

**Version 2.00**

**编译日期: 2019-09-13**

任何建议及错误信息请发送至邮箱

1049188593@qq.com



# 目 录

<b>第一章 题典之 Hash</b>	<b>1</b>
1.1 知识点和方法论	1
1.1.1 知识点	1
1.1.2 方法论	2
1.2 真题实战	2
1.2.1 2017 年第 8 题	2
1.2.2 王道 269 综合应用题第 3 题	3
1.2.3 2015 年第 (5) 题	5
1.2.4 2013 年第 4 题	6
1.2.5 2014 年第 4 题	7



# 1

## 题典之 Hash

- ▶ 知识点：讲解相关知识点。
- ▶ 题型：直接上真题。

### 1.1 知识点和方法论

#### 1.1.1 知识点

- ▶ 开放定址法：H(key) 为题目选定的散列函数，m 列表长度，di 为增量序列，Hi 新的位置
  - 核心公式：

$$Hi = (H(key) + di) \% m$$

- 线性探测法：

$$di = 0, 1, 2, 3, \dots, m - 1$$

- 平方探测法 (又称二次探测)：

$$di = 0, 1, -1, 4, -4, \dots, k^2, -k^2 (k \leq m/2)$$

- ▶ 平均查找长度
  -

$$ASL_{\text{成功}} = (\text{查找成功的次数, 第一次也算一次}) / \text{元素的个数}$$

- ▶ 平均失败查找长度

-

$$ASL_{\text{失败}} = (\text{在 mod 数范围内的空间才算}) / \text{MOD 后面的数}$$

- 装填因子: 衡量冲突的概率

-

$$\alpha = n(\text{关键字个数}) / N(\text{表长})$$

- 链地址法

- 就像领接表那样

### 1.1.2 方法论

1. 画出数组
2. 后面填入数字 (比较次数)

## 1.2 真题实战

### 1.2.1 2017 年第 8 题

算法 1-1 2017 年第 8 题

已知Hash函数为 $H(K) = K \bmod 13$ ，散列地址为0--14，用开放地址法解决冲突，选取增量序列为线性探测再散列，关键字23,34,56,24,75,12,59,52,36,92依次插入到散列表中，则平均成功的查找长度为\_\_\_\_、平均失败的查找长度为\_\_\_\_\_。

解:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
52(1)	36(7)	92(2)		56(1)				34(1)		23(1)	24(1)	75(3)	12(2)	49(5)
4	3	2	1	2	1	1	1	2	1	9	8	7	6	5

$$23 \% 13 = 10$$

$$34 \% 13 = 8$$

$$56 \% 13 = 4$$

$$24 \% 13 = 11$$

$$75 \% 13 = 10 \quad \text{冲突} \quad (10 + 1) \% 13 = 11 \quad \text{冲突} \quad (10 + 2) \% 13 = 12$$

$$12 \% 13 = 12 \quad \text{冲突} \quad (12 + 1) \% 13 = 13$$

```

49 % 13 = 10 冲突 (10 + 1) % 15 = 11 冲突 (10 + 2) % 15 = 12 冲突 (10 + 3) % 15 = 13 冲突 (10 + 4) % 15 = 14
52 % 13 = 0
36 % 13 = 10 冲突 (10 + 1) % 15 = 11 冲突 (10 + 2) % 15 = 12 冲突 (10 + 3) % 15 = 13 冲突 (10 + 4) % 15 = 14
(10 + 5) % 15 = 0 冲突 (10 + 6) % 15 = 1
92 % 13 = 1 (1+1) % 15 = 2

```

$$1 + 7 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 2 + 5 = 24 (\text{查找次数}) \quad (1.1)$$

$$24/10 = 2.4 (\text{平均查找长度}) \quad (1.2)$$

对于 0 地址的元素要查找 0,1,2,3 这几个元素才知道会不会失败，第三个是空元素，所以失败了对于 1 地址的元素要查找 1,2,3 这几个元素才知道会不会失败，第 3 个元素是空元素，所以失败了以此类推因为 mod 13 只用看 0 - 12 空间里面的错误

$$(4 + 3 + 2 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 9 + 8 + 7) = 42 \quad (1.3)$$

