

14 (повышенный уровень, время – 3 мин)

Тема: Позиционные системы счисления.

Что проверяется:

Знание позиционных систем счисления.

1.4.1. Позиционные системы счисления.

1.1.3. Умение строить информационные модели объектов, систем и процессов в виде алгоритмов(?).

Что нужно знать:

- принципы кодирования чисел в позиционных системах счисления
- чтобы перевести число, скажем, 12345_N , из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры на N в степени, равной ее разряду:

4 3 2 1 0 ← разряды

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5_N = 1 \cdot N^4 + 2 \cdot N^3 + 3 \cdot N^2 + 4 \cdot N^1 + 5 \cdot N^0 \quad N^0 = 1$$

- последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N

- две последние цифры – это остаток от деления на N^2 , и т.д.

- число 10^N записывается единица и N нулей: $10^N = \underbrace{10 \dots 0}_N$

- число $10^N - 1$ записывается как N девяток: $10^N - 1 = \underbrace{9 \dots 9}_N$

- число $10^N - 10^M = 10^M \cdot (10^{N-M} - 1)$ записывается как $N-M$ девяток, за которыми стоят M нулей: $10^N - 10^M = \underbrace{9 \dots 9}_{N-M} \underbrace{0 \dots 0}_M$

- число 2^N в двоичной системе записывается как единица и N нулей: $2^N = \underbrace{10 \dots 0}_N$

- число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N$

- число $2^N - 2^K$ при $K < N$ в двоичной системе записывается как $N-K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$$

- поскольку $2^N + 2^N = 2 \cdot 2^N = 2^{N+1}$, получаем $2^N = 2^{N+1} - 2^N$, откуда следует, что $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$

- число 3^N записывается в троичной системе как единица и N нулей: $3^N = \underbrace{10 \dots 0}_N$

- число $3^N - 1$ записывается в троичной системе как N двоек: $3^N - 1 = \underbrace{2 \dots 2}_N$

- число $3^N - 3^M = 3^M \cdot (3^{N-M} - 1)$ записывается в троичной системе как $N-M$ двоек, за которыми стоят M нулей: $3^N - 3^M = \underbrace{2 \dots 2}_{N-M} \underbrace{0 \dots 0}_M$

- можно сделать аналогичные выводы для любой системы счисления с основанием a :
– число a^N в системе счисления с основанием a записывается как единица и N нулей:

$$a^N = \underbrace{10 \dots 0}_N$$

- число $a^N - 1$ в системе счисления с основанием a записывается как N старших цифр этой системы счисления, то есть, цифр $(a-1)$: $a^N - 1 = \underbrace{(a-1)(a-1)\dots(a-1)}_N_a$
- число $a^N - a^M = a^M \cdot (a^{N-M} - 1)$ записывается в системе счисления с основанием a как $N-M$ старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят M нулей: $a^N - a^M = \underbrace{(a-1)\dots(a-1)}_{N-M} \underbrace{0\dots0}_M_a$

Пример задания:

Р-26. (демо-2023) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 15.

$$123x5_{15} + 1x233_{15}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 15-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение x , при котором значение данного арифметического выражения кратно 14.

Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 14 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Решение (Д. Кириенко):

- 1) Число записано в 15-ричной системе счисления, а в задаче спрашивается про делимость на 14. Это неспроста, т.к. число 15 при делении на 14 даёт остаток 1, более того, **при делении любой степени числа 15 на 14 получится остаток 1** (математики говорят, что *все степени числа 15 по модулю 14 равны 1*).
- 2) Поэтому по модулю 14 сумма чисел в 15-ричной системе счисления $123x5 + 1x233 \equiv 1 + 2 + 3 + x + 5 + 1 + x + 2 + 3 + 3 \equiv 20 + 2x = 6 + 2x \pmod{14}$
Это как признак делимости на 9 в 10-й системе счисления, такой же признак делимости на $b-1$ будет в системе счисления с основанием b : сумма цифр должна делиться на $b-1$. Думаю, именно это и имелось в виду авторами.
- 3) Тогда минимальное x , при котором $6 + 2x$ делится на 14, будет $x = 4$.
- 4) Осталось ответ посчитать:
$$(\text{int}("12345", 15) + \text{int}("14233", 15)) / 14$$

(будем использовать "/", чтобы по виду ответа сразу было понятно, что делится нацело).
- 5) Ответ **8767**.

