



ELETRO I

Eletrotécnica I

**Aula – 08 2ª Lei de Ohm, Fontes reais e Máxima
Transferência de Potência**

Eleilson Santos Silva

SUMÁRIO

- 2ª Lei de Ohm
- Fonte de tensão real
- Máxima transferência de potência
- Fonte de corrente

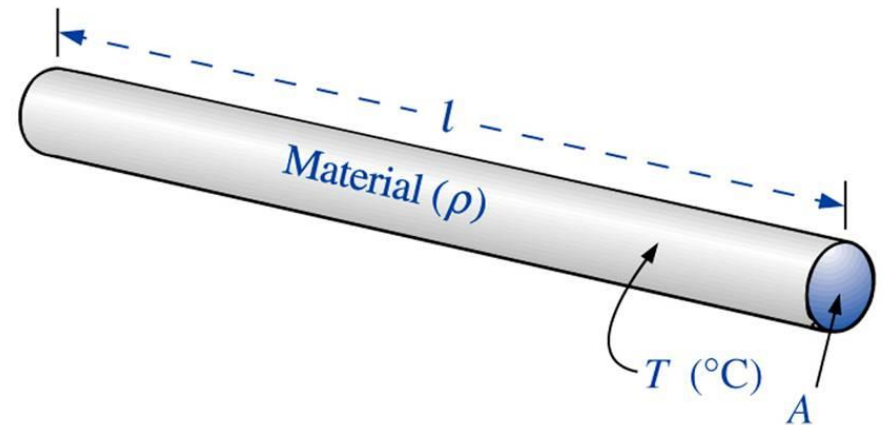


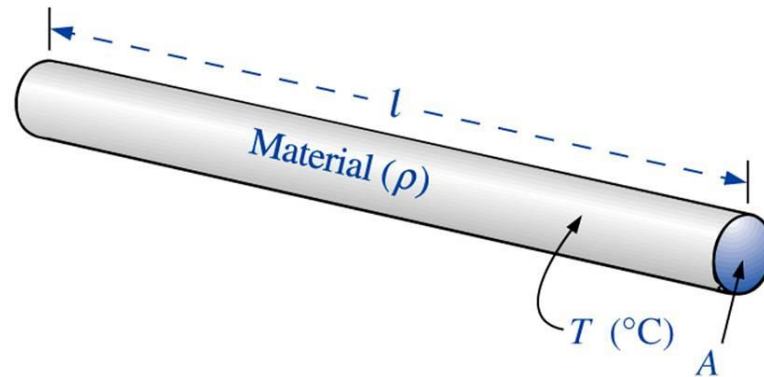
IDEAL X REAL



2ª LEI DE OHM

- A **Resistência Elétrica** de qualquer material é devida a quatro fatores:
 - Material
 - Comprimento
 - Área do corte transversal
 - Temperatura do material





$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

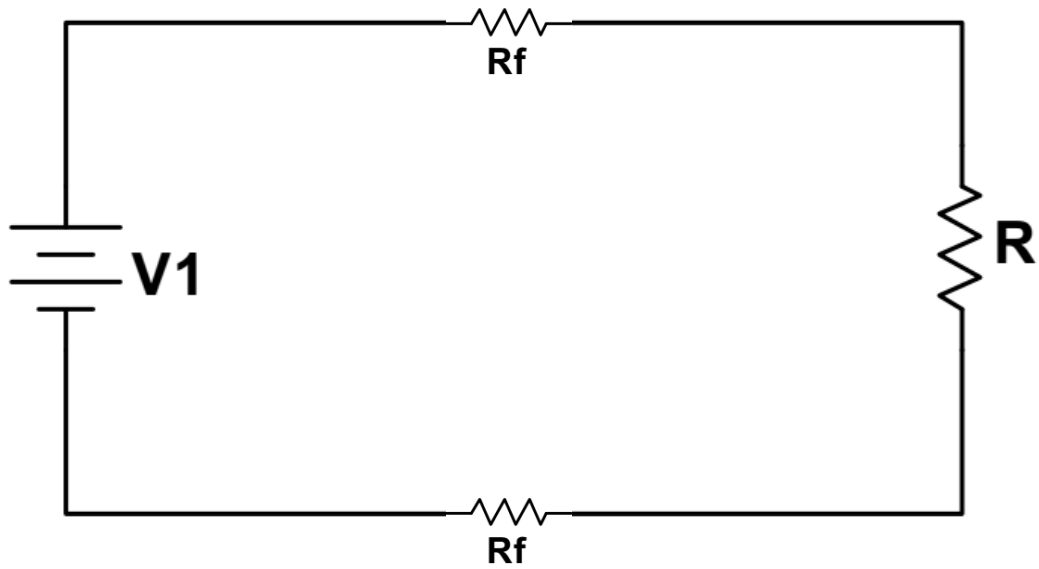
- área da seção transversal (A)
- comprimento (ℓ)
- *resistividade* do material em ohms-metro (ρ)



Tabela 2.1 • Resistividade de alguns materiais comuns.

Material	Resistividade ($\Omega \cdot m$)	Emprego
Prata	$1,64 \times 10^{-8}$	Condutor
Cobre	$1,72 \times 10^{-8}$	Condutor
Alumínio	$2,8 \times 10^{-8}$	Condutor
Ouro	$2,45 \times 10^{-8}$	Condutor
Carbono	4×10^{-5}	Semicondutor
Germânio	47×10^{-2}	Semicondutor
Silício	$6,4 \times 10^2$	Semicondutor
Papel	10^{10}	Isolante
Mica	5×10^{11}	Isolante
Vidro	10^{12}	Isolante
Teflon	3×10^{12}	Isolante





- **Exemplo 1:** Calcule a resistência de um fio de cobre de $2,5\text{mm}^2$, cujo comprimento é de 50m. ($\rho=1,72 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$)



- **Exemplo 2:** Calcule a resistência de um fio de cobre cujo raio é 1,5mm e o comprimento é de 30m .



- **Exemplo 3:** (UEFS-BA) Dois condutores metálicos, A e B de mesmo comprimento e constituídos do mesmo material, possuem área de seção transversal respectivamente igual a A_A e A_B e estão em equilíbrio térmico entre si. Pode-se afirmar que o condutor A apresenta, em relação ao condutor B, igual:

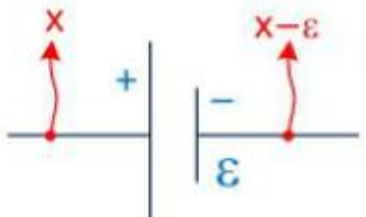
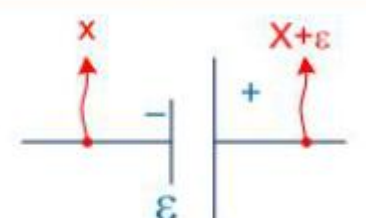
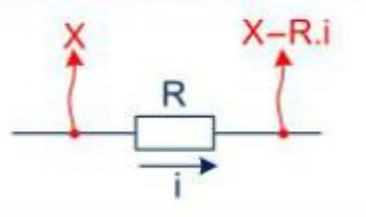
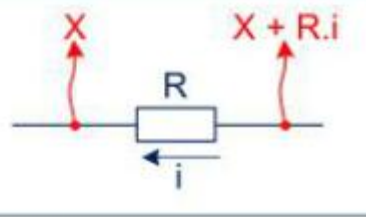
- a) massa
- b) resistividade elétrica
- c) resistência elétrica
- d) condutividade elétrica



- **Exemplo 4:** (UFC-CE) Duas lâmpadas, L1 e L2, são idênticas, exceto por uma diferença: a lâmpada L1 tem um filamento mais espesso que a lâmpada L2. Ao ligarmos cada lâmpada a uma tensão de 220 V, observaremos que:
 - a) L1 e L2, terão o mesmo brilho.
 - b) L1 brilhará mais, pois tem maior resistência.
 - c) L2 brilhará mais, pois tem maior resistência.
 - d) L2 brilhará mais, pois tem menor resistência.
 - e) L1 brilhará mais, pois tem menor resistência.

