



IEL – protokol k projektu

Hana, Liškařová
xliskah00

17. prosince 2023

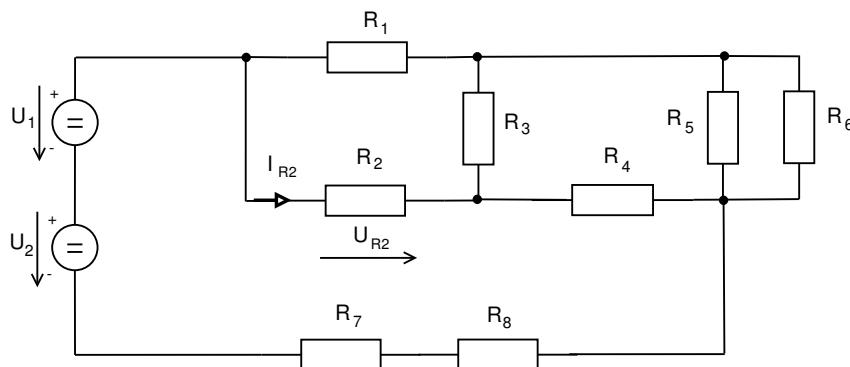
Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	8
3	Příklad 3	13
4	Příklad 4	16
5	Příklad 5	19
6	Shrnutí výsledků	22

Příklad 1

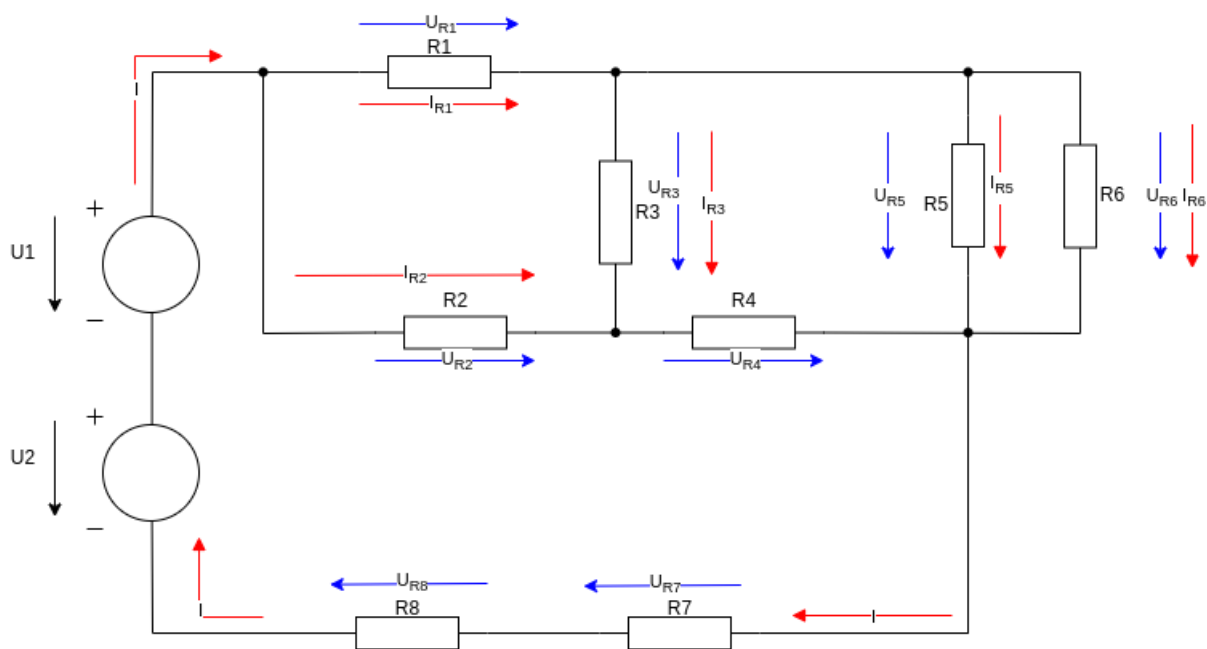
Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
G	130	60	380	420	330	440	450	650	410	275



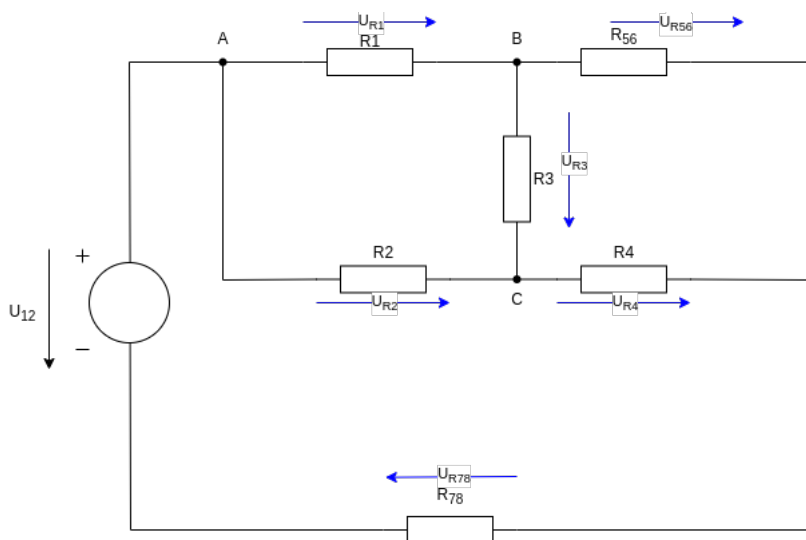
Řešení použitím metody postupného zjednodušování obvodu:

1. Krok - zakreslení příslušných napětí a proudů do obvodu



Obrázek 1: Zakreslení příslušných napětí a proudů do obvodu

2. Krok - Zjednodušení dvojic lineárně zapojených rezistorů R_7, R_8 a paralelně zapojených rezistorů R_5, R_6 . Zjednodušení zapojených zdrojů U_1, U_2 .



