

- 1 - Localize graficamente os zeros das funções a seguir:
a) $f(x) = 4 \cos(x) - \exp(2x)$ b) $f(x) = x/2 - \tan(x)$ c) $f(x) = 1 - x \ln(x)$
d) $f(x) = 2^x - 3x$ e) $f(x) = x^3 + x - 1000$
- 2 - Use o método Newton-Raphson para obter a menor raiz positiva das equações a seguir com precisão 10^{-2} .
a) $x/2 - \tan(x) = 0$; b) $2 \cos(x) - \exp(x)/2 = 0$; c) $x^5 - 6 = 0$.
- 3 - Qual o número mínimo de iterações k que será realizado pelo algoritmo do método da bissecção para satisfazer o critério de parada: $b - a < tol$ supondo que $tol = 10^{-4}$ e o intervalo inicial tem amplitude 1? Generalize seu resultado, em função de tol e da amplitude do intervalo inicial.
- 4 - Considere a função $f(x) = \exp(x) - 4x^2$.
a) Localize graficamente os zeros de f .
b) Considere o intervalo $I = [-1 \ 5]$. Realize duas iterações do método da bissecção e escolha o ponto médio do último intervalo obtido como aproximação inicial para o método de Newton. Aplique o método de Newton até atingir precisão 10^{-2} . Comparando com localização dos zeros realizada no item (a), identifique qual o zero obtido neste processo e justifique por que a convergência foi para esta raiz.
- 5 - Aplique o método de Newton-Raphson à equação: $x^3 - 2x^2 - 3x + 10 = 0$, com $x_0 = 1.9$. Justifique os resultados obtidos.
- 6 - Considere a função: $f(x) = x^2/2 + x(\ln(x) - 1)$. Obtenha seus pontos críticos com o auxílio do método das secantes.

7 - Considere os pontos da tabela abaixo:

x	1	1.5	3
y	330	710	2720

- a) Encontre a função que interpola os dois primeiros pontos (x_0 e x_1), ou seja, obtenha $P_1(x)$.
- b) Encontre a função que interpola os três pontos (x_0 , x_1 e x_2), ou seja, obtenha $P_2(x)$.
- c) Calcule $P_1(1.2)$ e $P_2(1.2)$ e compare com o valor da função $f(x) = 5 + 35x + 290x^2$ original no ponto 1.2
- d) Qual dos dois polinômios dá um valor mais próximo de $f(1.2)$.

8 - Considere os pontos da tabela abaixo:

x	1	2	3
y	5	5.24	6.288

- a) Encontre a função que interpola os dois últimos pontos (x_1 e x_2), ou seja, obtenha $P_1(x)$.
- b) Encontre a função que interpola os três pontos (x_0 , x_1 e x_2), ou seja, obtenha $P_2(x)$.
- c) Calcule $P_1(2.5)$ e $P_2(2.5)$ e compare com o valor da função $f(x) = 5 + \log(x)/10x^3$ original no ponto 2.5
- d) Qual dos dois polinômios dá um valor mais próximo de $f(2.5)$.

9 - Considerando um função do tipo $f(x) = 5x + \ln(x+1)$,

a) Escreva o polinômio **interpolador de Lagrange** de ordem 2 passando que passa pelos pontos $x=1, 2$ e 3 . Calcule $P_2(1.3)$

b) Escreva o polinômio **interpolador de Lagrange** de ordem 3 passando que passa pelos pontos $x=1, 2, 3$ e 4 . Calcule $P_3(1.3)$

Dica: $f(1)=5.69$; $f(2)=11.09$; $f(3)=16.38$; $f(4)=21.60$

$$P_2(x) = f(x_0)L_0(x) + f(x_1)L_1(x) + f(x_2)L_2(x)$$

$$P_3(x) = f(x_0)L_0(x) + f(x_1)L_1(x) + f(x_2)L_2(x) + f(x_3)L_3(x);$$

$$\text{onde } L_k(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^n (x-x_j) / \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^n (x_k-x_j)$$

10 - A seguinte tabela relaciona calor específico da água e temperatura:

temperatura ($^{\circ}$)	20	25	30	35	40	45	50
calor espec.	0.99907	0.99852	0.99826	0.99818	0.99828	0.99849	0.99878

Resolver os itens abaixo através de um processo de interpolação quadrática:

a) o calor específico da água a 32.5° ;

b) a temperatura para a qual o calor específico é 0.99837.

Sabendo-se que a equação $x - \exp(-x) = 0$ admite uma raiz no intervalo $(0, 1)$, determine o valor desta raiz usando interpolação quadrática.

11 -

A integral elíptica completa é definida por:

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{(1 - k^2 \sin^2 x)^{1/2}}.$$

Por uma tabela de valores desta integral, encontramos:

$$K(1) = 1.5708, K(2) = 1.5719, K(3) = 1.5739.$$

Determinar $K(2.5)$, usando um polinômio de interpolação, na forma de Lagrange, sobre todos os pontos.

12 - Calcule a derivada numérica $f'(x_0)$ para cada uma das funções abaixo.

(a) $f(x) = \ln x$, com $h = 0,4$ e $x_0 = 1,00$;

(b) $f(x) = x + e^x$, com $h = 0,4$ e $x_0 = 0,00$;

(c) $f(x) = e^x \sin x$, com $h = 0,4$ e $x_0 = 1,05$;

(d) $f(x) = x^3 \cos x$, com $h = 0,4$ e $x_0 = 2,50$.