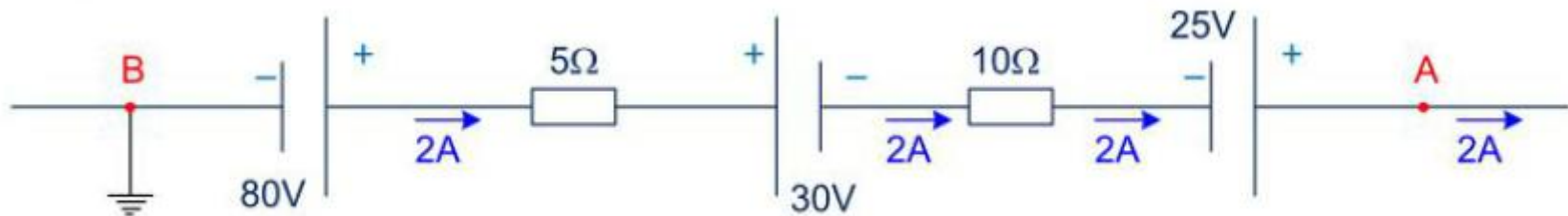


Cálculo de DDP's em Circuitos Elétricos

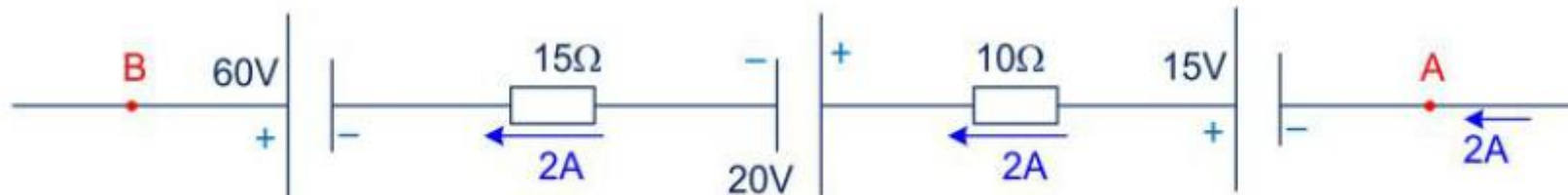
Bateria	
Bateria	
Resistor	
Resistor	



- **Exemplo 1** – Determine a tensão elétrica V_{AB}

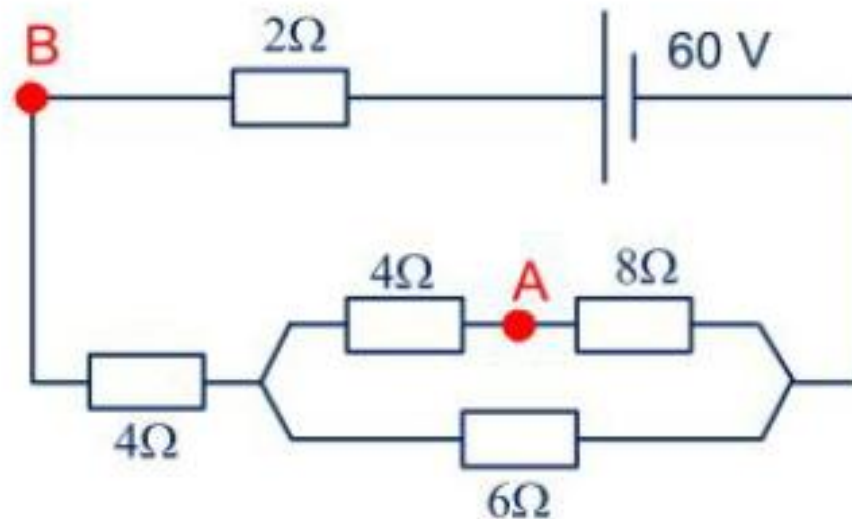


- Exemplo 2 – Determine a tensão elétrica V_{AB}



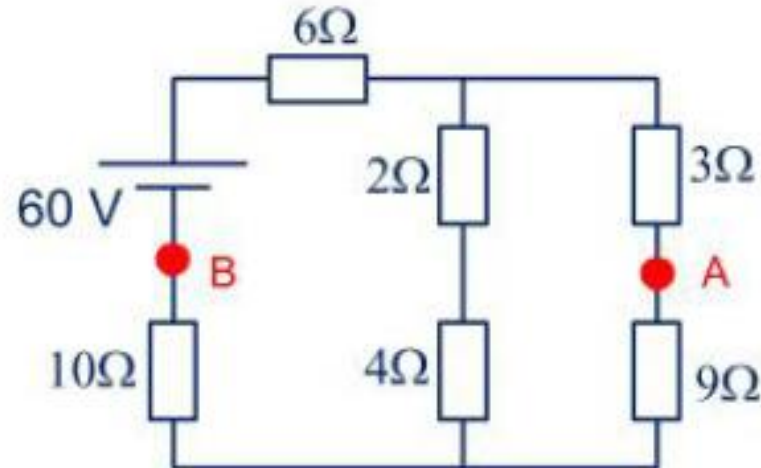
- Exemplo 3 – Determine a tensão elétrica V_{AB}

A)



- Exemplo 4 – Determine a tensão elétrica V_{AB}

B)

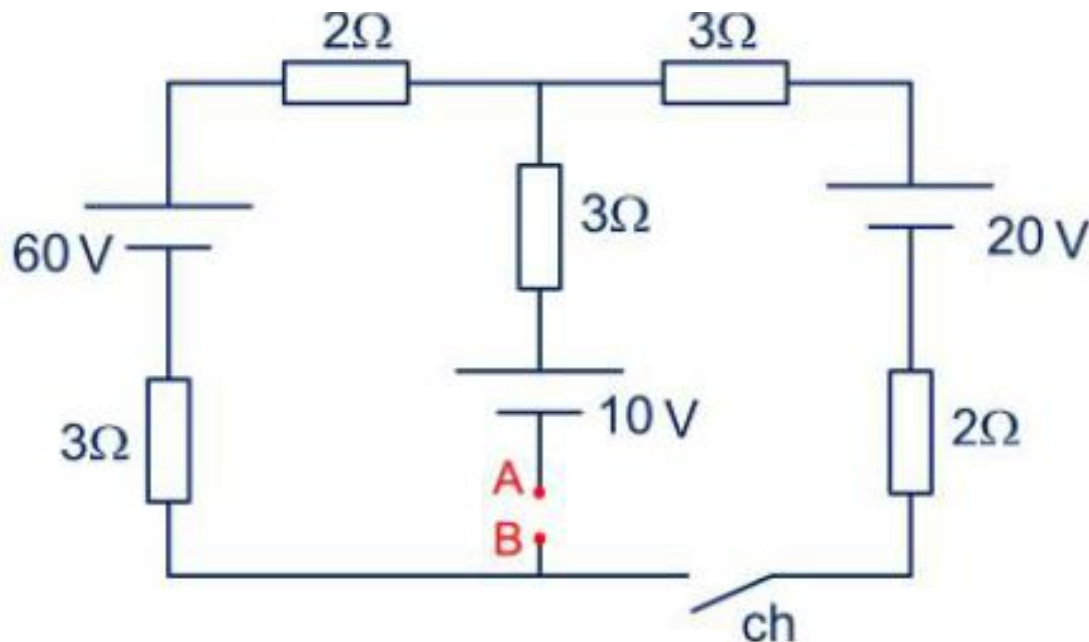


Circuitos simples com várias baterias

Exemplo 1

No circuito abaixo, determine as tensões $U_{AB} = V_A - V_B$ entre os pontos **A** e **B** em cada um dos seguintes casos:

- a) estando a chave ch fechada;
- b) estando a chave ch aberta;

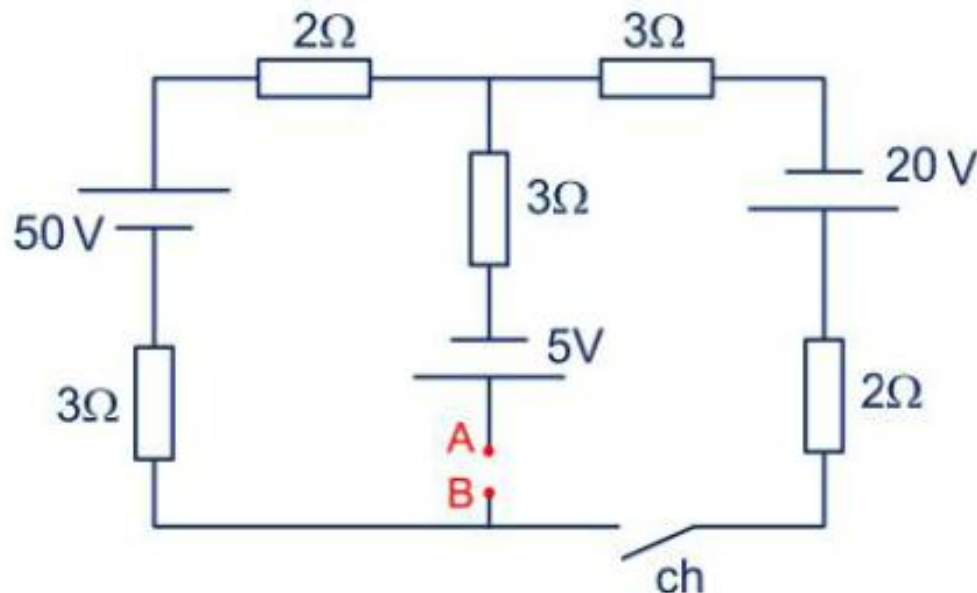


Circuitos simples com várias baterias

○ Exemplo 2

No circuito abaixo, determine as tensões $U_{AB} = V_A - V_B$ entre os pontos **A** e **B** em cada um dos seguintes casos:

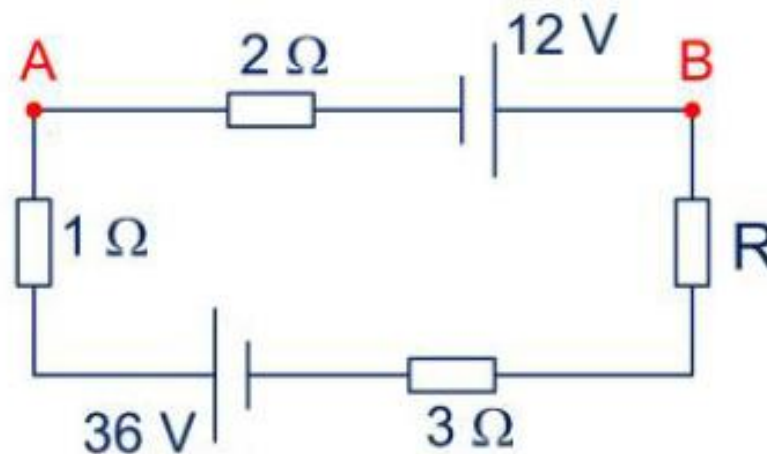
- a) estando a chave ch fechada;
- b) estando a chave ch aberta;



Circuitos simples com várias baterias

○ Exemplo 3

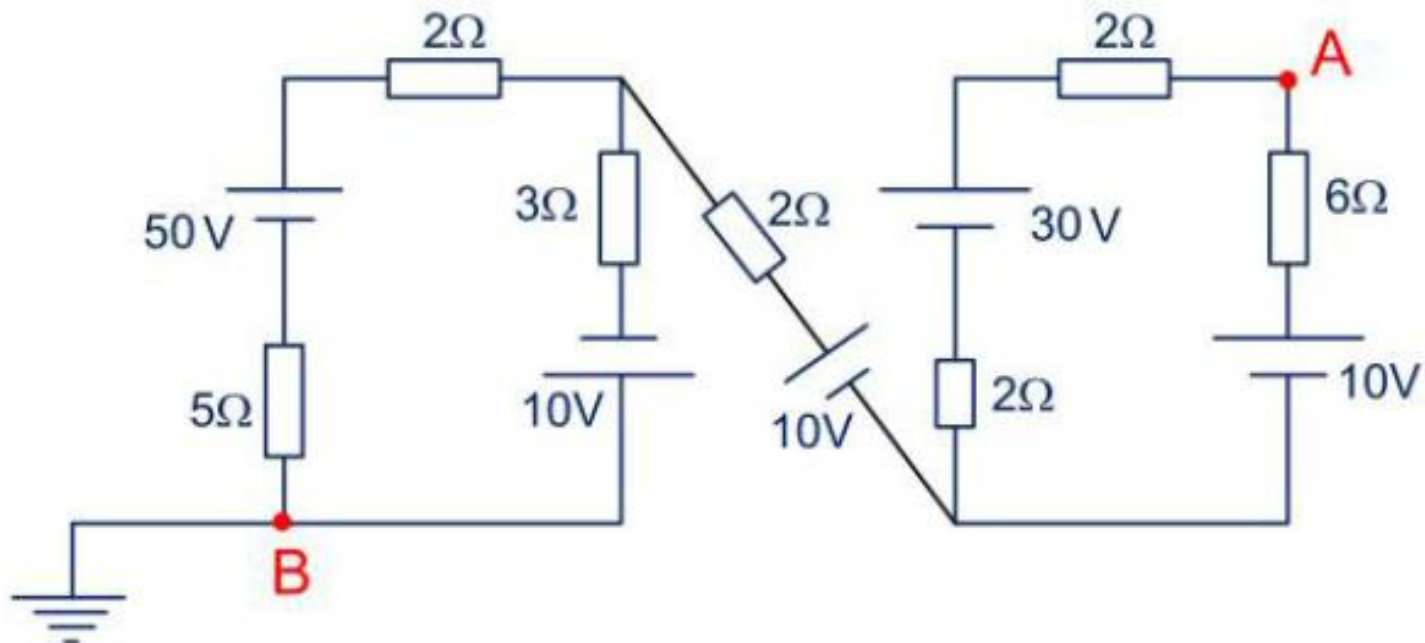
Calcule o valor da resistência R a fim de que seja nula a ddp entre os pontos A e B:



Circuitos simples com várias baterias

○ Exemplo 4

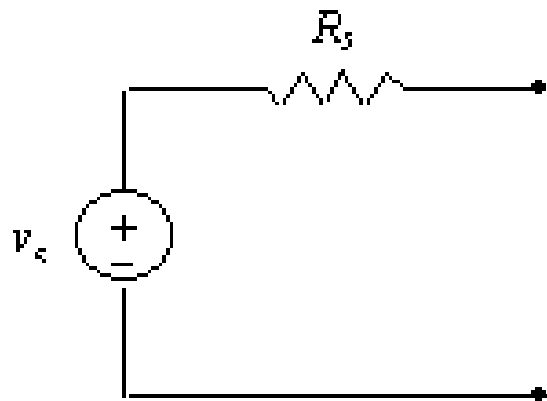
No circuito abaixo, determine o potencial elétrico do ponto B.



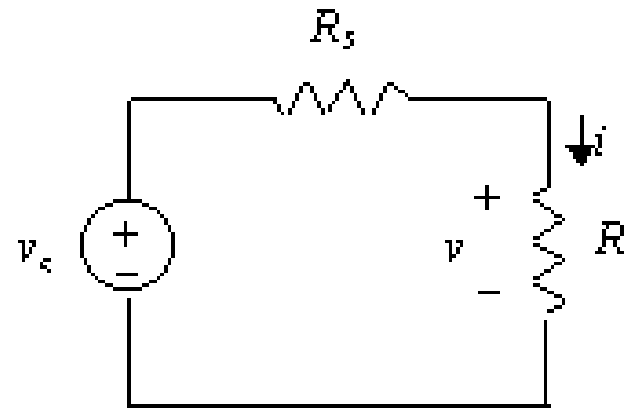
RESISTÊNCIA INTERNA DAS FONTES

○ Fonte de Tensão

As fontes de tensão apresentam em geral uma resistência de saída não nula. A principal consequência deste fato é a dependência da tensão relativamente à resistência de entrada do circuito.



(a)



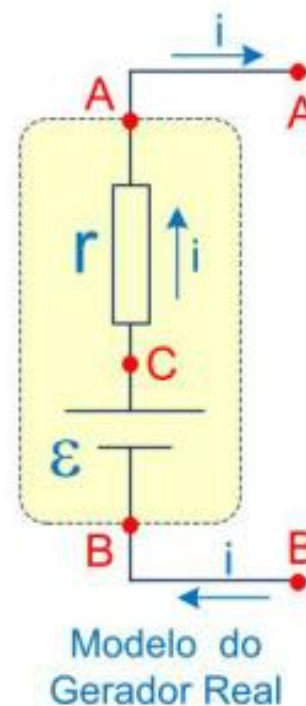
(b)



Aula 11 – Geradores Reais

RESISTÊNCIA INTERNA DAS FONTES

○ Fonte de Tensão



$$U_{AB} = V_A - V_B$$

\Rightarrow

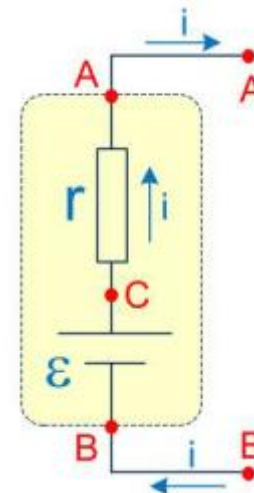
$$U = \mathcal{E} - r \cdot i$$

Função característica do gerador

Aula 11 – Geradores Reais

– **Ensaio em vazio** – Quando um gerador está em vazio ($i = 0$), a tensão elétrica entre seus terminais (medida por um voltímetro ideal) vale $U = \varepsilon - r.i = \varepsilon - 0 = \varepsilon$, ou seja, $U = \varepsilon$.

– **Ensaio em Curto Circuito** – Quando um gerador está em curto circuito ($U = 0$), teremos $U = \varepsilon - r.i = 0 \Rightarrow i = \varepsilon / r \Rightarrow i_{cc} = \varepsilon / r$



Aula 11 – Geradores Reais

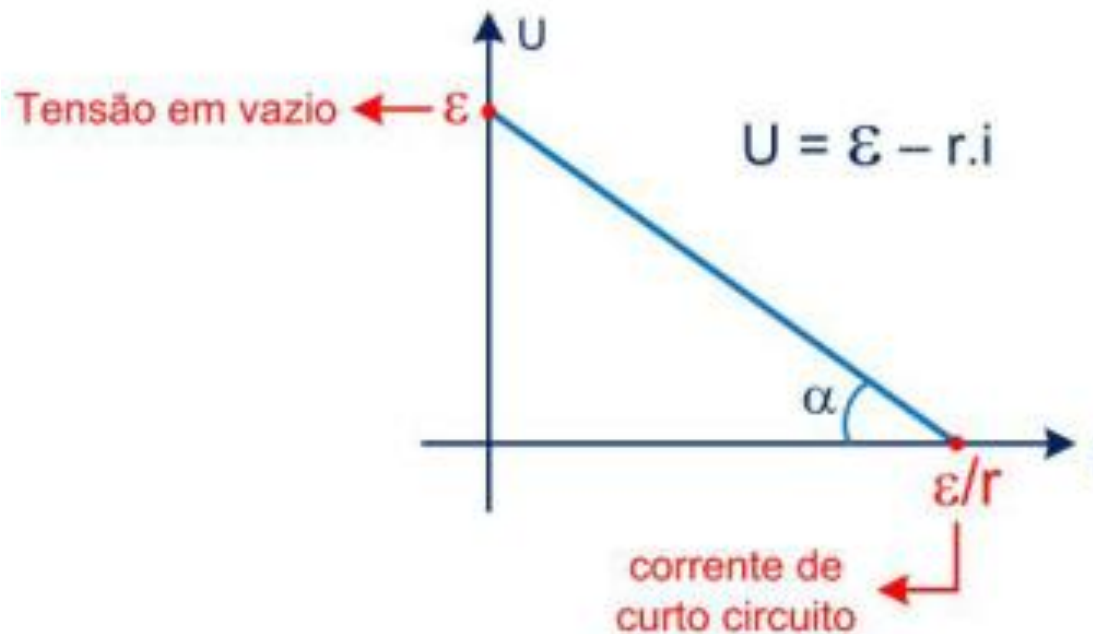
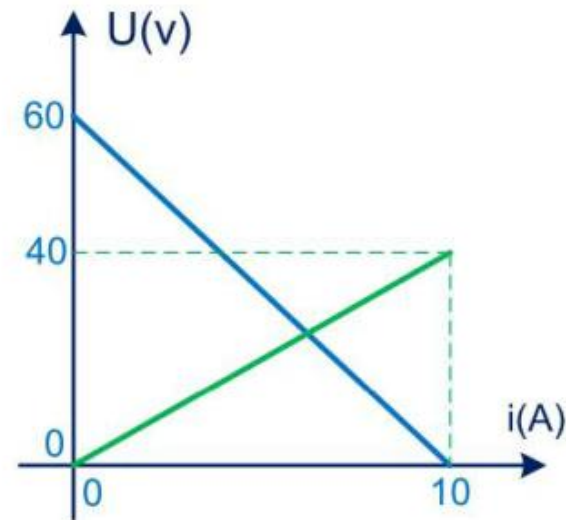
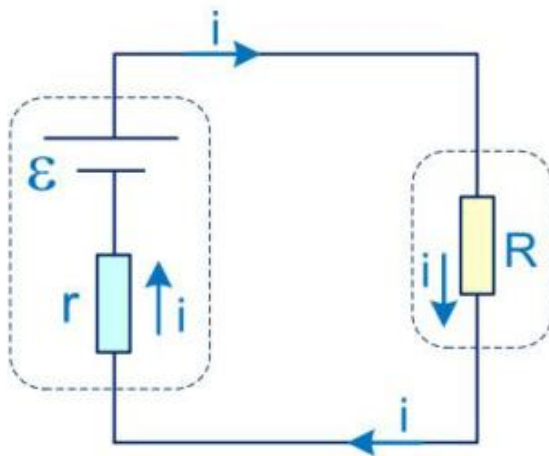


Figura 13 – Curva característica do gerador

$$\text{Inclinação} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}/r} = r \quad \Rightarrow \quad \boxed{\operatorname{tg} \alpha = r}$$