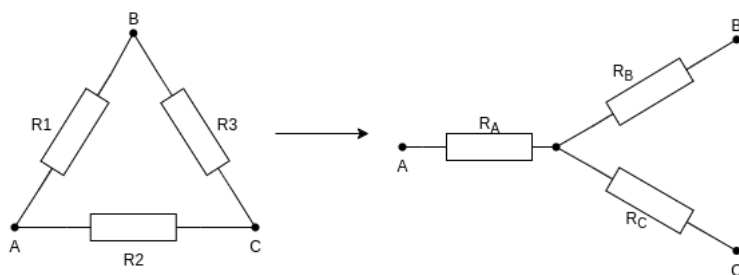
Obrázek 2: Zjednodušení obvodu - 2. krok - seskupení odporů

$$R_{56} = \frac{R_5 * R_6}{R_5 + R_6} = 265,9091\Omega \quad (1)$$

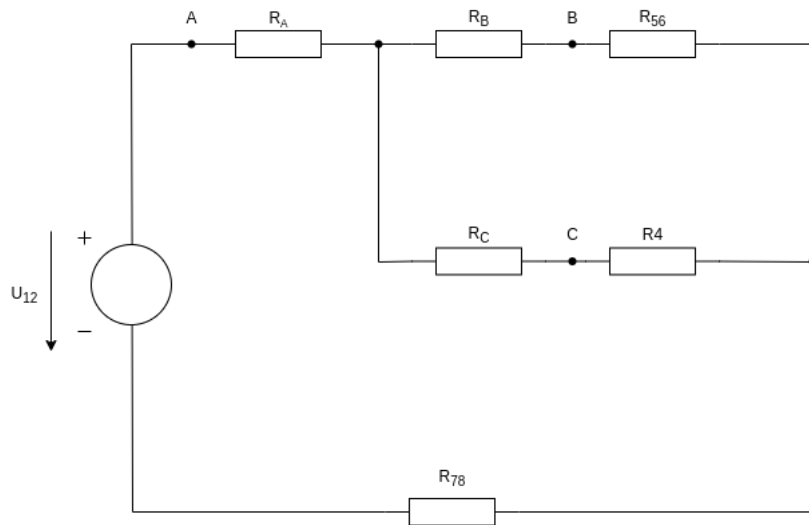
$$R_{78} = R_7 + R_8 = 685\Omega \quad (2)$$

$$U_{12} = U_1 + U_2 = 190V \quad (3)$$

3. Krok - Převedení zapojení trojúhelník na zapojení hvězda a dopočítání příslušných odporů podle vzorce.



Obrázek 3: Znázornění převodu zapojení trojúhelník na hvězda



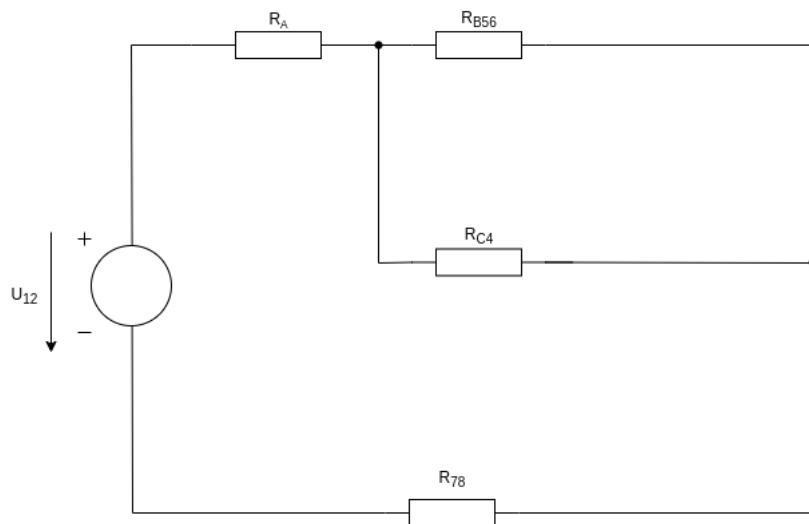
Obrázek 4: Záměna zapojení trojúhelník na hvězda

$$R_A = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 141,2389\Omega \quad (4)$$

$$R_B = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 110,9735\Omega \quad (5)$$

$$R_c = \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 122,6549\Omega \quad (6)$$

4. Krok - Zjednodušení lineárně zapojených dvojic odporů R_B, R_{56} a R_C, R_4 .

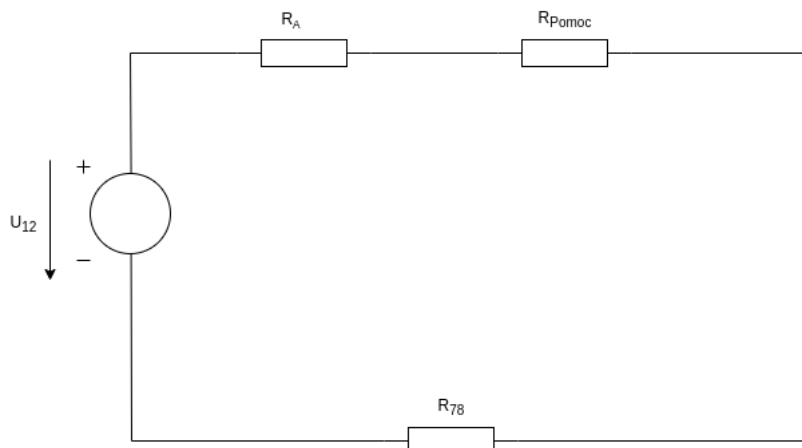


Obrázek 5: Zjednodušení lineárně zapojených odporů

$$R_{B56} = R_{56} + R_B = 376,8825\Omega \quad (7)$$

$$R_{C4} = R_4 + R_C = 562,6549\Omega \quad (8)$$

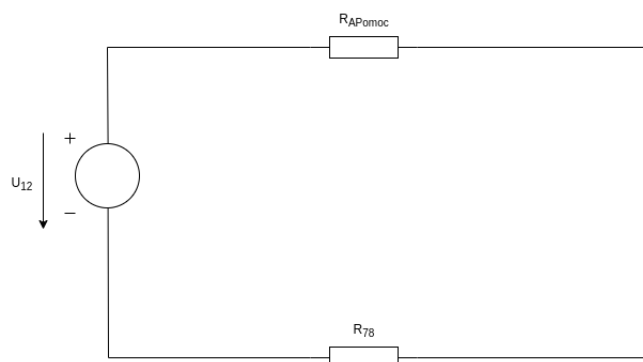
5. Krok - Zjednodušení paralelně zapojených odporů R_{C4} a R_{B56} .