Решение (И. Степанов):

- 1) запишем оба слагаемых в развернутой записи в системе счисления с основанием 15:
$$\begin{aligned} 123x5_{15} + 1x233_{15} &= \\ (1 \cdot 15^4 + 2 \cdot 15^3 + 3 \cdot 15^2 + x \cdot 15 + 5) &+ (1 \cdot 15^4 + x \cdot 15^3 + 2 \cdot 15^2 + 3 \cdot 15 + 3) = \\ (2 \cdot 15^4 + 2 \cdot 15^3 + 5 \cdot 15^2 + 3 \cdot 15 + 8) &+ (x \cdot 15^3 + x \cdot 15) \\ &= (101250 + 6750 + 1125 + 45 + 8) + x \cdot (3375 + 15) = 109178 + 3390 \cdot x \end{aligned}$$
- 2) нам нужно, чтобы выражение $Y = 109178 + 3390 \cdot x$ делилось на 14
- 3) остаток от деления 109178 на 14 равен 6; остаток от деления 3390 на 14 равен 2
- 4) для того чтобы Y делилось на 14, остаток от деления Y на 14 должен быть равен 0 (14, 28 и т.д.) Попробуем сложить остатки. $6 + 2 \cdot x = 0$, даст нам отрицательное значение x , значит нужно взять следующее значение остатка $6 + 2 \cdot x = 14 \Leftrightarrow 2 \cdot x = 8 \Leftrightarrow x = 4$.
- 5) $Y = 109178 + 3390 \cdot 4 = 122738$. В качестве ответа нужно поделить Y на 14, получим **8767**
- 6) Ответ **8767**.

Решение (электронные таблицы, П. Финкель):

- 1) запишем первое число 123x5 по цифрам; известные цифры – в колонки А В С Е, а в колонке D перечисляем все 15-ричные цифры (0...14):

	A	B	C	D	E
1	1	2	3	0	5
2	1	2	3	1	5
3	1	2	3	2	5
4	1	2	3	3	5
5	1	2	3	4	5
6	1	2	3	5	5
7	1	2	3	6	5
8	1	2	3	7	5
9	1	2	3	8	5
10	1	2	3	9	5
11	1	2	3	10	5
12	1	2	3	11	5
13	1	2	3	12	5
14	1	2	3	13	5
15	1	2	3	14	5

- 2) В колонке F записываем формулу: перевод 15-ричного числа в 10-ю систему:

$$=A2*15^4+B2*15^3+C2*15^2+D2*15+E2$$

получаем в столбце F все варианты первого числа:

	A	B	C	D	E	F
1						p1
2	1	2	3	0	5	58055
3	1	2	3	1	5	58070
4	1	2	3	2	5	58085
5	1	2	3	3	5	58100
6	1	2	3	4	5	58115
7	1	2	3	5	5	58130
8	1	2	3	6	5	58145
9	1	2	3	7	5	58160
10	1	2	3	8	5	58175
11	1	2	3	9	5	58190
12	1	2	3	10	5	58205
13	1	2	3	11	5	58220
14	1	2	3	12	5	58235
15	1	2	3	13	5	58250
16	1	2	3	14	5	58265

- 3) также по цифрам строим второе число 1x233:

$$=G2*15^4+H2*15^3+I2*15^2+J2*15+K2$$

G	H	I	J	K	L
					p2
1	0	2	3	3	51123
1	1	2	3	3	54498
1	2	2	3	3	57873
1	3	2	3	3	61248
1	4	2	3	3	64623
1	5	2	3	3	67998
1	6	2	3	3	71373
1	7	2	3	3	74748
1	8	2	3	3	78123
1	9	2	3	3	81498
1	10	2	3	3	84873
1	11	2	3	3	88248
1	12	2	3	3	91623
1	13	2	3	3	94998
1	14	2	3	3	98373

