

一、选择题

1.B

2.D

二、填空题

1.3,7

2. $\frac{11}{24}$

三、解答题

1. 从题意可知当 $0 < X < x$, 于是有

$$P([0, x]) = \frac{x^3}{a^3}.$$

则分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^3}{a^3}, & 0 \leq x < a \\ 1, & a \leq x \end{cases}$$

$$P(\frac{a}{3} < X \leq \frac{2a}{3}) = F(\frac{2a}{3}) - F(\frac{a}{3}) = \frac{7}{27}.$$

2. 因为 $F(x)$ 是右连续的, 所以

$$F(1) = \lim_{x \rightarrow 1+0} \Rightarrow 0 = \lim_{x \rightarrow 1+0} a + b(x-1)^2 \Rightarrow a = 0.$$

$$F(2) = \lim_{x \rightarrow 2+0} \Rightarrow b = 1.$$

$$P(X > \frac{3}{2}) = 1 - F(\frac{3}{2}) = 1 - (\frac{3}{2} - 1)^2 = \frac{3}{4}$$

3. 这是一个古典概型问题. 总共可取出 $C_4^2 = 6$ 种可能.

$X = 1$ 的所有可能结果是 $(1, 2), (1, 3), (1, 4)$

$X = 2$ 的所有可能结果是 $(2, 3), (2, 4)$

$X = 3$ 的所有可能结果是 $(3, 4)$

于是可得 X 的分布律为

X	1	2	3
P	3/6	2/6	1/6

可得 X 的分布律

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 1/2, & 1 \leq x < 2 \\ 5/6 & 2 \leq x < 3 \\ 1 & 3 \leq x \end{cases}$$

4. 根据题意知遇到红灯和绿灯的概率相等. 于是有

$$\begin{aligned} X=0 & \quad P = \frac{1}{2} \\ X=1 & \quad P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ X=2 & \quad P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \\ X=3 & \quad P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

X 的分布律为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$