Obrázek 6: Zjednodušení paralelně zapojených odporů

$$R_{POMOC} = \frac{R_{C4} * R_{B56}}{R_{C4} + R_{B56}} = 225,7013\Omega \quad (9)$$

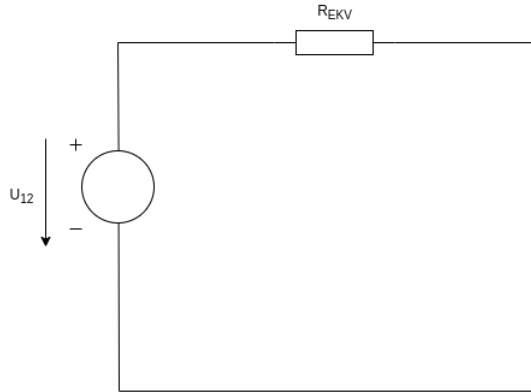
6. Krok - Zjednodušení lineárně zapojených odporů R_A a R_{POMOC} .



Obrázek 7: Zjednodušení lineárně zapojených odporů

$$R_{APOMOC} = R_A + R_{POMOC} = 366,9402\Omega \quad (10)$$

7. Krok - Zjednodušení lineárně zapojených odporů R_{POMOC} a R_{78} .



Obrázek 8: Zjednodušení lineárně zapojených odporů

$$R_{EKV} = R_{APOMOC} + R_{78} = 1051,9402\Omega \quad (11)$$

8. Krok - Dopočítání celkového proudu.

Pomocí dopočítaného R_{EKV} dopočítáme celkový proud procházející obvodem.

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = 0,1806A \quad (12)$$

9. Krok - Rozložení obvodu zpět do původního stavu.

Po dopočítání celkového proudu můžeme zpětně obvod rozložit. Při rozložení do stavu popsaného na obrázku 7 můžeme dopočítat $U_{RAPOMOC}$ a U_{R78} .

$$U_{RAPOMOC} = R_{APOMOC} * I = 66,2762V \quad (13)$$

$$U_{R78} = R_{78} * I = 123,7238V \quad (14)$$

Následně obvod rozložíme do stavu popsaném na obrázku 6. Z tohoto stavu můžeme dopočítat U_{RA} a U_{RPOMOC} .

$$U_{RPOMOC} = R_{POMOC} * I = 40,7659V \quad (15)$$

Obvod opět rozložíme o další krok, tedy do stavu popsaném na obrázku 5, a lze dopočítat U_{RC4} . Jelikož zde v obvodu vznikl uzel, v tomto kroku je nutno dopočítat proud I_{RC4} .

$$U_{RC4} = U_{RB56} = U_{RPOMOC} = 40,7659V \quad (16)$$

$$I = I_{RB56} + I_{RC4} \quad (17)$$

$$I_{RC4} = \frac{U_{RC4}}{R_{C4}} = 0,0725A \quad (18)$$

V dalším kroku rozložíme obvod do stavu na obrázku 4 a dopočítáme U_{R4} .

$$U_{R4} = I_{RC4} * R_4 = 31,8792V \quad (19)$$

Zaměníme zapojení hvězda zpět za zapojení trojúhelník a dostaneme obvod do stavu na obrázku 2, a určíme v něm rovnice smyček napětí.

Rovnice smyček napětí:

$$1 : U_{R1} + U_{R3} = U_{R2} \quad (20)$$

$$2 : U_{R3} + U_{R4} = U_{R56} \quad (21)$$

$$3 : U_{R2} + U_{R4} + U_{R78} = U_{12} \quad (22)$$

Do rovnice popisující napětí v smyčce číslo 3 dosadíme dříve dopočítané hodnoty U_{R4} , U_{R78} a U_{12} . Tímto získáme hodnotu U_{R2} .

$$U_{R2} = U_{12} - U_{R2} - U_{R4} - U_{R78} = \mathbf{34,3970V} \quad (23)$$

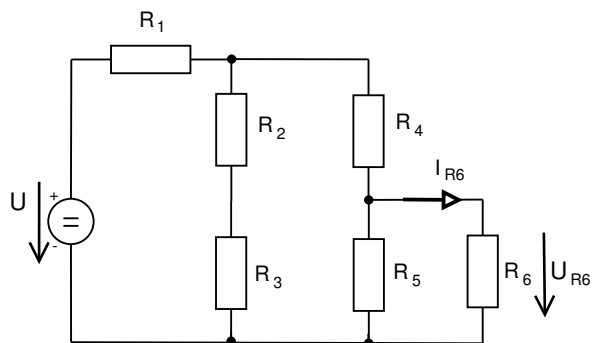
V posledním kroku pomocí Ohmova zákona dopočítáme hodnotu I_{R2} .

$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R_2} = \mathbf{0,0818971A} \quad (24)$$

Příklad 2

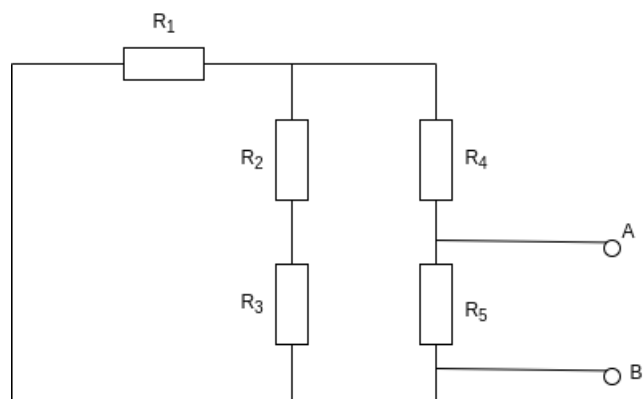
Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6} . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
B	100	50	310	610	220	570	100



Řešení použitím metody Théveninovy věty:

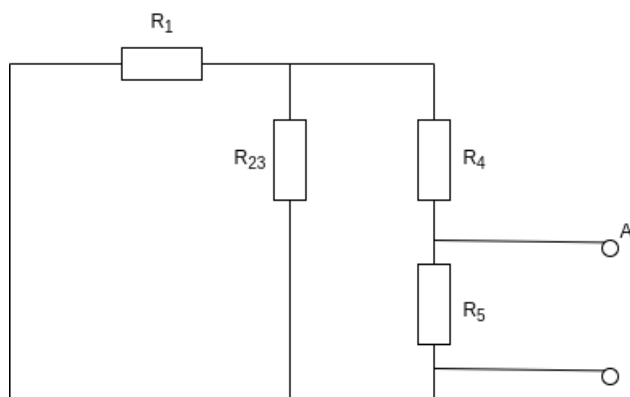
1. Krok - Zkratování obvodu a odebrání zátěže R_6 .