- 4) в столбцах М, N и О считаем сумму двух чисел, остаток от деления на 14 и частное:

М	N	О
СУММА	остаток	
109178	6	7798
112568	8	8041
115958	10	8283
119348	12	8525
122738	0	8767
126128	2	9009
129518	4	9251
132908	6	9493
136298	8	9736
139688	10	9978
143078	12	10220
146468	0	10462
149858	2	10704
153248	4	10946
156638	6	11188

- 5) применяем фильтр к колонке **Остаток** (или просто ищем строки, где остаток = 0):

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
					p1						p2	СУММА	остаток		
1	2	3	4	5	58115	1	4	2	3	3	64623	122738	0	8767	
1	2	3	11	5	58220	1	11	2	3	3	88248	146468	0	10462	

- 6) находим минимальное подходящее X = 4 и частное 8767
 7) Ответ **8767**.

Решение (программа на Python, И. Степанов):

- 1) полный текст программы:

```
for x in '0123456789ABCDE':
```

```

a = int('123'+x+'5', 15) + int('1'+x+'233', 15)
if a % 14 == 0:
    print( 'x =', x, 'Ответ:', a//14 )
    break

```

2) Ответ **8767.**

Решение (программа на Python, А. Гладков):

1) полный текст программы:

```

for x in range (15):
    a = 1*15**4 + 2*15**3 + 3*15**2 + x*15 + 5
    b = 1*15**4 + x*15**3 + 2*15**2 + 3*15 + 3
    if (a+b) %14 == 0:
        print( (a+b) // 14 )
        break

```

2) Ответ **8767.**

Решение (программа на C++, Л. Виноградова):

1) полный текст программы:

```

#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;
int main() {
    int x,a,b;
    for(x=0;x<15;x++) {
        a=1*pow(15,4)+2*pow(15,3)+3*pow(15,2)+x*15+5;
        b=1*pow(15,4)+x*pow(15,3)+2*pow(15,2)+3*15+3;
        if ((a+b)%14==0) {
            cout<<(a+b)/14;
            break;
        }
    }
}

```

2) Ответ **8767.**

Решение (программа на C++, А. Родионов):

1) полный текст программы:

```

#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;
unsigned long f(unsigned short int);
int main()
{
    const unsigned short int d=14; // делитель
    unsigned short int x;
    for( x = 0; f(x) % d; x++ );
    cout << f(x) / d;
    return 0;
}

unsigned long f(unsigned short int x)
{
    const unsigned short int Osn=15, n=5; // Основание системы
                                         // счисления и разрядность чисел

```

```

    unsigned long s=0;
        // Массивы а и b с числами
    unsigned short int a[n]{1,2,3,0,5},b[n]{1,0,2,3,3},i;
    a[3] = b[1] = x; // Запись значения x в нужный разряд
    for( i = 5; i; i-- )
        s += a[n-i]*pow(Osn,i-1) + b[n-i]*pow(Osn,i-1);
    return s;
}
2) Ответ 8767.

```

Ещё пример задания:

P-25. (демо-2021) Значение арифметического выражения: $49^7 + 7^{21} - 7$ – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

Решение:

- 1) приведём все числа к степеням семерки, учитывая, что $49 = 7^2$
 $7^{14} + 7^{21} - 7^1$
- 2) расставим степени в порядке убывания:
 $7^{21} + 7^{14} - 7^1$
- 3) Очевидно, что «шестёрки» в семеричной записи значения выражения возникнут только за счёт вычисления разности $7^{14} - 7^1$, их количество равно $14-1=13$
- 4) Ответ: 13.

Решение (использование программы):

- 1) язык Python позволяет работать с большими числами, не задумываясь о том, что для их хранения требуется больше памяти, чем для «обычного» целого числа (когда значение не помещается в 4 байта, интерпретатор автоматически переходит на представление числа в виде массива с «длинной арифметикой»)
- 2) поэтому может быть написана программа, которая вычисляет нужное значение и методом деления в столбик определяет все цифры его записи в семеричной системе счисления; шестёрки считаем с помощью счётчика `count6`:

```

x = 49**7 + 7**21 - 7
count6 = 0
while x:
    if x % 7 == 6: count6 += 1
    x //= 7
print( count6 )

```

- 3) Ответ: 13.