Aula 11 – Geradores Reais

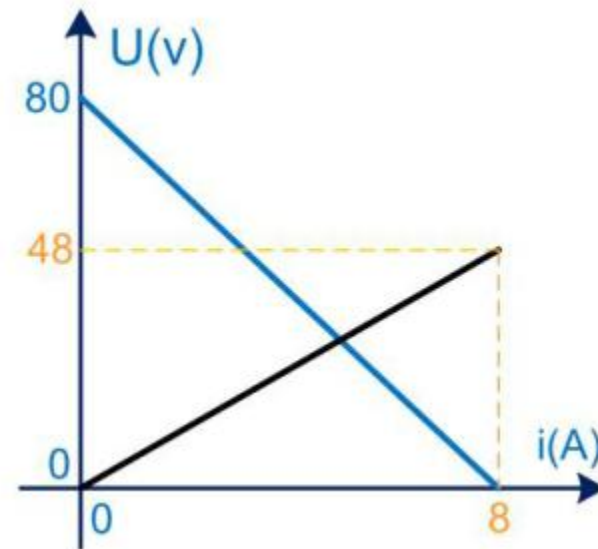
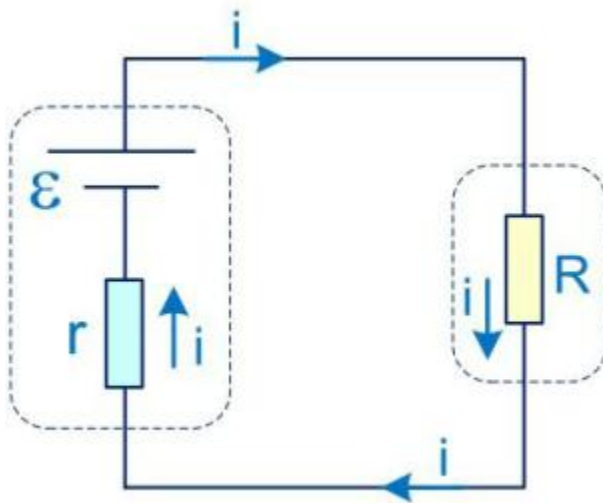
- **Exemplo 1** – O circuito abaixo mostra um gerador real conectado a um resistor R . As curvas características desse elemento são mostradas abaixo. Determine:



- a) Os parâmetros \mathcal{E} e r do gerador.
- b) A resistência R do resistor;
- c) Interprete o ponto de encontro das duas curvas

Aula 11 – Geradores Reais

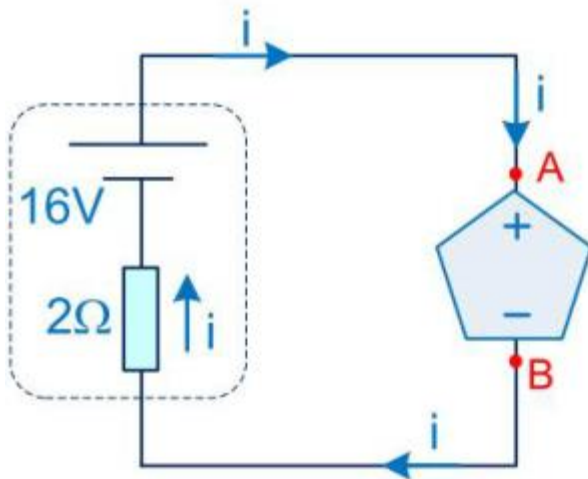
- **Exemplo 2**– O circuito abaixo mostra um gerador real conectado a um resistor R . As curvas características desse elementos são mostradas abaixo. Determine:



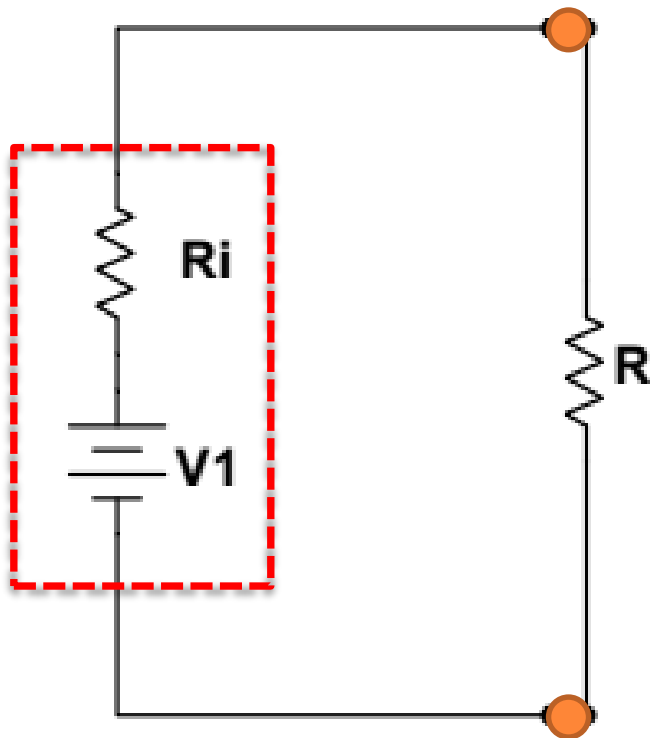
- a) Os parâmetros \mathcal{E} e r do gerador.
- b) A resistência R do resistor;
- c) Encontre as coordenadas do ponto (i, U) de encontro das retas

Aula 11 – Geradores Reais

- **Exemplo 3** – O pentacore é um elemento não linear cuja curva característica é dada no gráfico abaixo. O prof. Renato Brito pede que você determine a corrente elétrica i do circuito.



- **Exemplo 5:** Considerando o circuito abaixo em que $V_1 = 12\text{ V}$, $R_i = 5\ \Omega$, calcule a tensão na carga R para as situações da tabela.



$R\ [\Omega]$	V_R
95	
45	
15	
5	
1	

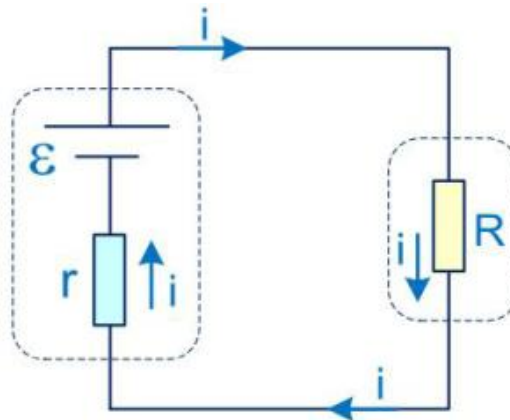


Aula 11 – Geradores Reais

Potências no Gerador Real e o seu Rendimento



Figura 14 – Entendendo a conservação de energia no gerador real



Aula 11 – Geradores Reais

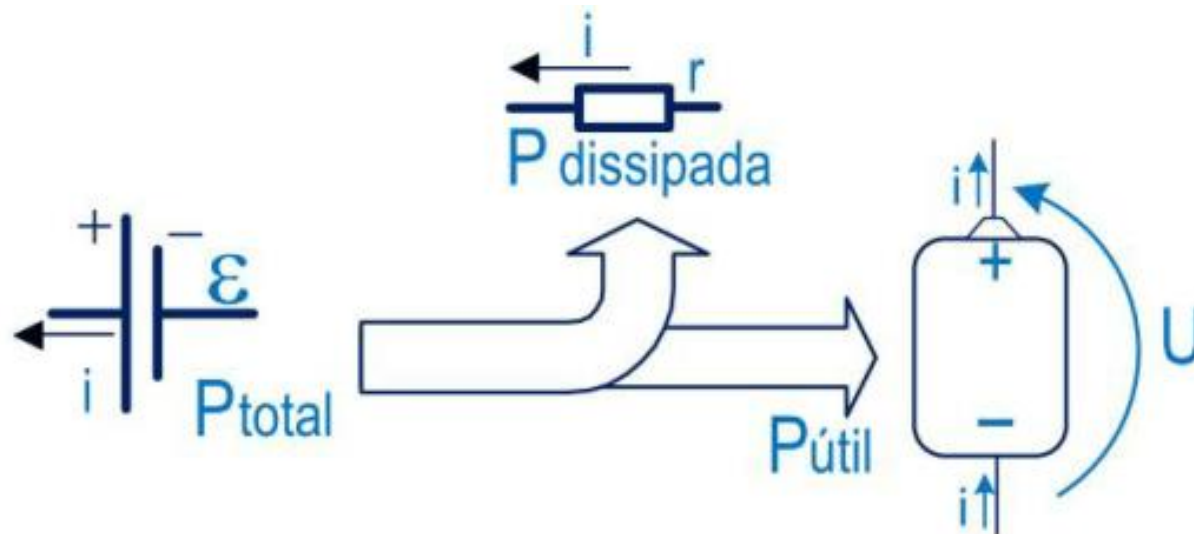


Figura 15 – Entendendo a conservação de energia no gerador real

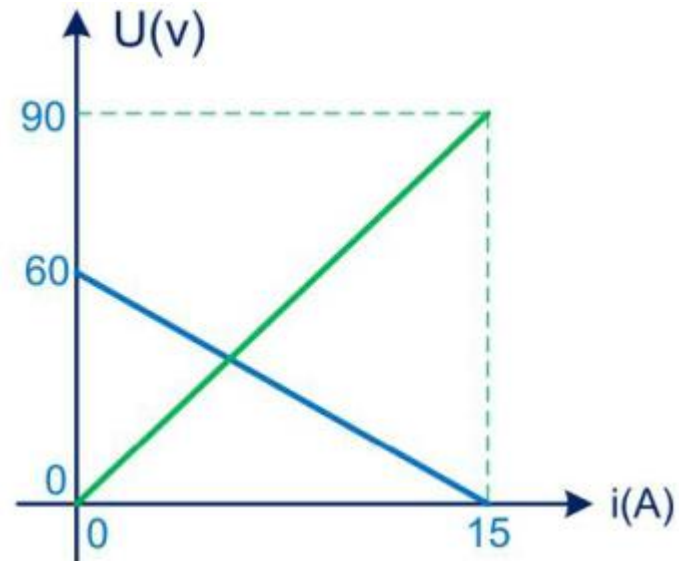
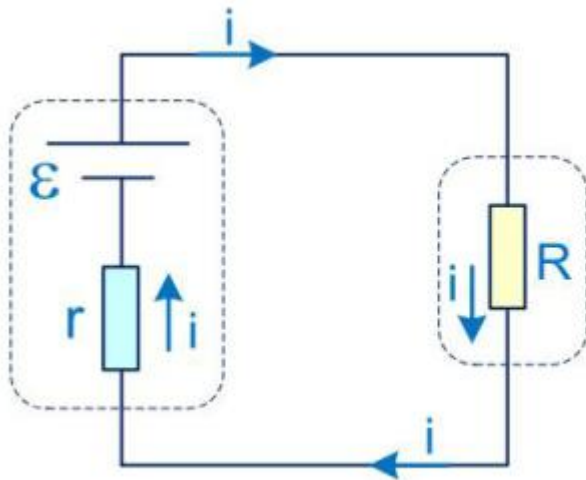
$$n_{\text{gerador}} = \frac{U}{\varepsilon}$$

$$n_{\text{gerador}} = \frac{R}{R + r}$$



Aula 11 – Geradores Reais

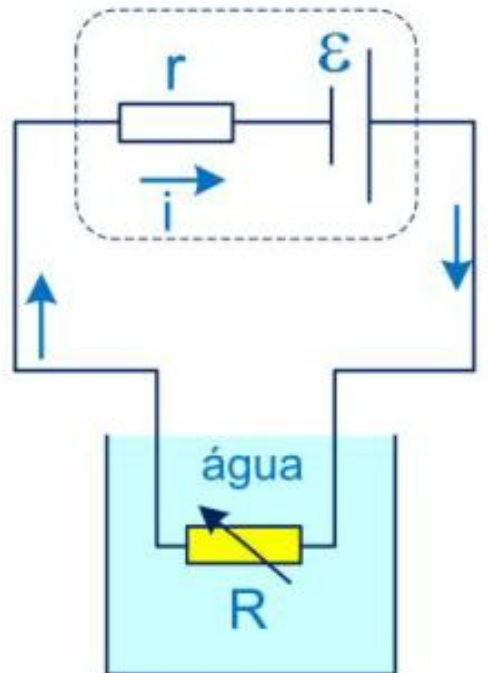
- **Exemplo 4**– O circuito abaixo mostra um gerador real conectado a um resistor R . As curvas características desse elemento são mostradas abaixo. Determine:



- a) Os parâmetros ε , r do gerador e a resistência R do resistor;
- b) As coordenada (i, U) do ponto de operação do circuito;
- c) As potência *útil*, *total* e a *dissipada pelo gerador*;
- d) o rendimento do gerador;
- e) o valor da resistência r que baixaria o rendimento para 30%

Aula 11 – Geradores Reais

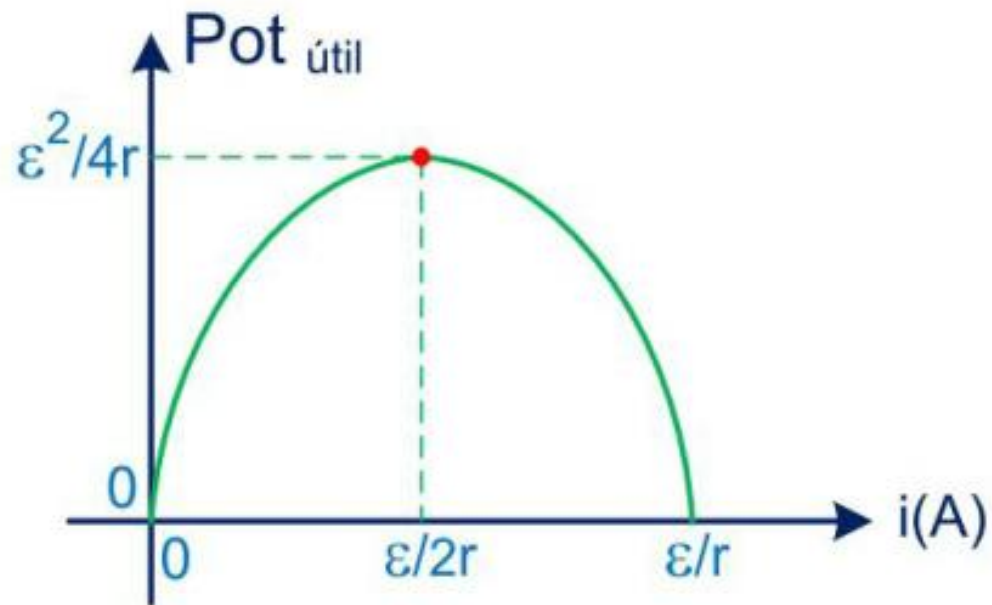
Condições para máxima transferência de potência útil



$$P_{\text{útil}} = \mathcal{E} \cdot i - r \cdot i^2$$



Aula 11 – Geradores Reais



$$P_{\text{útil}} = \varepsilon \cdot i - r \cdot i^2$$

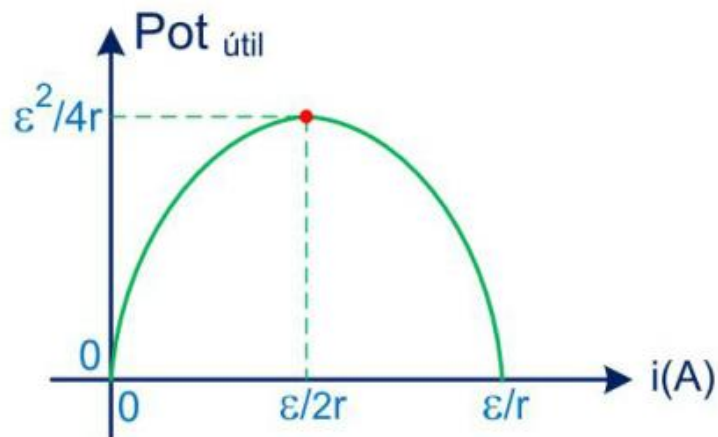


Aula 11 – Geradores Reais

$$P_{\text{útil}} = \varepsilon \cdot i - r \cdot i^2 = \varepsilon \cdot \left(\frac{\varepsilon}{2r} \right) - r \cdot \left(\frac{\varepsilon}{2r} \right)^2 \Rightarrow P_{\text{útil max}} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

$$i = \varepsilon / (R + r)$$

$$i = \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow R = r$$



$$P_{\text{útil}} = \varepsilon \cdot i - r \cdot i^2$$

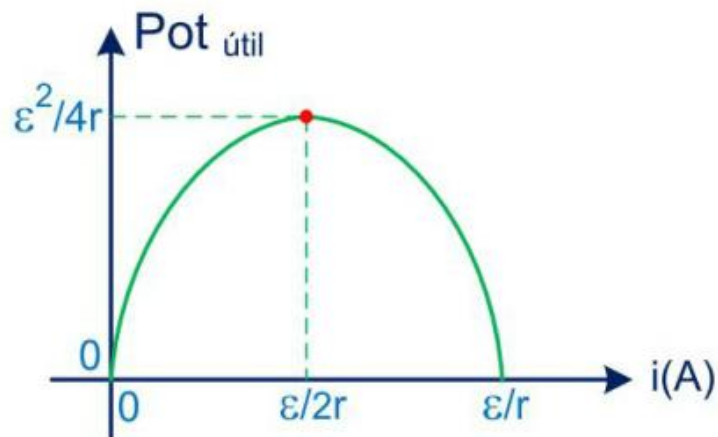


Aula 11 – Geradores Reais

Rendimento

$$n = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon/2}{\varepsilon} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \Rightarrow \quad n = 50\%$$

$$n = \frac{R}{R+r} = \frac{R}{R+R} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \Rightarrow \quad n = 50\%$$



Aula 11 – Geradores Reais

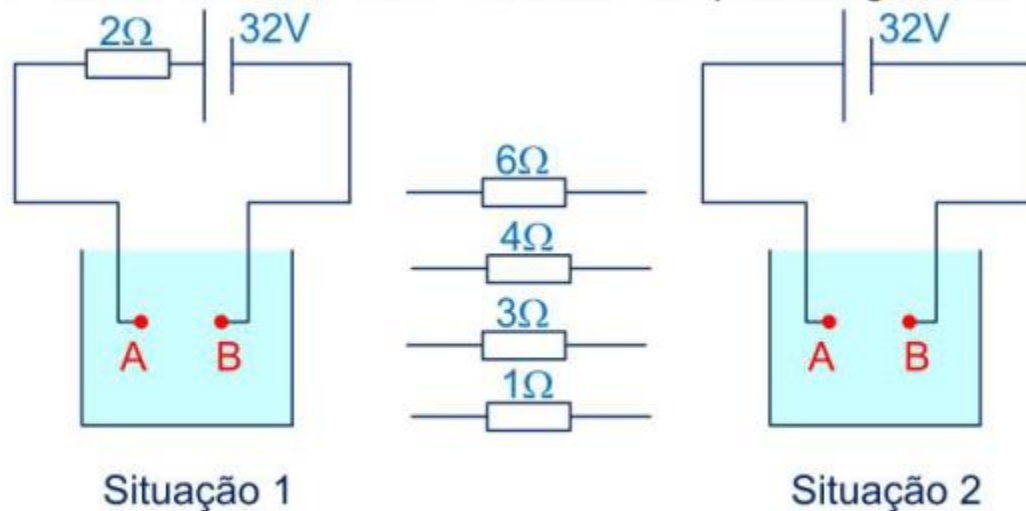
- **Exemplo 5**– (ITA – 2011) Um gerador elétrico alimenta um circuito cuja resistência equivalente R varia de 50 a 150 ohms dependendo das condições de uso desse circuito. Sabendo que nesse circuito, a máxima transferência de potência útil ocorre para o menor valor de R , determine o rendimento do gerador na situação em que R assume seu valor máximo.

a) 0,25 b) 0,50 c) 0,67 d) 0,75 e) 0,90

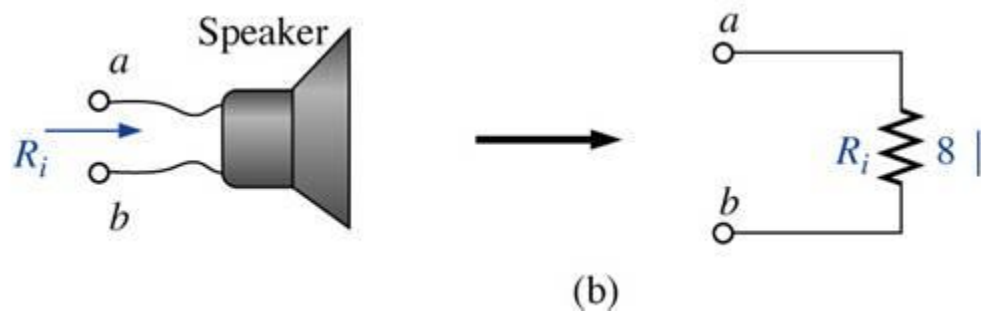
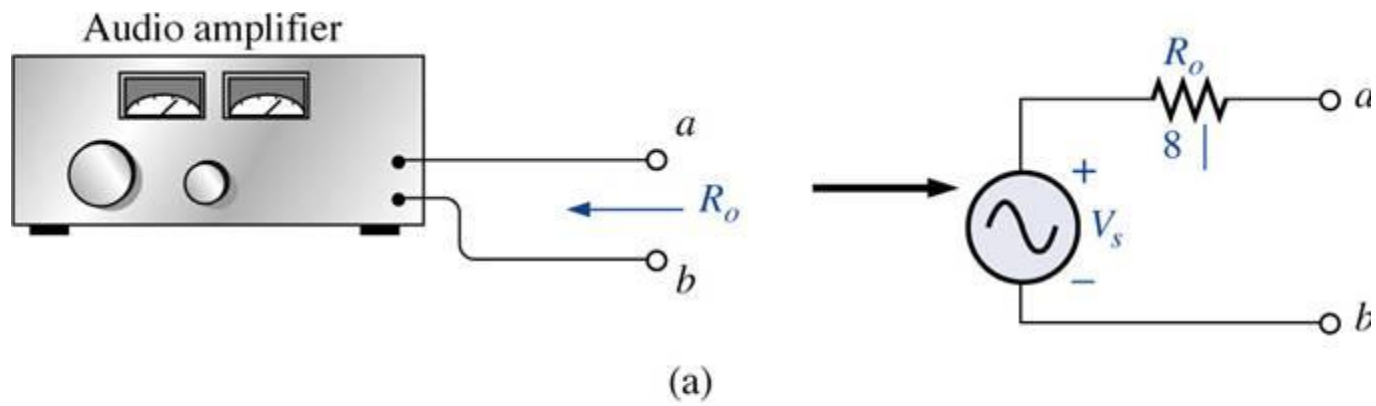


