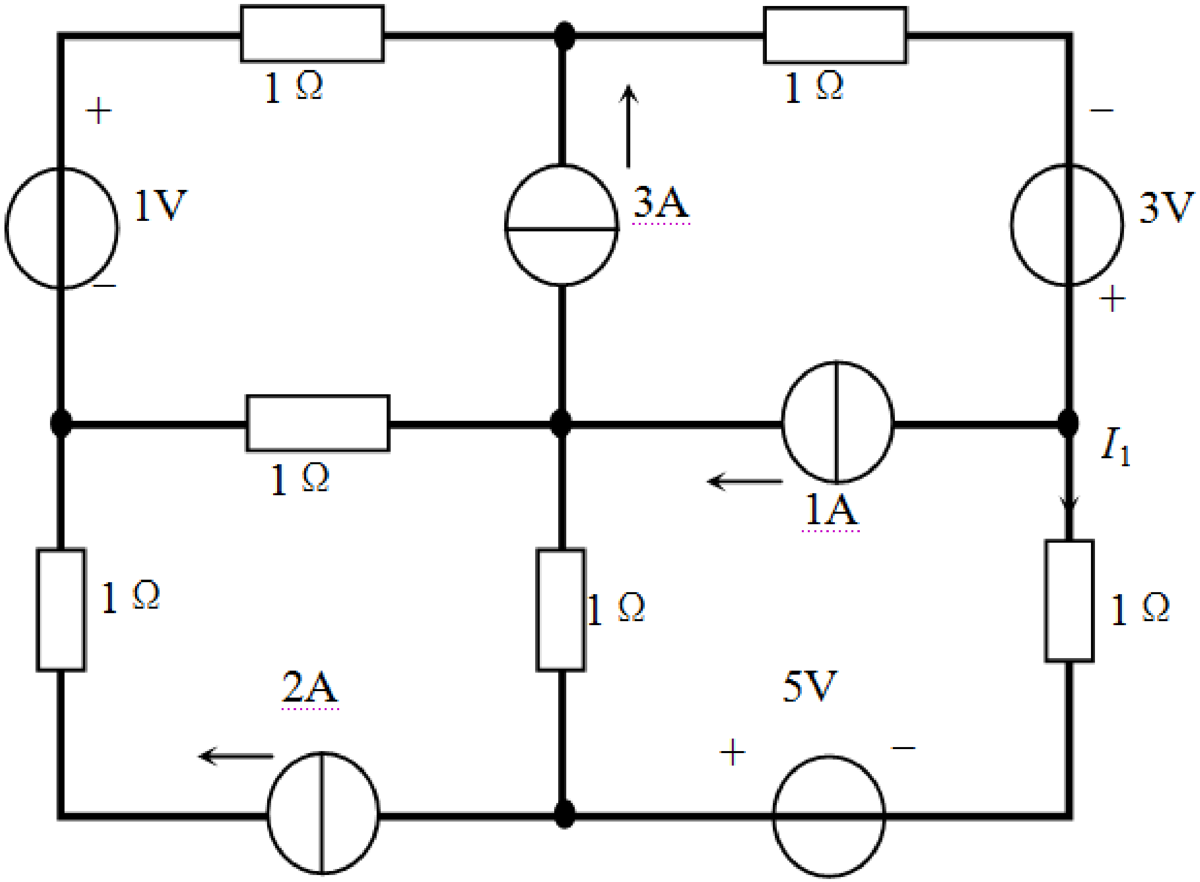
例1 求各支路电流。



$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)V_a=\frac{U_{S1}}{R_1}+\frac{U_{S2}}{R_2}+\frac{U_{S3}}{R_3} \Rightarrow V_a$$

$$\therefore I_1=\frac{U_{S1}-V_a}{R_1} \qquad I_2=\frac{U_{S2}-V_a}{R_2} \qquad I_3=\frac{U_{S3}-V_a}{R_3} \qquad I_4=\frac{0-V_a}{R_4}$$