Решение (использование программы в среде Pascal ABC.NET, А. Агафонцев):

- 1) Pascal ABC.NET за счет использования фреймворка .NET позволяет воспользоваться типом `System.Numerics.BigInteger` (предназначенным для произвольно больших целых со знаком) и связанными с ним функциями.
- 2) Таким образом, программа получается во многом схожей с программами на Python. Особо отметим, что использование функций возведения в степень не связанных с типом `BigInteger` для систем с основанием, не являющимся степенью двойки, приводит к неверным результатам из-за использования вещественных чисел. Например, `BigInteger(power(9,34))` или `BigInteger(9 ** 34)` преобразуют вещественное число в целое произвольно большой длины, но еще при операции возведения в степень потеряется часть идеальной, математической мантииссы.
- 3) В связи с вышесказанным допустимо только использование записей вида `BigInteger.Pow(9,34)`.

- 4) Полная программа:

```
var
  a: BigInteger;
  k: int64;
begin
  a := BigInteger.Pow(49, 7) + BigInteger.Pow(7, 21) - 7;
  k := 0;
  while (a > 0) do
  begin
    if (a mod 7 = 6) then
      k := k + 1;
    a := a div 7;
  end;
  writeln(k);
end.
```

- 5) Ещё одно решение на PascalABC.NET (П.Е. Финкель)

```
begin
  var k:=0;
  var x:=49bi**7+7bi**21-7;
  while x>0 do begin
    if x mod 7=6 then k+=1;
    x:=x div 7;
  end;
  println(k);
end.
```

- 6) здесь «bi» длинным, а ** означает возведение в степень
 7) Ответ: **13**.

Решение (использование программы на Java, М. Коротков):

- 1) язык Java позволяет работать с большими числами с помощью типа **BigInteger**;
- 2) может быть написана программа, которая вычисляет значение арифметического выражения и методом деления в столбик определяет все цифры его записи в семеричной системе счисления; шестёрки считаем с помощью счётчика amt6;
- 3) полная программа:

```
import java.math.BigInteger;
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        final BigInteger SIX = BigInteger.valueOf(6);
        final BigInteger SEVEN = BigInteger.valueOf(7);
        final BigInteger NUM1 = BigInteger.valueOf(49).pow(7);
        final BigInteger NUM2 = BigInteger.valueOf(7).pow(21);

        BigInteger num = NUM1.add(NUM2).subtract(SEVEN);
        BigInteger amt6 = BigInteger.ZERO;
        while (!num.equals(BigInteger.ZERO)) {
            if (num.mod(SEVEN).equals(SIX)) {
                amt6 = amt6.add(BigInteger.ONE);
            }
            num = num.divide(SEVEN);
        }
        System.out.println(amt6);
    }
}
```

```

    }
}
4) Ответ: 13.

```

Ещё пример задания:

Р-24. (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $64^{10} + 2^{90} - 16$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» содержится в этой записи?

Решение:

- 1) Приведём все числа к степеням восьмерки, учитывая, что $16 = 64 - 48 = 8^2 - 6 \cdot 8^1$
 $64^{10} + 2^{90} - 16 = (8^2)^{10} + 2^{3 \cdot 30} - (8^2 - 48) = 8^{20} + 8^{30} - 8^2 + 6 \cdot 8^1$
- 2) Перепишем выражение, располагая степени восьмёрки в порядке убывания:
 $8^{20} + 8^{30} - 8^2 + 6 \cdot 8^1 = 8^{30} + 8^{20} - 8^2 + 6 \cdot 8^1$
- 3) Очевидно, что «семёрки» в восьмеричной записи значения выражения возникнут только за счёт вычисления разности $8^{20} - 8^2$, их количество равно $20 - 2 = 18$
- 4) Ответ: 18.