Obrázek 9: Zkratování obvodu a odebrání zátěže

2. Krok - Zjednodušení obvodu a dopočítání R_i .

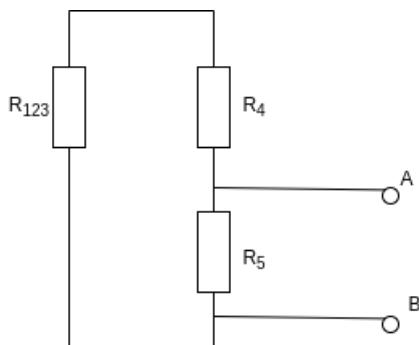
Nejprve zjednodušíme sériově zapojené resistory R_2 a R_3 .



Obrázek 10: Zjednodušení sériově zapojených rezistorů

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 920\Omega \quad (25)$$

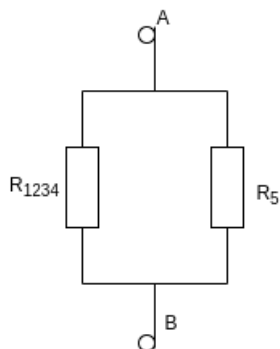
Dále zjednodušíme paralelně zapojené resistory R_1 a R_{23} .



Obrázek 11: Zjednodušení paralelně zapojených rezistorů

$$R_{123} = \frac{R_1 * R_{23}}{R_1 + R_{23}} = 47,4227\Omega \quad (26)$$

Nyní zjednodušíme sériově zapojené rezistory R_{123} a R_4 .



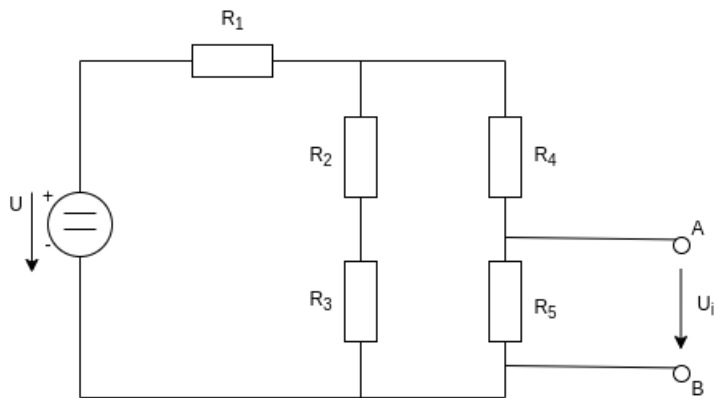
Obrázek 12: Zjednodušení sériově zapojených rezistorů

$$R_{1234} = R_{123} + R_4 = 267,4227\Omega \quad (27)$$

Podle posledního obrázku můžeme nyní zjednodušit paralelně zapojené rezistory R_{1234} a R_5 . Poté dopočítáme celkový vnitřní odpor náhradního zdroje - R_i .

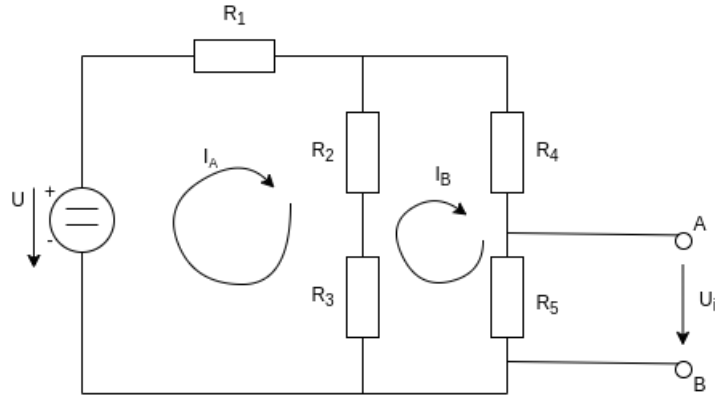
$$R_i = \frac{R_{1234} * R_5}{R_{1234} + R_5} = 182,0239\Omega \quad (28)$$

3. Krok - Dopočítání napětí náhradního zdroje - U_i



Obrázek 13: Dopočítání napětí náhradního zdroje

Napětí náhradního zdroje dopočítáme pomocí smyčkových proudů I_A a I_B označených v obrázku níže.



Obrázek 14: Vyznačení smyčkových proudů

Sestavíme rovnice smyčkových proudů:

$$A : U = I_A * R_1 + R_2 * (I_A - I_B) + R_3 * (I_A - I_B) \quad (29)$$

$$B : U = R_2 * (I_B - I_A) + R_3 * (I_B - I_A) + I_B * R_4 + I_B * R_5 \quad (30)$$

Rovnice dosadíme do matic a pomocí Crammerova pravidla dopočítáme smyčkový proud I_B .