Aula 11 – Geradores Reais

- **Exemplo 6** – No esquema abaixo da Situação 1, deseja-se ferver essa água no menor intervalo de tempo possível. Para isso, dispõe-se de um kit com 4 resistores que pode ser conectados aos pontos A e B do circuito, associados convenientemente, todos ou apenas alguns deles.

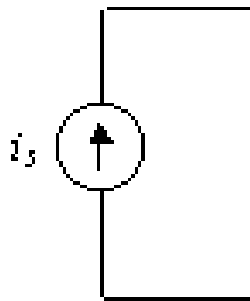


- a) Qual seria a associação de resistores correta para essa finalidade?
- b) E se o gerador fosse ideal (Situação 2), qual seria a associação indicada para essa finalidade?



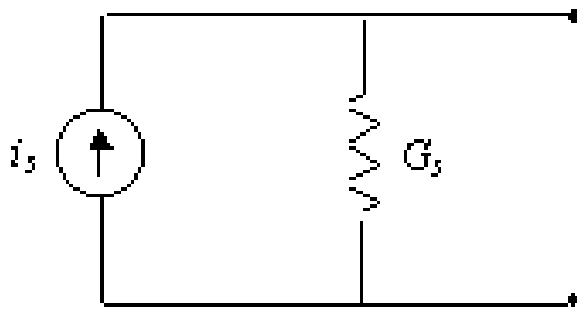
FONTE DE CORRENTE

○ Real

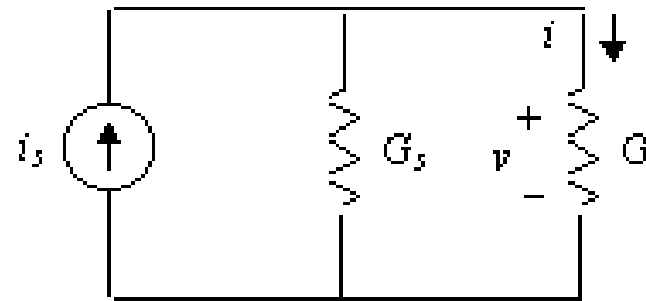


Criar circuitos com fonte de corrente

○ Ideal



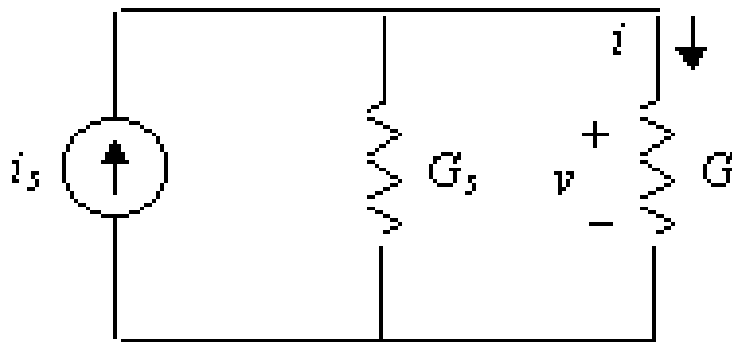
(a)



(b)



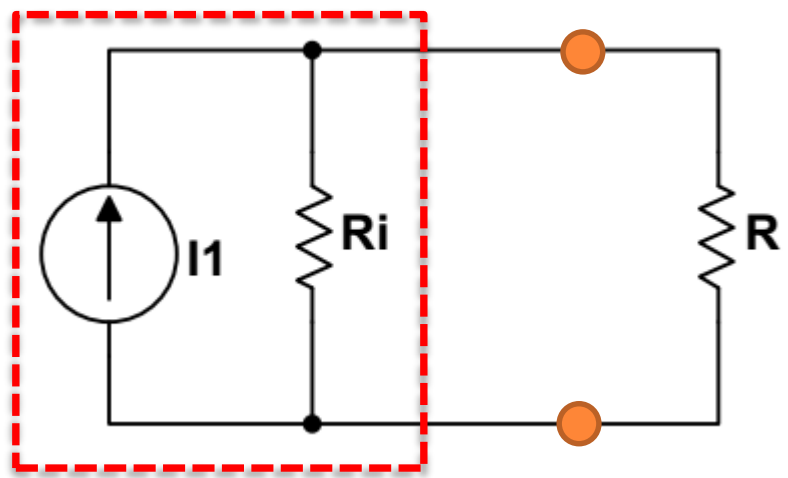
- Corrente da fonte de corrente real



(b)

$$i = \frac{R_i}{R_i + R} i_s$$

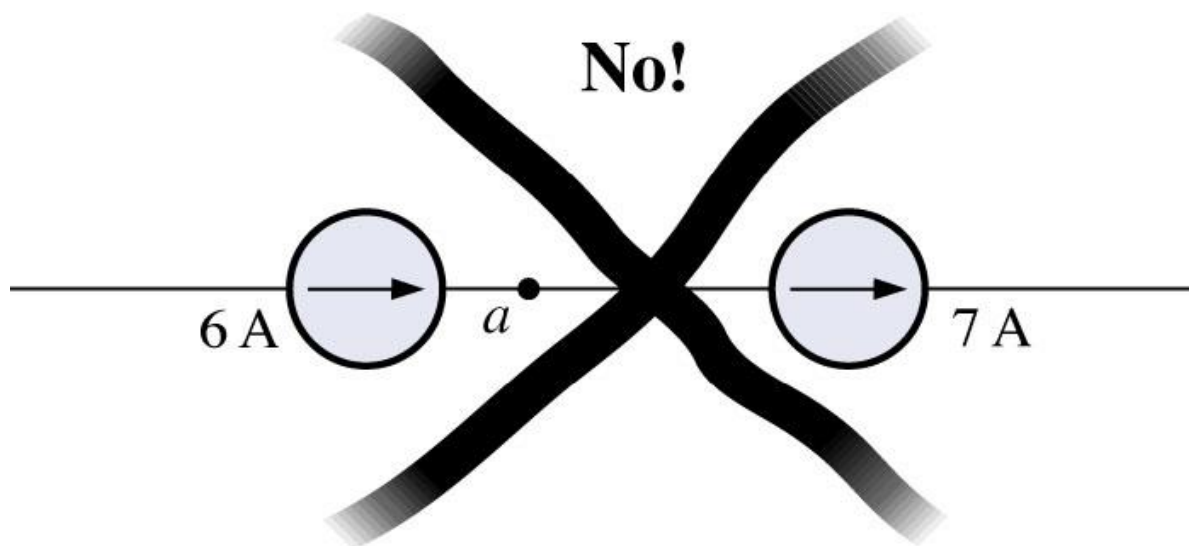




- Exercício envolvendo fonte de corrente



- **Obs:** Fontes de corrente **não** podem ser colocadas em série.