$$ASL_{\text{失败}} = 42/13 \quad (1.4)$$

### 1.2.2 王道 269 综合应用题第 3 题

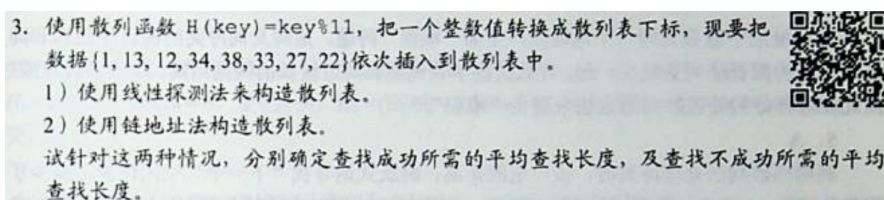


图 1-1 王道 269 综合应用题第 3 题

解：

1)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
33(1)	1(1)	13(1)	12(3)	34(4)	38(1)	27(2)	22(8)			

```

1 % 11 = 1
13 % 11 = 2
12 % 11 = 1 冲突    (1+1) % 10 = 2 冲突    (1 + 2) % 10 = 3
34 % 11 = 1 冲突    (1+1) % 10 = 2 冲突    (1 + 2) % 10 = 3
    冲突 (1+ 3) % 10 = 4
33 % 11 = 0
38 % 11 = 5
27 % 11 = 5 冲突 (5+1)%10 = 6
22 % 11 = 0 冲突 1 冲突 2 冲突 3 冲突 4 冲突 5 冲突 6 冲突 7

```

2)

拉链法只要算一次

```

1 % 11 = 1
13 % 11 = 2
12 % 11 = 1
34 % 11 = 1
33 % 11 = 0
38 % 11 = 5
27 % 11 = 5
22 % 11 = 0

```



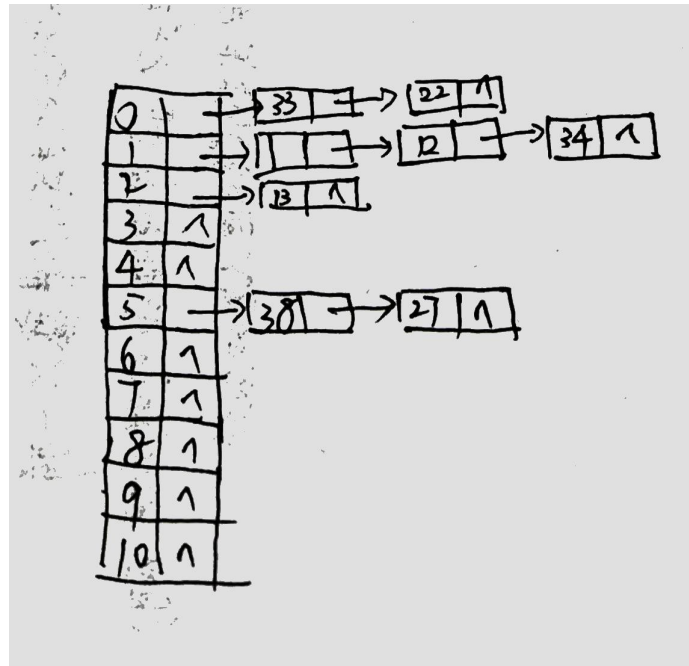


图 1-2 王道 269 综合应用题第 3 题

3)

用 A B 指代 1) 2)

A

$$A(\text{ASL 成功}) = (1 + 1 + 1 + 3 + 4 + 1 + 2 + 8) / 8 = 21 / 8$$

$$A(\text{ASL 失败}) = (9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1) / 11 = 47 / 11$$

B

$$B(\text{ASL 成功}) = (4 \times 1 + 3 \times 2 + 3 \times 1) / 8 = 13 / 8$$

$$B(\text{ASL 失败}) = (3 + 4 + 2 + 1 + 1 + 3 + 1 \times 5) / 11 = 19 / 11$$

### 1.2.3 2015 年第 (5) 题

设散列函数  $H(K) = 3K \bmod 11$ ，散列地址空间为  $0 - 10$ ，对关键字序列  $(32, 13, 39, 24, 38, 21, 4, 12)$  按照下述两种解决冲突的方法构造散列表；