Решение (использование программы в среде Pascal ABC.NET, А. Агафонцев):

- 1) В среде Pascal ABC.NET при использовании типа BigInteger задача может быть решена с помощью программы:

```

var
  a: BigInteger;
  k: int64;
begin
  a := BigInteger.Pow(64, 10) + BigInteger.Pow(2, 90) - 16;
  k := 0;
  while (a > 0) do
  begin
    if (a mod 8 = 7) then
      k := k + 1;
    a := a div 8;
  end;
  writeln(k);
end.

```

- 2) Ответ: 18.
- 3) Ещё одно решение на PascalABC.NET (П.Е. Финкель)

```

begin
  var k:=0;
  var x:=64bi**10+2bi**90-16;
  while x>0 do begin
    if x mod 8=7 then k+=1;
    x:=x div 8;
  end;
  println(k);
end.

```

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) если доступна среда программирования на Python, можно написать программу, которая использует встроенную арифметику длинных чисел:
 $x = 64^{10} + 2^{90} - 16$
`print(oct(x).count('7'))`
- 2) ответ: 18.

Ещё пример задания:

Р-23. (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^9 - 3^9 + 9^{19} - 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

- 1) Приведём все числа к степеням тройки, учитывая, что $19 = 27 - 8 = 3^3 - (2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0)$:
 $9^9 - 3^9 + 9^{19} - 19 = (3^2)^9 - 3^9 + (3^2)^{19} - (3^3 - (2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0)) = 3^{18} - 3^9 + 3^{38} - 3^3 + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0$
- 2) Перепишем выражение, располагая степени тройки в порядке убывания:
 $3^{18} - 3^9 + 3^{38} - 3^3 + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 3^{38} + 3^{18} - 3^9 - 3^3 + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0$
- 3) Сначала рассмотрим часть выражения, в которой имеется два расположенных подряд «минуса»: $3^{18} - 3^9 - 3^3$:
 - а. найдём разность двух крайних чисел: $3^{18} - 3^3$, в её троичной записи $18 - 3 = 15$ «двоек» и 3 «нуля»;
 - б. вычтем из этого числа значение 3^9 : одна из «двоек» (на 10-й справа позиции) уменьшится на 1, остальные цифры не изменятся;
 - с. итак, троичная запись разности $3^{18} - 3^9 - 3^3$ содержит $15 - 1 = 14$ «двоек», одну «единицу» и 3 «нуля»
- 4) Прибавим к полученному значению сумму: $2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 22_3$. В троичной записи результата два крайних справа нуля заменяются на «двойки», остаётся один ноль. Общее количество «двоек»: $14 + 2 = 16$.
- 5) Прибавление значения 3^{38} не изменит количества «двоек» в троичном числе: слева от имеющихся цифр появятся ещё $38 - 18 = 20$ «нулей» и одна «единица» – на 39-й справа позиции.
- 6) Итак, результат, записанный в троичной системе, содержит 39 цифр. Его состав: 16 «двоек», 2 «единицы» (их позиции: 39-я и 10-я справа) и 21 «нуль» ($39 - 16 - 2 = 21$).
- 7) Ответ: **16**.

Ещё пример задания:

Р-22. Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

- 1) приведём все слагаемые к виду 3^N и расставим в порядке убывания степеней:
 $9^8 + 3^5 - 9 = 3^{16} + 3^5 - 3^2$
- 2) первое слагаемое, 3^{16} , даёт в троичной записи одну единицу – она нас не интересует
- 3) пара $3^5 - 3^2$ даёт $5 - 2 = 3$ двойки
- 4) Ответ: **3**.

Решение (программа, Б.С. Михлин):

- 1) задача может быть решена с помощью программы на Python, где есть встроенная поддержка длинных чисел:


```
x = 9**8+3**5-9
x3 = ''
while x:
    x3 = str(x%3) + x3
    x //= 3
print( 'Ответ:', x3.count('2') )
```
- 2) вариант без использования символьных строк:


```
x = 9**8+3**5-9
count2 = 0
```

```

while x:
    if x % 3 == 2:
        count2 += 1
    x //= 3
print( 'Ответ:', count2 )

```

3) Ответ: 3.