$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_2 - R_3 \\ -R_2 - R_3 & R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_A \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U \\ 0 \end{pmatrix} \quad (31)$$

První matici si označíme R_M , dosadíme do ní hodnoty a spočítáme její determinant .

$$| R_M | = \begin{vmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_2 - R_3 \\ -R_2 - R_3 & R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 970 & -920 \\ -920 & 1710 \end{vmatrix} = 812300 \quad (32)$$

Nyní použijeme Crammerovo pravidlo a vytvoříme matici I_{BM} , pomocí matice R_M a výsledné třetí matice. Do vzniklé matice dosadíme hodnoty a spočítáme její determinant.

$$I_{BM} = \begin{pmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & U \\ -R_2 - R_3 & 0 \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$| I_{BM} | = \begin{vmatrix} 970 & 100 \\ -920 & 0 \end{vmatrix} = 92000 \quad (34)$$

Následně dopočítáme hodnotu smyčkového proudu I_B .

$$I_B = \frac{| I_{BM} |}{| R_M |} = 0,11326A \quad (35)$$

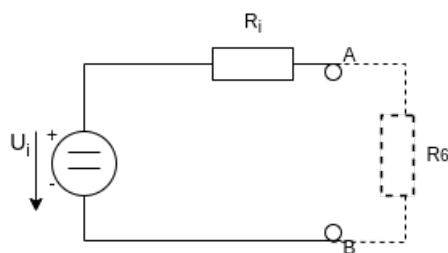
Vrátíme se zpět k obrázku 14 a pomocí smyčkového proudu I_{BM} dopočítáme hledané U_i . Na obrázku můžeme vidět že podle 2. Kirchhoffova zákona platí:

$$U_i = U_{R5} \quad (36)$$

Dopočítáme tedy hodnotu U_{R5} .

$$U_i = U_{R5} = I_B * R_5 = \mathbf{64,5574V} \quad (37)$$

4. Krok - Dopočítání I_{R6} a U_{R6} pomocí ekvivalentního obvodu.



Obrázek 15: Ekvivalentní obvod s náhradním zdrojem

Pomocí Ohmova zákona nyní dopočítáme I_{R6} a U_{R6} .

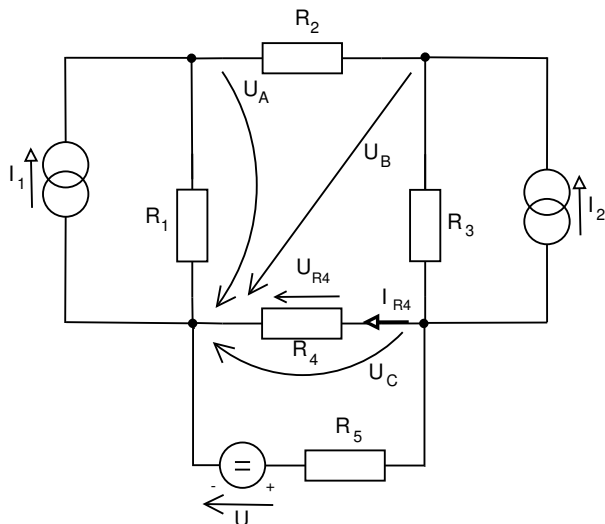
$$I_{R6} = \frac{U_i}{R_i + R_6} = \mathbf{0,2289A} \quad (38)$$

$$U_{R6} = I_{R6} * R_6 = \mathbf{22,8907V} \quad (39)$$

Příklad 3

Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
F	145	0.75	0.85	48	44	53	36	25



Řešení použitím metody uzlových napětí:

1. Krok - Záměna napěťového zdroje U za proudový zdroj I_3 .

Viz obrázek 16 níže. Přepočít napěťového zdroje na proudový provedeme pomocí Ohmova zákona.

$$I_3 = \frac{U}{R_5} = 5,8A \quad (40)$$

2. Krok - Zakreslení nezávislých uzlů do obvodu a zaznačení proudů do nich vedoucích.

Pro další výpočty je nutné převést hodnoty odporů na vodivost.

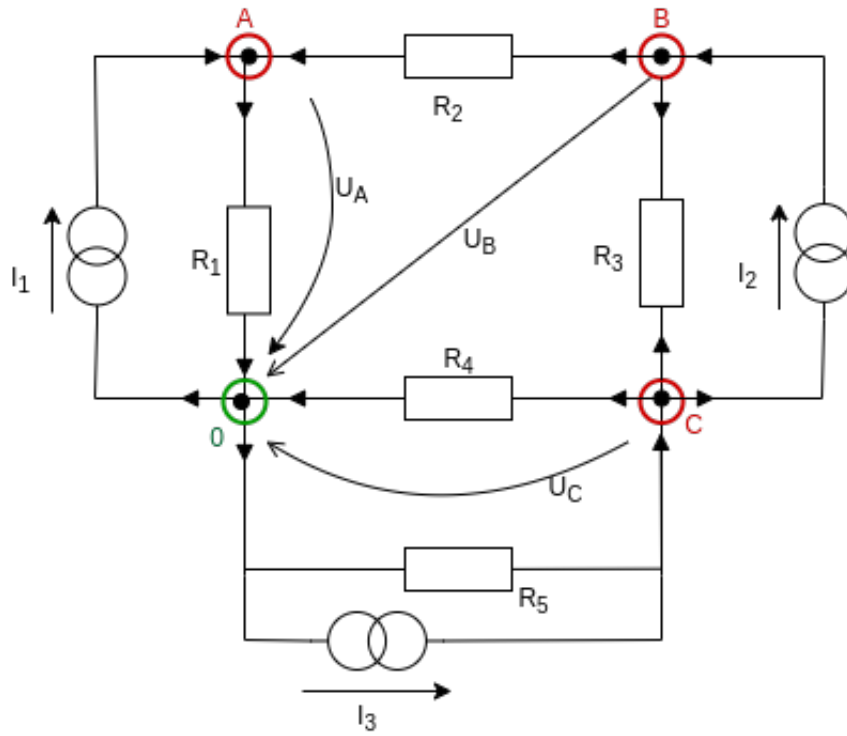
$$G = \frac{1}{R} \quad (41)$$

$$G_1 = \frac{1}{48}S \quad G_2 = \frac{1}{44}S$$

$$G_3 = \frac{1}{53}S \quad G_4 = \frac{1}{36}S$$

$$G_5 = \frac{1}{25}S$$

V obvodu si zvolíme referenční uzel (v obrázku označen zeleně, jako uzel 0). Ostatní nezávislé uzly označíme písmeny.