例2 求电流I_1。



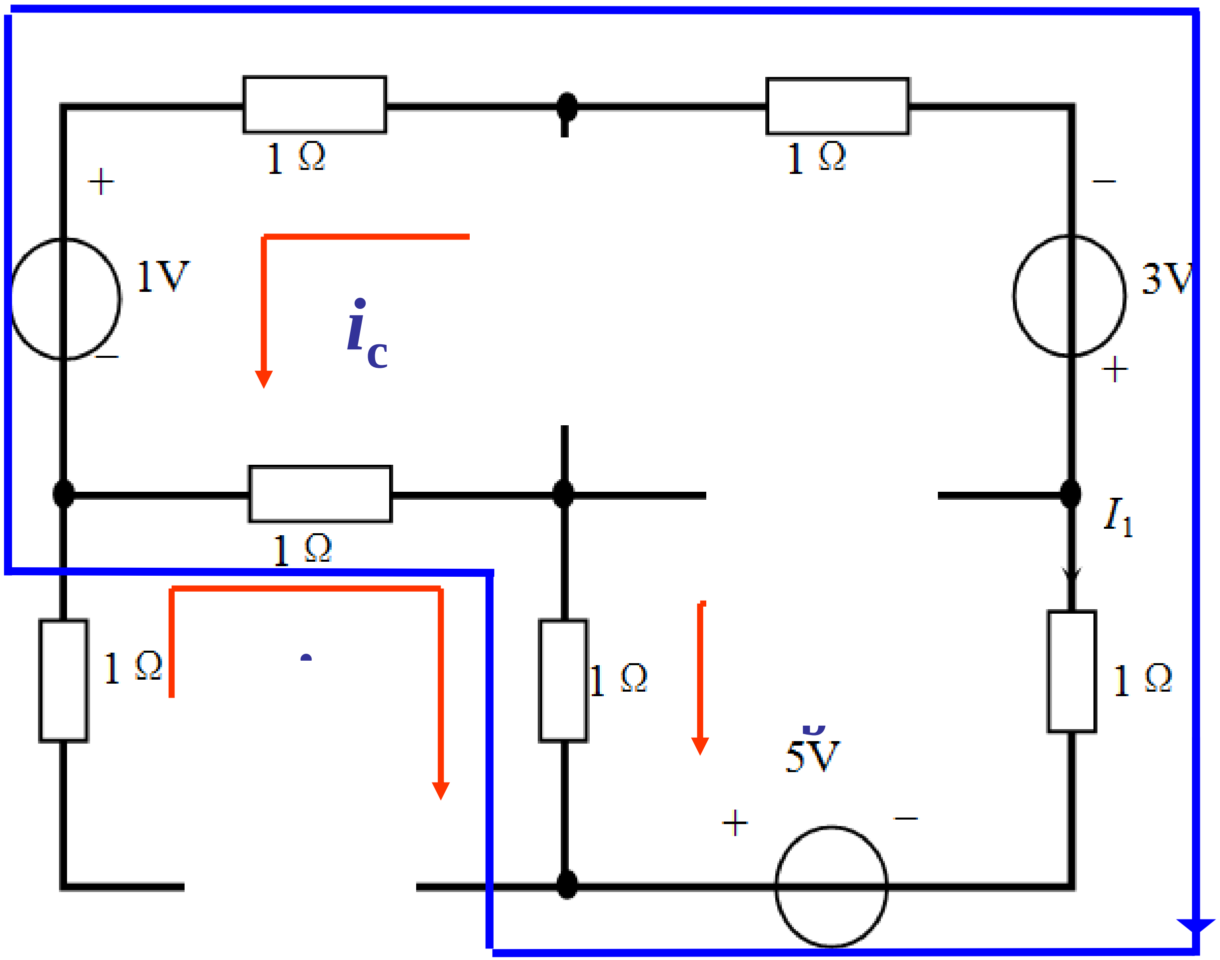
采用回路法!

分析：节点数5个，独立回路4个，有3个理想电流源

节点电压方程需要列4个!

若选择合适的独立回路，回路电流方程只要列1个

返回 BACK NEXT



如何选回路?

选择独立回路的原则是：使每个电流源支路只流过一个回路电流。

则 i_a=2A

i_b=1A

i_c=3A

$5i_d-2i_a-2i_b-2i_c=3+5+1$ ➡ $i_d=4.2A$

$I_1=i_d-i_b=3.2A$