Решение (электронные таблицы, Б.С. Михлин):

- эта конкретная задача может быть решена с помощью электронных таблиц
- Замечание.* Электронные таблицы имеют ограничения при работе с длинными целыми числами. Например, Excel при вводе больших чисел заменяет все цифры после 15-го разряда на нули. Это легко проверить, введя в ячейку число с более чем 15-ю разрядами. Обычно электронные таблицы при этом переходят к экспоненциальному (научному) формату. Если число больше, чем 10^{15} , то оно хранится как вещественное число (неточно). Это ограничивает использование электронных таблиц. В этой задаче заданное число меньше, чем 10^{15} , поэтому использовать электронные таблицы можно.
- введём заданное число, заданное арифметическим выражением, в ячейку электронной таблицы:

A1 fx =9^8+3^5-9			
	A	B	C
1	43046955		
2			

- выполним алгоритм перевода числа в троичную систему: найдём в B1 остаток от деления числа на 3, а в A2 – частное:

D15 fx		
	A	B
1	=9^8+3^5-9	=ОСТАТ(A1;3)
2	=ЧАСТНОЕ(A1;3)	

- скопируем формулы из A2 и B1 вниз до того момента, когда частное станет равно 0 (это означает окончание процесса перевода):

14	27	0
15	9	0
16	3	0
17	1	1
18	0	0

- подсчитаем в столбце B число остатков, равных 2:

B19 fx =СЧЁТЕСЛИ(B1:B18;2)			
	A	B	C
16	3	0	
17	1	1	
18	0	0	
19		3	

- Ответ: 3.
- в OpenOffice Calc нужно использовать такие формулы:
 в A2: =QUOTIENT (A1 ; 3)
 в B1: =MOD (A1 ; 3)
 в B19: =COUNTIF (B1 : B18 ; 2)

Ещё пример задания:**Р-21.** Сколько значащих нулей в двоичной записи числа

$$4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250$$

Решение (способ Е.А. Смирнова, Нижегородская область):

- 1) *Общая идея:* количество значащих нулей равно количеству всех знаков в двоичной записи числа (его длине!) минус количество единиц
- 2) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $250 = 256 - 4 - 2 = 2^8 - 2^2 - 2^1$:

$$4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250 = (2^2)^{512} + (2^3)^{512} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1 =$$

$$= 2^{1536} + 2^{1024} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$$
- 3) старшая степень двойки – 2^{1536} , двоичная запись этого числа представляет собой единицу и 1536 нулей, то есть, состоит из 1537 знаков; таким образом, остаётся найти количество единиц
- 4) вспомним, число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N-K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$$
- 5) для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N - 2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию
- 6) в нашем случае вы выражении

$$2^{1536} + 2^{1024} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$$
 стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу
- 7) используем теперь равенство $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$, так что $-2^{128} = -2^{129} + 2^{128}$; получаем

$$2^{1536} + 2^{1024} - 2^{129} + 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$$
 здесь две пары $2^N - 2^K$, а остальные слагаемые дают по одной единице
- 8) общее число единиц равно $1 + (1024 - 129) + (128 - 8) + 1 + 1 = 1018$
- 9) таким образом, количество значащих нулей равно $1537 - 1018 = 519$
- 10) ответ: **519**.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 3) если доступна среда программирования на Python, можно написать программу, которая использует встроенную арифметику длинных чисел:

```
x = 4**512 + 8**512 - 2**128 - 250
print( bin(x) [2:] .count( '0' ) )
```

- 4) ответ: **519**.