- 1) 线性探测再散列；
- 2) 链地址法；

3) 并分别求出等概率下查找成功时和查找失败时的平均查找长度  $ASL_{\{succ\}}$  和  $ASL_{\{UNSUCC\}}$ ;

解:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	4(1)		49(1)	38(1)	12(3)	13(1)	24(2)	32(1)	21(2)	

$(3 \times 32) \% 11 = 8$   
 $(13 \times 3) \% 11 = 6$   
 $(49 \times 3) \% 11 = 3$   
 $(24 \times 3) \% 11 = 6$  冲突  $(6+1) \% 11 = 7$   
 $(38 \times 3) \% 11 = 4$   
 $(21 \times 3) \% 11 = 8$  冲突  $(8+1) \% 11 = 9$   
 $(4 \times 3) \% 11 = 1$   
 $(12 \times 3) \% 11 = 3$  冲突 4 冲突 5

$$ASL_{\text{失败}} = (1 + 2 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) / 11 = 39 / 11 \quad (1.5)$$

$$ASL_{\text{成功}} = (1 + 1 + 1 + 3 + 1 + 2 + 1 + 2) / 8 = 1.5 \quad (1.6)$$

$$ASL_{\text{失败}} = (1 + 2 + 1 + 3 + 2 + 1 + 3 + 1 + 3 + 1 + 1) / 11 = 19 / 11 \quad (1.7)$$

$$ASL_{\text{成功}} = (5 * 1 + 3 * 2) / 8 = 11 / 8 \quad (1.8)$$

#### 1.2.4 2013 年第 4 题

设哈希函数为  $H(\text{key}) = \text{key} \bmod 13$  哈希表长为 15, 用开放定址法处理冲突, 增量序列使用二次探测再散列。若一次在哈希表中插入 11 个元素:

34, 12, 67, 43, 98, 23, 51, 86, 05, 37, 22

1) 画出他们在表中的分布情形。

2) 求其等概率情况下平均成功的查找长度

解：

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
		67(1)	22(6)	43(1)	5(1)		98(1)	34(1)	86(2)	23(1)	37(1)	12(1)	51(2)	

```

39 % 13 = 8
12 % 13 = 12
67 % 13 = 2
43 % 13 = 4
98 % 13 = 7
23 % 13 = 10
51 % 13 = 12 冲突 (12+1) % 15 = 13
86 % 13 = 8 冲突 (8+1) % 15 = 9
5 % 13 = 5
37 % 13 = 11
22 % 13 = 9 冲突 (9+1) % 15 = 10 冲突 (9-1) % 15 = 8 冲突 (9+4)
           % 15 = 13 冲突 (9-4) % 15 = 5 冲突 (9+9) % 15 = 3

```

$$ASL_{成功} = (1 + 6 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 2) / 11 = 18 / 11 \quad (1.9)$$

### 1.2.5 2014 年第 4 题

采用哈希函数  $H(k) = 3 * k \bmod 13$  并用开放地址法处理冲突，增量序列选取采用线性探测再散列方式，在数列地址空间  $[0..12]$  中对关键字序列

22, 41, 53, 46, 30, 13, 1, 67, 51

- 1) 构造哈希表(画示意图)；
- 2) 装填因子；
- 3) 查找成功时的平均查找长度；
- 4) 查找不成功时的平均查找长度。

解：

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13,1	66,1		53,1	1,2		41,1	67,2	46,1		51,1		30,1

```

3*22 % 13 = 1
41*3 % 13 = 6
53*3 % 13 = 3
46*3 % 13 = 8
30*3 % 13 = 12
13*3 % 13 = 0
(1*3)% 13 = 3 冲突 4
(66*3)%13 = 6 冲突 7
(51*3) %13 = 10

```

$$\alpha = \frac{n}{N} = \frac{9}{13} \quad (1.10)$$

$$ASL_{\text{成功}} = (1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1)/9 = 11/9 \quad (1.11)$$

$$ASL_{\text{失败}} = (3 + 2 + 1 + 3 + 2 + 1 + 4 + 3 + 2 + 1 + 2 + 1 + 4)/13 = 29/13 \quad (1.12)$$