Obrázek 16: Vyznačení uzlů a proudů

3. Krok - Vytvoření rovnic uzlových napětí.

Nyní můžeme rozepsat rovnice uzlových napětí.

$$A : I_1 = G_1 * U_A + G_2 * (U_A - U_B) \quad (42)$$

$$B : I_2 = G_2 * (U_B - U_A) + G_3 * (U_B - U_C) \quad (43)$$

$$C : I_3 - I_2 = G_4 * U_C + G_5 * U_C + G_3 * (U_C - U_B) \quad (44)$$

4. Krok - Úprava rovnic a přepsání do matic.

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_3 & -G_3 \\ 0 & -G_3 & G_3 + G_4 + G_5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 - I_2 \end{pmatrix} \quad (45)$$

První matici označíme G_M , dosadíme do ní hodnoty a pomocí Sarrusovy metody spočítáme její determinant.

$$|G_M| = \begin{vmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_3 & -G_3 \\ 0 & -G_3 & G_3 + G_4 + G_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{48} + \frac{1}{44} & -\frac{1}{44} & 0 \\ -\frac{1}{44} & \frac{1}{44} + \frac{1}{53} & -\frac{1}{53} \\ 0 & -\frac{1}{53} & \frac{1}{53} + \frac{1}{36} + \frac{1}{25} \end{vmatrix} = 9,67319 * 10^{-5} \quad (46)$$

Použitím Crammerova pravidla nyní dopočítáme uzlové napětí, které procházejí R_4 , tedy U_C . V matici R_M nahradíme poslední sloupec hodnotami z třetí matice a vzniklou matici označíme U_{CM} . Následně podle Carrusovy metody spočítáme její determinant.

$$|U_{CM}| = \begin{vmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 & I_1 \\ -G_2 & G_2 + G_3 & I_2 \\ 0 & -G_3 & I_3 - I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{48} + \frac{1}{44} & -\frac{1}{44} & 0,75 \\ -\frac{1}{44} & \frac{1}{44} + \frac{1}{53} & 0,85 \\ 0 & -\frac{1}{53} & 4,95 \end{vmatrix} = 0,00743237 \quad (47)$$

$$U_C = \frac{|U_{CM}|}{|G_M|} = 76,8347V \quad (48)$$

$$U_{R4} = U_C = \mathbf{76,8347V} \quad (49)$$

Nyní pomocí ohmova zákona můžeme dopočítat proud I_{R4} .

$$I_{R4} = \frac{U_{R4}}{R_4} = \mathbf{2,1343A} \quad (50)$$

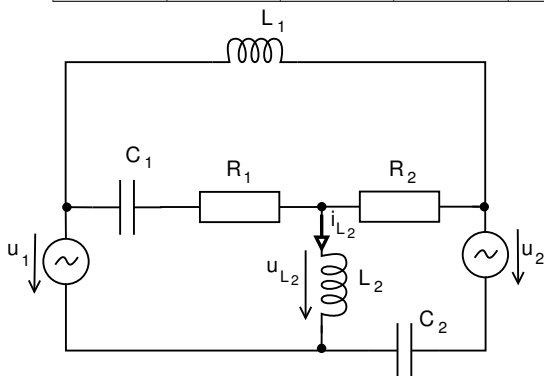
Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$ určete $|U_{L_2}|$ a φ_{L_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
G	5	5	13	12	140	60	160	80	60



Řešení pomocí metody smyčkových proudů:

1. Krok - Přepočítání hodnot, výpočet úhlové rychlosti a impedancí.

Nejprve převedeme veškeré hodnoty na základní jednotky.

$$L_1 = 0,14H \quad (51)$$

$$L_2 = 0,06H \quad (52)$$

$$C_1 = 160 \cdot 10^{-6}F \quad (53)$$

$$C_2 = 80 \cdot 10^{-6}F \quad (54)$$

Dopočítáme úhlovou rychlost ω .

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 60 = 120\pi \quad (55)$$

$$\omega = 376,9911184 \text{ rad} \cdot s^{-1} \quad (56)$$

Nyní dopočítáme impedance cívek a kondenzátorů.

$$Z_L = j\omega \cdot L \quad (57)$$

$$Z_{L1} = j \cdot 376,99112 \cdot 0,14 = j \cdot 52,7787568\Omega \quad (58)$$

$$Z_{L2} = j \cdot 376,99112 \cdot 0,06 = j \cdot 22,61946711\Omega \quad (59)$$

$$Z_C = \frac{-j}{\omega \cdot C} \quad (60)$$

$$Z_{C1} = \frac{-j}{376,99112 \cdot 160 \cdot 10^{-6}} = -16,57863991j\Omega \quad (61)$$

$$Z_{C2} = \frac{-j}{376,99112 \cdot 80 \cdot 10^{-6}} = -33,15727981j\Omega \quad (62)$$

2. Krok - Výpočet napětí u_1 a u_2 .

Do rovnic napětí dosadíme zadané hodnoty času a U_1, U_2 a vypočítáme.

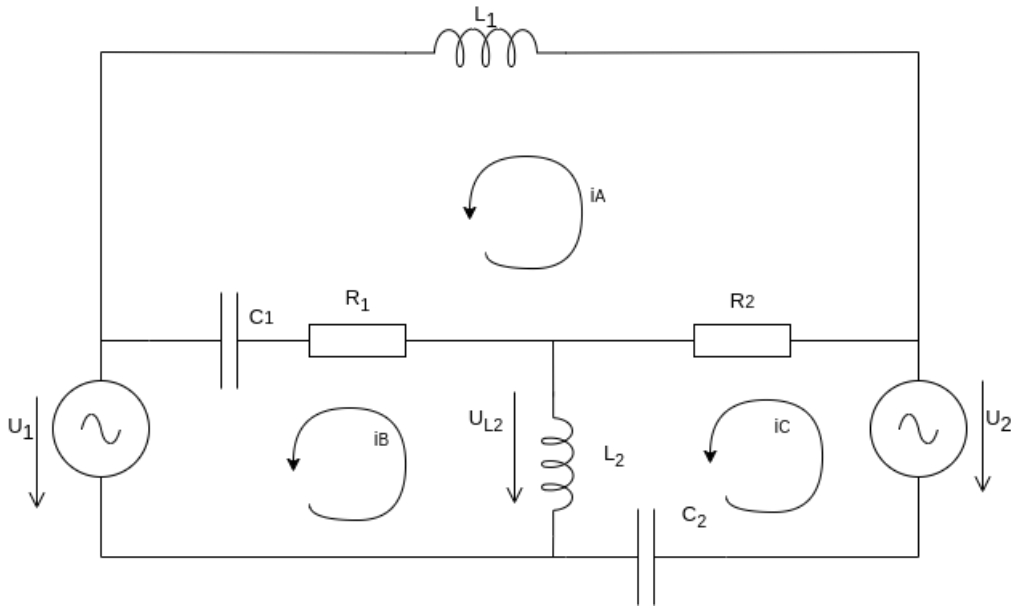
$$u_1 = U_1 * \sin(2\pi ft) = 5 * \sin(2\pi * 60 * \frac{\pi}{2\omega}) = 5 * \sin(120\pi * \frac{\pi}{240\pi}) \quad (63)$$

