## 一、选择题

1.C
2.C
3.A

## 二、填空题

1.$\frac{2}{\pi}$
2.$\Gamma(\frac{7}{2})=\frac{15}{8}\sqrt{\pi}=\approx 3.3234.$
3.$B(3,e^{-1})=B(3,36.79\%)$

## 三、解答题

1. 由密度函数的性质:
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1.$$
得
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x)dx=1$$
$$\Rightarrow \int_{0}^{+\infty} \frac{x^2}{c^2}e^{-\frac{x^3}{c}}=1\Rightarrow c=\frac{1}{3}.$$
因此
$$P(X\le 1)=\int_{-\infty}^{1}\varphi(x)dx=\int_{0}^{1}9x^2e^{-3x^3}dx=1-e^{-3}\approx 95.02\%.$$
2.(1) 从题 1 知道有
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1\Rightarrow \int_{-A}^{A}\frac{2}{\pi(1+x^2)}dx=1$$
$$\Rightarrow A=1.$$
(2)
$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx=\begin{cases} 0, & x<-1\\ \frac{2}{\pi}\arctan(x)+\frac{1}{2}, & -1\le x<1\\ 1, & 1\le x.\end{cases}$$
3.(1) 由密度函数的规一性得:
$$\int_{0}^{2}\frac{1}{8}dx+\int_{2}^{4}kxdx=1$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{8}.$$

(2)

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{8}x, & 0 < x < 2 \\ \frac{1}{16}x^2, & 2 \leq x < 4 \\ 1, & 4 \leq x \end{cases}$$

4. 电子元件的寿命服从参数为 $\frac{1}{1000}$ 的指数分布, 在 400 小时内损坏的概率为

$$P(X \leq 400) = \int_{0}^{400} \frac{1}{1000} e^{-\frac{1}{1000}} dx = 1 - e^{-\frac{2}{5}} \approx 32.97\%.$$

(1)

$$P = C_6^1 (32.97\%)^1 (1 - 32.97\%)^{(6-1)} \approx 26.77\%.$$

(2)

$$P = 1 - (1 - 32.97\%)^6 \approx 90.93\%.$$