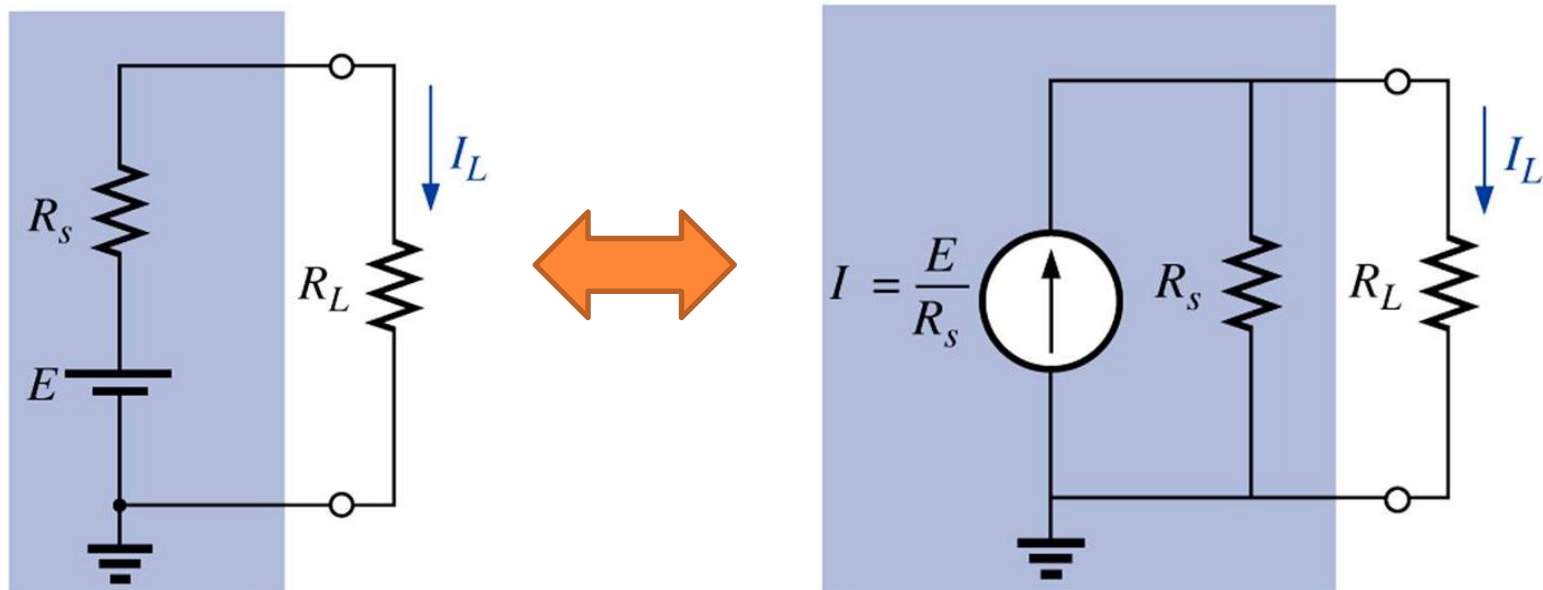


CONVERSÃO DE FONTE

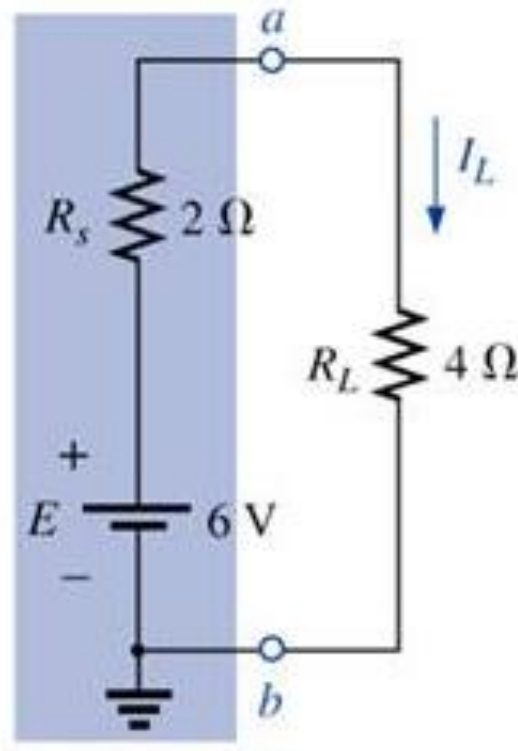
- É a conversão da fonte de tensão para fonte de corrente e vice-versa.
- As fontes ideais não podem ser convertidas de um tipo a outro.
- Apenas as reais, ou seja a resistência interna tem que estar presente.



- Conversão entre fonte de tensão e fonte de corrente



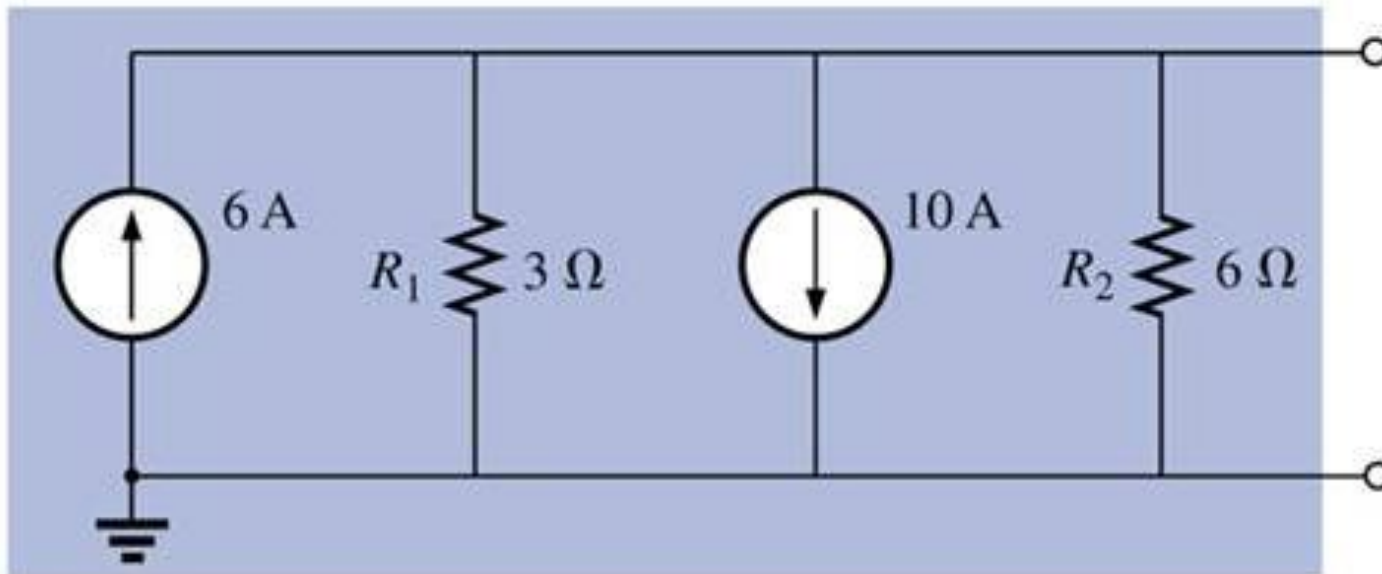
- **Exemplo 8:** Para o circuito da figura abaixo:
 - a) Determine a corrente I_L .
 - b) Converta a fonte de tensão em uma fonte de corrente.
 - c) Recalcule a corrente I_L usando agora a fonte de corrente.



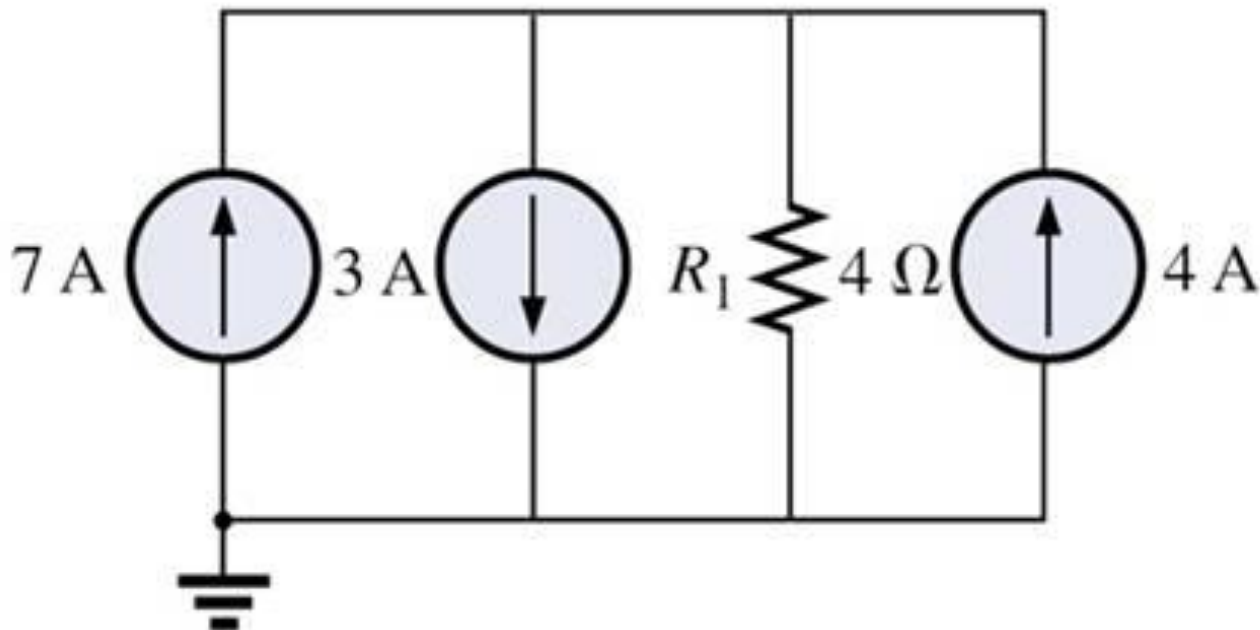
- Problemas para treinar conversão de fonte



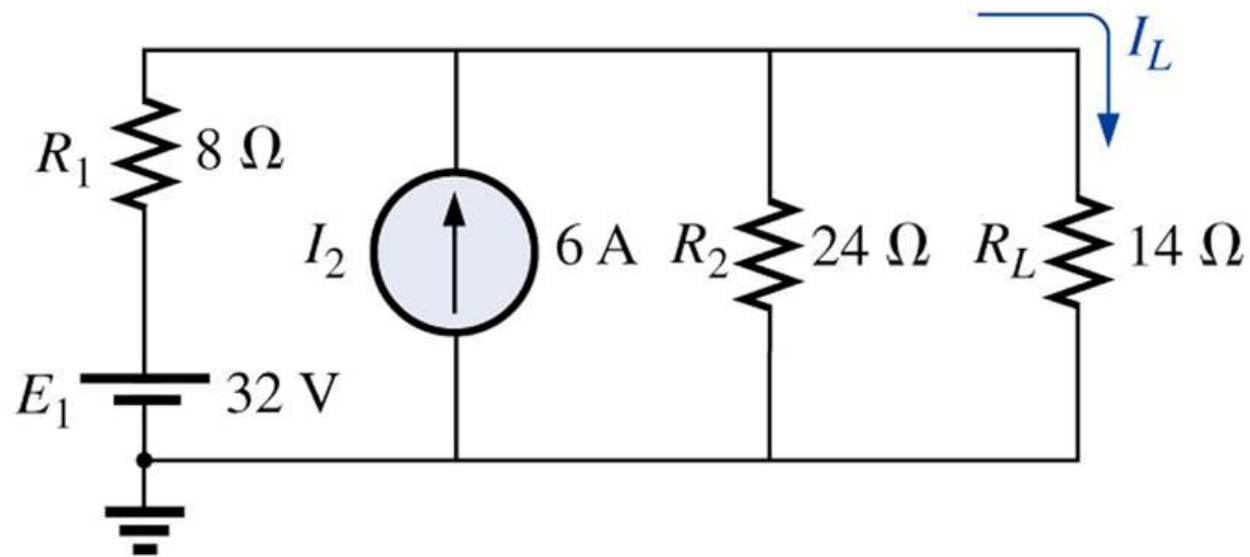
- Simplifique o circuito abaixo para uma única fonte de corrente e um único resistor. Depois converta numa fonte de tensão.