$$u_1 = 5 * \sin(\frac{\pi}{2}) = 5 = U_1 \quad (64)$$

$$u_2 = 5 * \sin(\frac{\pi}{2}) = 5 = U_2 \quad (65)$$

3. Krok - Sestavení rovnic smyčkových proudů a výpočet.

Nejprve zakreslíme směry smyčkových proudů do obvodu, viz níže.



Obrázek 17: Vyznačení směru smyčkových proudů

Sestavíme rovnice jednotlivých proudů.

$$A : I_A * Z_{L1} + Z_{C1} * (I_A - I_B) + R_1 * (I_A - I_B) + R_2 * (I_A - I_C) = 0 \quad (66)$$

$$B : Z_{C1} * (I_B - I_A) + R_1 * (I_B - I_A) + Z_{L2} * (I_B - I_C) = -U_1 \quad (67)$$

$$C : Z_{C2} * I_C + Z_{L2} * (I_C - I_B) + R_2 * (I_C - I_A) = U_2 \quad (68)$$

Rovnice upravíme a převedeme do maticového tvaru.

$$\begin{pmatrix} Z_{L1} + Z_{C1} + R_1 + R_2 & -Z_{C1} - R_1 & -R_2 \\ -Z_{C1} - R_1 & Z_{C1} + R_1 + Z_{L2} & -Z_{L2} \\ -R_2 & -Z_{L2} & Z_{L2} + Z_{C2} + R_2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ U_1 \\ -U_2 \end{pmatrix} \quad (69)$$

První matici zleva označíme Z_M , dosadíme do ní hodnoty a pomocí Sarrusova pravidla spočítáme její determinant.

$$|Z_M| = \begin{vmatrix} 25 + 36,20011667j & -13 + 16,57863991j & -12 \\ -13 + 16,57863991j & 13 + 6,040827196j & -22,61946711j \\ -12 & -22,61946711j & 12 - 10,5378127j \end{vmatrix} \quad (70)$$

$$|Z_M| = 15557,885063245 + 20990,45176579j \quad (71)$$

Nyní podle Cramerova pravidla dopočítáme hodnoty smyčkových proudů I_B a I_C . Vytvoříme matice I_{BM} a I_{CM} , následně spočítáme jejich determinanty.

$$|I_{BM}| = \begin{vmatrix} Z_{L1} + Z_{C1} + R_1 + R_2 & 0 & -R_2 \\ -Z_{C1} - R_1 & U_1 & -Z_{L2} \\ -R_2 & -U_2 & Z_{L1} + Z_{C2} + R_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 25 + 36,20011667j & 0 & -12 \\ -13 + 16,57863991j & 5 & -22,61946711j \\ -12 & -5 & 12 - 10,5378127j \end{vmatrix} \quad (72)$$

$$|I_{BM}| = 6001,4869879092 - 977,93458145j \quad (73)$$

$$|I_{CM}| = \begin{vmatrix} 25 + 36,20011667j & -13 + 16,57863991j & 0 \\ -13 + 16,57863991j & 13 + 6,040827196j & 5 \\ -12 & -22,61946711j & -5 \end{vmatrix} \quad (74)$$

$$|I_{CM}| = -4375,0000019108 - 3430,6191772j \quad (75)$$

Nyní dopočítáme hodnoty I_B a I_C , z kterých následně dopočítáme hodnotu proudu I_{L2} .

$$I_B = \frac{|I_{BM}|}{|Z_M|} = 0,10670694 - 0,20682512jA \quad (76)$$

$$I_C = \frac{|I_{CM}|}{|Z_M|} = -0,20519540 + 0,05633960jA \quad (77)$$

$$I_{L2} = I_B - I_C = 0,3119023 - 0,2631647jA \quad (78)$$

Pomocí ohmova zákona dopočítáme napětí u_{L2} .

$$u_{L2} = I_{L2} * Z_{L2} = 5,9526453 + 7,0550638jV \quad (79)$$

4. Krok - Dopočítání hodnot.

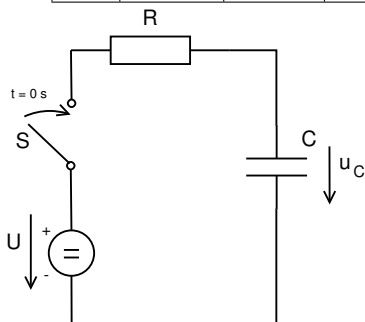
$$|U_{L2}| = \sqrt{Re(u_{L2}^2) + Im(u_{L2}^2)} = \mathbf{9,2308V} \quad (80)$$

$$|\varphi_{L2}| = \arctan \frac{Im(u_{L2})}{Re(u_{L2})} = 49,84430769^\circ = \mathbf{49^\circ 50' 40''} \quad (81)$$

Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0$ [s] sepne spínač S . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	U [V]	C [F]	R [Ω]	$u_C(0)$ [V]
B	30	5	125	12



Řešení: 1. Krok - Popsání obvodu rovnicemi.

