

一、选择题

1.B

2.A

二、填空题

1. $\frac{9}{49} \approx 18.37\%$ 2. $\frac{1}{4} = 25\%$

三、解答与证明题

1. 利用

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

得到

$$\begin{aligned} P(\bar{A} \cap \bar{B}) &= P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cup \bar{B}) \\ &= 1 - p + \sqrt{p} - P(\bar{A} \cup \bar{B}) \geq \sqrt{p} - p > 0. \end{aligned}$$

2. 设 A_i 表示第 i 次击中, B 表示最多设计 3 次击中. 根据题意知道概率 p 和距离 s 有关系 $p = \frac{k}{s}$, 代入 $p = 0.6, s = 100$ 可得 $k = 60$. 于是可得

$$\begin{aligned} P(A_1) &= 60\% \\ P(A_2|\bar{A}_1) &= 60/150 = 40\% \\ P(A_3|\bar{A}_1\bar{A}_2) &= 60/200 = 30\% \end{aligned}$$

可得

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1) + P(\bar{A}_1 A_2) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) \\ &= P(A_1) + P(\bar{A}_1)P(A_2|\bar{A}_1) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2)P(A_3|\bar{A}_1 \bar{A}_2) \\ &= 60\% + 40\% \times 40\% + 40\% \times 60\% \times 30\% = 83.2\%. \end{aligned}$$

3. 用 A, B 分别表示甲、乙的有效率, 于是有

$$P(A) = 92\%, \quad P(B) = 93\%$$

(1)

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(\bar{A}B) \\ &= P(A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 98.8\% \end{aligned}$$

(2)

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = 1 - \frac{P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A})}{1 - P(B)} \approx 82.86\%$$

4. 设 C_1, C_2 分别表示迷路者在 A 坡和 B 坡. S 表示事件“找到迷路者”.

(1) 利用全概率公式可得

$$\begin{aligned} P(S) &= P(C_1)P(S|C_1) + P(C_2)P(S|C_2) \\ &= 60\% \times (1 - (0.7)^8) + 40\%(1 - (0.7)^4) \approx 86.94\% \end{aligned}$$

(2) 设去 A 坡的人数为 x , 则去 B 坡的人数为 $12 - x$. 于是

$$P(S) = 1 - [60\% \times (0.7)^x + 40\% \times (0.3)^{(12-x)}]$$

可求得, 当 A 坡去 7 人, 找到的概率最大, 最大概率为 88.34%.

5. 设 A 表示仪器可直接出厂, B 表示调试后能出厂. 于是可得一台仪器可出厂的概率为

$$p = P(A) + P(\bar{A}B) = P(A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 70\% + 30\% \times 80\% = 94\%.$$

(1)

$$P_1 = p^n = (94\%)^n$$

(2)

$$\begin{aligned} P_2 &= C_n^2 p^{n-2} (1-p)^{n-2} \\ &= C_n^2 (94\%)^{n-2} (6\%)^2. \end{aligned}$$