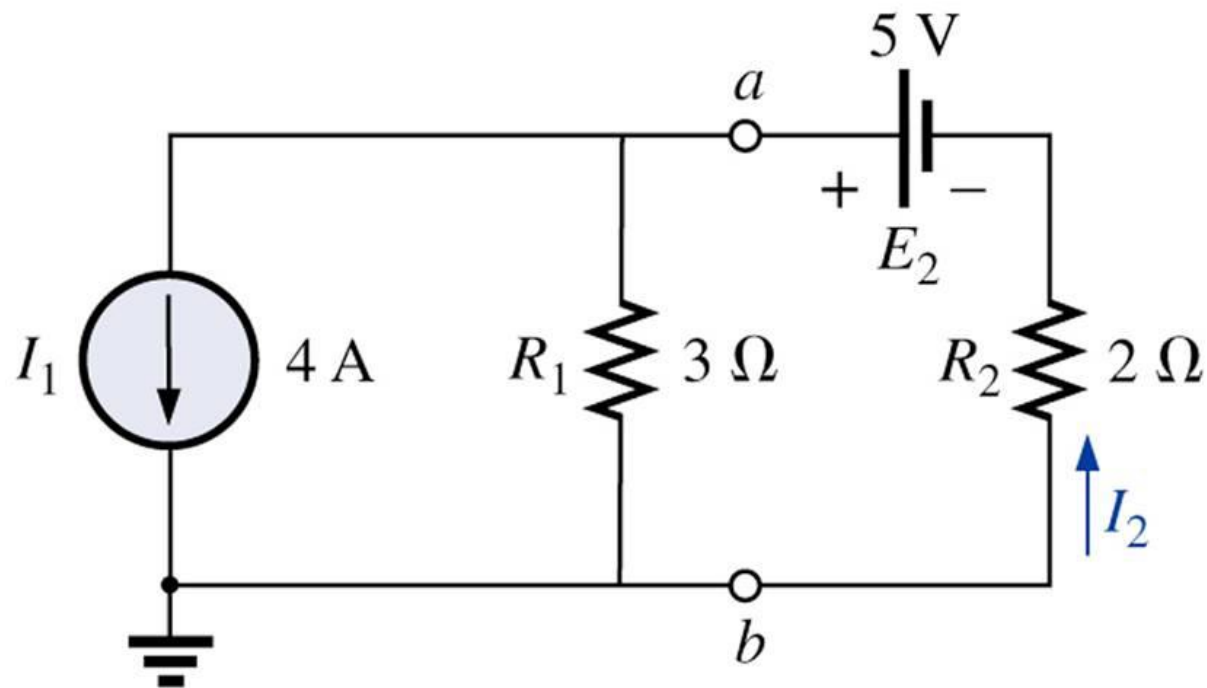
- Simplifique o circuito abaixo para uma única fonte de corrente e um único resistor. Depois converta numa fonte de tensão.



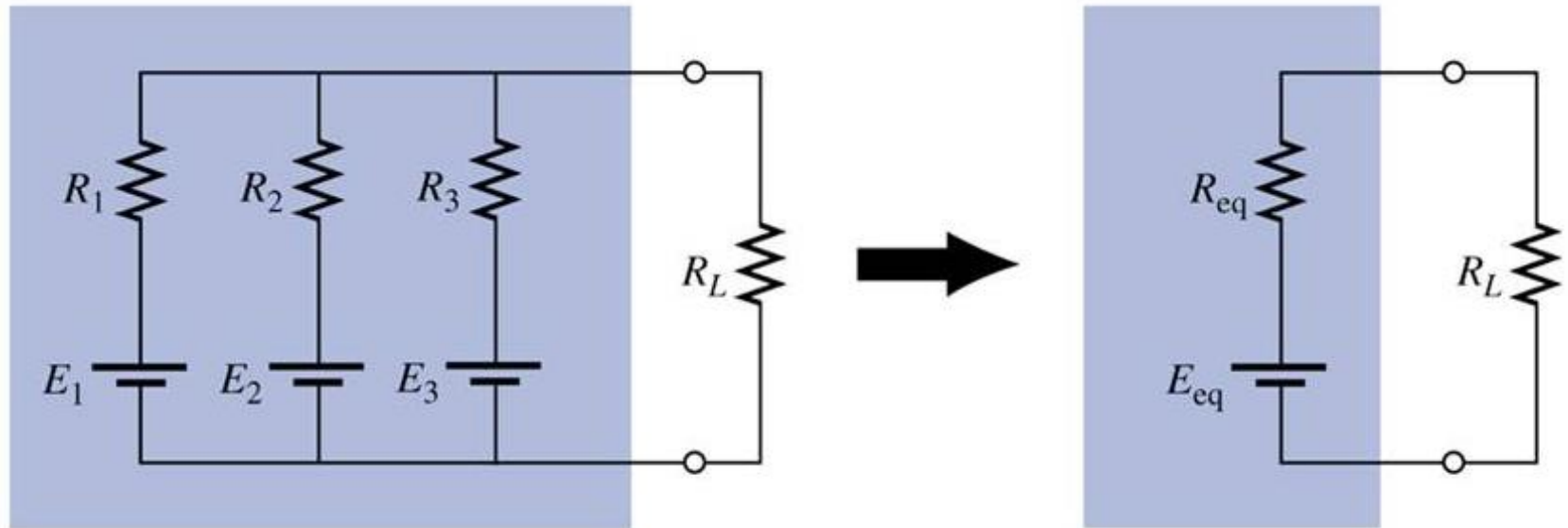
- Calcule a corrente I_L do circuito



- Calcule a corrente I_2 do circuito



TEOREMA DE MILLMAN



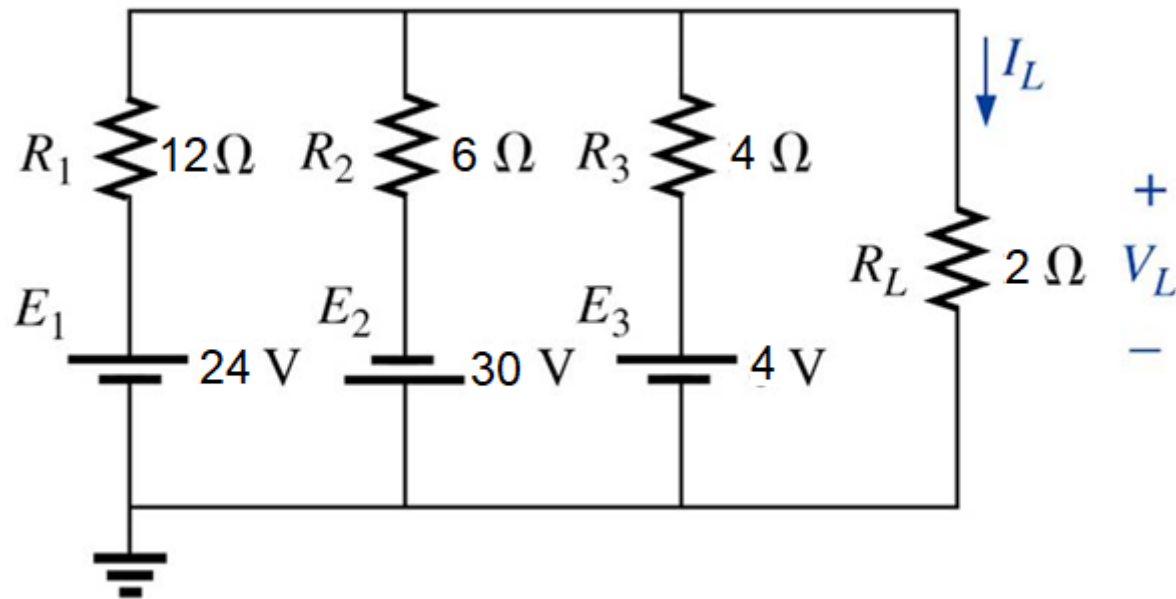
$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}}$$

$$\frac{E_{eq}}{R_{eq}} =$$

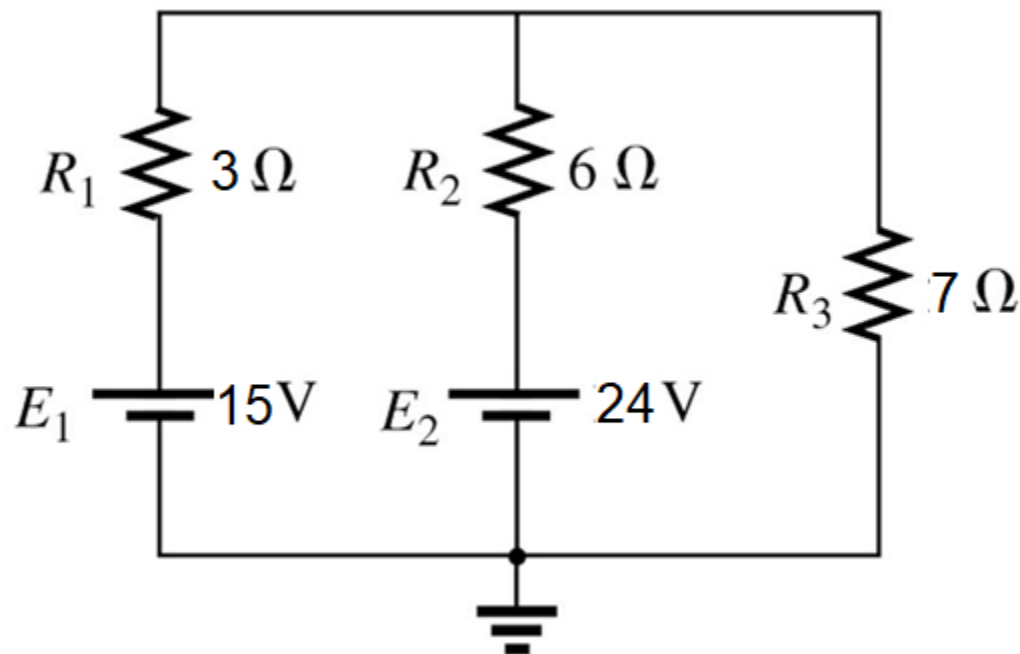
$$\pm \frac{E_1}{R_1} \pm \frac{E_2}{R_2} \pm \frac{E_3}{R_3} \pm \dots \pm \frac{E_N}{R_N}$$



- Converta o circuito abaixo no equivalente de Millman e calcule a corrente I_L e a tensão V_L



- Converta o circuito abaixo no equivalente de Millman e calcule a corrente I_L e a tensão V_L



- Acrescentar exercícios de Renato Brito



- **Material Retirado de:**

Valkenburgh, Val. Eletricidade Básica, Vol 2. Ed ao livro técnico

Gussow, Milton

Eletricidade básica / Milton Gussow

Tradução: Aracy Mendes da Costa

São Paulo: Pearson Makron Books, 1997.

Robert L. Boylestad

Introductory Circuit Analysis, 10ed.