Zadaný obvod nejprve popíšeme třemi rovnicemi. První rovnice popisuje napětí v obvodu, podle II. Kirchhoffova zákona. Druhá rovnice popisuje proud na kondenzátoru a třetí rovnice popisuje derivaci napětí na kondenzátoru.

$$U = u_R + u_C \Rightarrow u_R = U - u_C \quad (82)$$

$$i_C = i_R = \frac{u_R}{R} \quad (83)$$

$$u'_C = \frac{i_C}{C} \quad (84)$$

Nyní upravíme rovnice tak, aby jsme získali vyjádření napětí u'_C . Tedy druhou rovnici dosadíme do třetí a výsledek následně dosadíme do první rovnice.

$$u'_C = \frac{1}{C} * \frac{u_R}{R} = \frac{u_R}{RC} \quad (85)$$

$$u'_C = \frac{1}{C} * \frac{u_R}{R} = \frac{u_R}{RC} \Rightarrow u_R = RC * u'_C \quad (86)$$

$$u'_C * RC = U - u_C \quad (87)$$

Výslednou rovnici upravíme.

$$u'_C + \frac{u_C}{RC} = \frac{U}{RC} \quad (88)$$

2. Krok - Analytické řešení.

Nejprve vypíšeme očekávaný tvar rovnice.

$$u_C(t) = K(t) * e^{\lambda t} \quad (89)$$

Nyní dopočítáme hodnotu λ .

$$u'_C = \lambda \quad (90)$$

$$u_C = 1 \quad (91)$$

Hodnoty dosadíme do výše získané rovnice 5 a vyjádříme z ní hodnotu λ .

$$\lambda + \frac{1}{RC} = 0 \quad (92)$$

$$\lambda = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{5 * 125} = -0,0016 \quad (93)$$

Vyjádřenou hodnotu λ nyní dosadíme do rovnice očekávaného řešení.

$$u_C(t) = K(t) * e^{\frac{-t}{RC}} \quad (94)$$

Získanou rovnici nyní zderivujeme.

$$u'_C = K'(t) * e^{\frac{-t}{RC}} + K(t) * \left(\frac{-1}{RC}\right) * e^{\frac{-t}{RC}} \quad (95)$$

Získané hodnoty u_C a u'_C dosadíme do původní rovnice 5 a rovnici upravíme.

$$K'(t) * e^{\frac{-t}{RC}} + K(t) * \left(\frac{-1}{RC}\right) * e^{\frac{-t}{RC}} + \frac{1}{RC} * K(t) * e^{\frac{-t}{RC}} = \frac{U}{RC} \quad (96)$$

$$K'(t) * e^{\frac{-t}{RC}} = \frac{U}{RC} \quad (97)$$

$$K'(t) = \frac{U}{RC} * e^{\frac{t}{RC}} \quad (98)$$

Výslednou rovnici zintegrujeme a upravíme.

$$K(t) = \frac{U}{\frac{1}{RC}} * e^{\frac{t}{RC}} + k \quad (99)$$

$$K(t) = U * e^{\frac{t}{RC}} + k \quad (100)$$

Hodnotu $K(t)$ nyní dosadíme do očekávaného tvaru výsledné rovnice (tedy rovnice označené číslem 58).

$$u_C(t) = K(t) * e^{\lambda t} \quad (101)$$

$$u_C(t) = (U * e^{\frac{t}{RC}} + k) * e^{\frac{-t}{RC}} \quad (102)$$

$$u_C(t) = U + k * e^{\frac{-t}{RC}} \quad (103)$$

Dosadíme do rovnice hodnoty v čase $t = 0$ a dopočítáme konstantu k .

$$u_C(0) = U + k * e^{\frac{0}{RC}} \quad (104)$$

$$k = 12 - 30 = -18 \quad (105)$$

Hodnotu k dosadíme zpět do obecného tvaru rovnice a získáme **výsledné analytické řešení**.

$$u_C(t) = U + k * e^{\frac{-t}{RC}} \quad (106)$$

$$u_C(t) = 30 - 18 * e^{\frac{-t}{625}} \quad (107)$$

3. Krok - Kontrola výpočtu.

$$u'_C + \frac{u_C}{RC} = \frac{U}{RC} \quad (108)$$

Do obecné rovnice dosadíme hodnoty.

$$u'_C + \frac{u_C}{625} = \frac{30}{625} \quad (109)$$

Do rovnice dosadíme vypočítanou hodnotu u_c a u'_c .

$$u'_C = K'(t) * e^{\frac{-t}{RC}} + K(t) * \left(\frac{-1}{RC}\right) * e^{\frac{-t}{RC}} \quad (110)$$

$$u'_C = \left(\frac{U}{RC} * e^{\frac{t}{RC}}\right) * e^{\frac{-t}{RC}} + (U * e^{\frac{t}{RC}} + k) * \left(\frac{-1}{RC}\right) * e^{\frac{-t}{RC}} = \frac{U}{RC} + (U * e^{\frac{t}{RC}} + k) * \left(\frac{-1}{RC}\right) * e^{\frac{-t}{RC}} \quad (111)$$

$$\frac{30}{625} + (30 * e^{\frac{t}{625}} + k) * \left(\frac{-1}{625}\right) * e^{\frac{-t}{625}} + \frac{30 - 18 * e^{\frac{-t}{625}}}{625} = \frac{30}{625} \quad (112)$$

Vypočítáme výsledek pro $t = 0$ a $k = -18$.

$$\frac{30}{625} - \frac{30 - 18}{625} + \frac{30 - 18}{625} = \frac{30}{625} \quad (113)$$

Upravíme výsledné hodnoty.

$$\frac{30}{625} = \frac{30}{625} \quad (114)$$

$$0 = 0 \quad (115)$$

Tímto jsme ověřili správnost dopočítaných výsledků.

Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky
1	G	$U_{R2} = 34,3970V$ $I_{R2} = 0,0819A$
2	B	$U_{R6} = 22,8907V$ $I_{R6} = 0,2289A$
3	F	$U_{R4} = 76,8347V$ $I_{R4} = 2,1343A$
4	G	$ U_{L2} = 9,2308V$ $\varphi_{L2} = 49^{\circ}50'40''$
5	B	$u_C(t) = 30 - 18 * e^{\frac{-t}{625}}$