一、选择题

1.C
2.B
3.B

二、填空题

1.$a=2,b=8.$
2.780
3.$E(X)=-\frac{67}{45},E(X^2)=\frac{143}{15}.$

三、解答题

1. 由题意可知, 分数 X 的取值为 $1,2,3,4,5,7,8,9,10,11,12.$. 显然,

$$\begin{array}{l} P(X=i)=\frac{1}{6},\quad i=1,\cdots,5. \\ P(X=i)=\frac{1}{36},\quad i=7,\cdots,12. \end{array}$$

于是 X 的分布律为

$$X\sim\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{36} & \frac{1}{36} & \frac{1}{36} & \frac{1}{36} & \frac{1}{36} & \frac{1}{36} \end{pmatrix}$$

2.X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 5, \\ A-\frac{B}{x^2}, & x>5. \end{cases}$$

根据分布函数的性质: 右连续和规范性. 可得 $\lim_{x\to 5+0}F(x)=F(5)$ 和 $F(+\infty)=1$. 可得

$$\begin{cases} A-\frac{B}{25}=0, \\ \lim_{x\to+\infty}(A-\frac{B}{x^2})=1. \end{cases}$$
$$\Rightarrow A=1,B=25.$$

立即可得 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 5, \\ \frac{50}{x^3}, & x>5. \end{cases}$$

于是

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int_{5}^{+\infty} x\cdot\frac{50}{x^3}dx=10.$$

3. 设 Y 表示一台设备的可获得的利润, 由题可知

$$Y=\begin{cases}1000, & X>1,\\ 600, & X\le 1.\end{cases}$$

因为 $X\sim e(0.25)$, 于是 $P(X\le 1)=1-e^{-0.25}, P(X>1)=e^{-0.25}$.

则

$$E(Y)=1000\cdot P(X>1)+600\cdot P(X\le 1)=688.4797$$

4. 因为 $X\sim e(1), Y\sim\Gamma(2,1)$, 所以 $E(X)=1, D(X)=1, E(Y)=2$.

(1) $E(X-Y)=E(X)-E(Y)=1-2=-1$.

(2)

$$E(Y^3)=\int_{0}^{+\infty}\frac{1^2}{\Gamma(2)}y^3\cdot y^{2-1}e^{-1\cdot y}dy=24.$$

$$E(2X^2+3Y^3)=2E(X^2)+3E(Y^3)=2[(E(X))^2+D(X)]+3\cdot 24=76.$$

(3) 因为 X 和 Y 独立, 所以

$$E(XY)=E(X)E(Y)=2.$$

5. 由题可知, 调整设备的次数 X 的可能取值为 $0,1,2,3,4$. 设 p 表示每次检测需要调整的概率, 因此有

$$p=1-\binom{10}{0}(0.9)^{10}(0.1)^0-\binom{10}{1}(0.9)^9(0.1)^1=26.39\%.$$

于是 $X\sim B(4,p)$ 或 $X\sim B(4,26.39\%)$.

则 $E(X)=4\cdot p=4\cdot 26.39\%=1.0556$.