

1. 下列二元函数中, () 可作为二元连续型随机变量 (X, Y) 的密度函数.

(A)

$$f(x, y) = \begin{cases} \cos x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(B)

$$f(x, y) = \begin{cases} \cos x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(C)

$$f(x, y) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(D)

$$f(x, y) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

2. 若随机变量 X 有分布函数值 $F_X(x) = \frac{1}{3}$, 令 $Y = 1 - X$, 则 $P(X > 1, Y < 0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. X, Y 独立同分布于 $B(1, \frac{1}{2})$ 分布, $M = \max\{X, Y\}$, $N = \min\{X, Y\}$. 则 $P(M = N) = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 二维随机变量 (X, Y) 有密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} Ay, & 0 < y < x < 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求 A ; (2) 求 $P(X \leq \frac{1}{2}, Y \leq \frac{1}{4})$. (Figure 1)

5. $X \sim U(0, 1)$, 对任意 $x \in (0, 1)$, 当 $X = x$ 时, $Y \sim U(x^2, 1)$, 求 $P(x^2, 1)$. (Figure 2)

6. X 与 Y 独立同分布于 $U(0, 1)$, 令 $Z = XY$, 求 Z 的密度 $f_Z(z)$. 7. X 与 Y 独立同分布于 $(0, 1)$ 区间上的均匀分布, $Z = X + Y$, 求 Z 的密度.

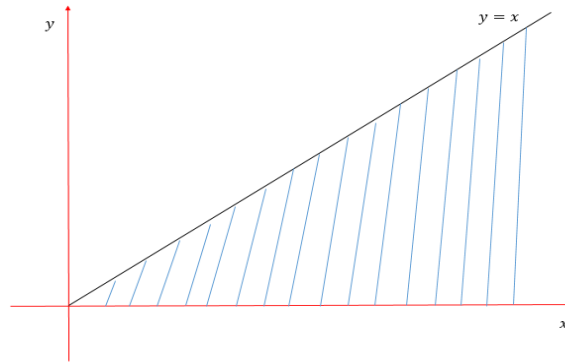


Figure 1:

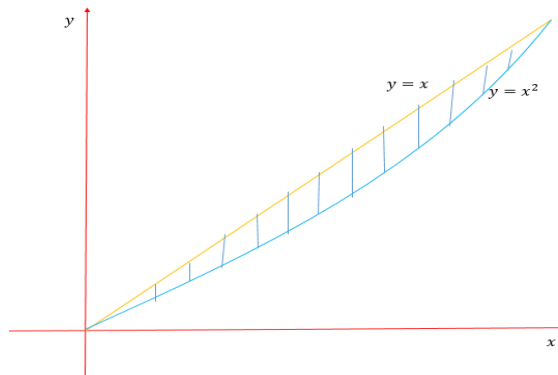


Figure 2:

8. 设随机变量 X 与 Y 独立, 且 $X \sim e(1), Y \sim e(1)$, 令 $Z = \frac{X}{Y}$, 求 Z 的密度函数 $f_Z(x)$.

9. 设某一系统由 5 个相互独立的电子元件组成, 其联接方式为 (1) 并联, (2) 串联. 若每个元件的寿命 $T_i \sim e(0.2)$ (单位: 万小时), $i = 1, 2, 3, 4, 5$. 试就以上两种联接方式求系统使用寿命的密度函数以及使用寿命大于 1 万小时的概率.

10. (X, Y) 有密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 - x - y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$