Ещё пример задания:**Р-20.** Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122$$

Решение (способ Е.А. Смирнова, Нижегородская область):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $122 = 128 - 4 - 2 = 2^7 - 2^2 - 2^1$:

$$4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122 = (2^2)^{2015} + (2^3)^{405} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1 =$$

$$= 2^{4030} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$$
- 2) вспомним, число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N-K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$$
- 3) для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N - 2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию
- 4) в нашем случае вы выражении

$$2^{4030} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$$

стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу

- 5) используем теперь равенство $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$, так что $-2^{150} = -2^{151} + 2^{150}$; получаем $2^{4030} + 2^{1215} - 2^{151} + 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$
- здесь две пары $2^N - 2^K$, а остальные слагаемые дают по одной единице
- 6) общее число единиц равно $1 + (1215 - 151) + (150 - 7) + 1 + 1 = 1210$
- 7) ответ: **1210**.

Решение (С.О. Куров, Москва):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $122 = 128 - 4 - 2 = 2^7 - 2^2 - 2^1$:
 $4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122 = (2^2)^{2015} + (2^3)^{405} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1 =$
 $= 2^{4030} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$
- 2) ищем в **разности** крайнюю левую степень двойки и крайнюю правую $2^{1215} - 2^7$, при этом 2^{150} на время «теряем»
- 3) определяем количество единиц в разности $2^{1215} - 2^7$, получаем $1215 - 7 = 1208$ единиц
- 4) так как «внутри» этой разности есть еще 2^{150} , то просто вычитаем одну единицу: $1208 - 1 = 1207$; итого в разности $2^{1215} - 2^{150} - 2^7$ ровно 1207 единиц
- 5) осталось прибавить по одной единицы от чисел 2^{4030} , 2^2 , 2^1
- 6) Ответ: **1210**

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) используется встроенная «длинная арифметика» в Python:

```
x = bin( 4**2015 + 8**405 - 2**150 - 122 )
print( x.count( '1' ) )
```
- 2) ответ: **1210**.

Ещё пример задания:

Р-19. Решите уравнение $121_x + 1 = 101_7$.

Ответ запишите в троичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

- 1) переведём все числа в десятичную систему счисления:
 $121_x = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1$, $101_7 = 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 50$
- 2) собирая всё в одно уравнение получаем
 $x^2 + 2x + 1 + 1 = 50 \Rightarrow x^2 + 2x - 48 = 0$
- 3) это уравнение имеет два решения, 6 и -8; основание системы счисления – натуральное число, поэтому ответ – 6
- 4) переводим ответ в троичную систему: $6 = 2 \cdot 3^1 = 20_3$.
- 5) ответ: **20**.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно (но сложнее) решить задачу перебором с помощью программы:

```
a = 1*7**2 + 0 + 1 # перевод "101" в 10-ю систему
c = a - 1          # число "121" в 10-й системе
for i in range(3,100): # перебираем возможные основания
    b = 1*i**2 + 2*i + 1 # перевод в 10-ю систему числа "121"
    if b == c:
        x = i # основание системы счисления (в 10й системе)
        break
x3 = ''
```

```

while x > 0: # перевод основания в 3-ю систему
    x3 += str(x%3)
    x //= 3
x3 = x3[::-1] # разворот числа
print(x3)

```

2) ответ: **20**.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

3) вариант программы:

```

for x in range( 3, 37): # среди оснований от 3 до 36
    if int( '121', x ) + 1 == int( '101', 7 ):
        break
print('в 10 с.с:', x)
s = ''
while x:
    s = str( x%3 ) + s
    x //= 3
print( 'Ответ в 3 с.с:', s )

```

4) ответ: **20**.

Ещё пример задания:

Р-18. Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8$$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки:

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8 = (2^2)^{2014} + 2^{2015} - 2^3 = 2^{4028} + 2^{2015} - 2^3$$

2) вспомним, что число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N$,

$$\text{а число } 2^N - 2^K \text{ при } K < N \text{ записывается как } N-K \text{ единиц и } K \text{ нулей: } 2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$$

3) согласно п. 2, число $2^{2015} - 2^3$ запишется как 2012 единиц и 3 нуля

4) прибавление 2^{4028} даст ещё одну единицу, всего получается $2012 + 1 = 2013$ единиц

5) ответ: **2013**.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

5) программа использует встроенную «длинную арифметику» Python:

```

x = bin( 4**2014 + 2**2015 - 8 )
print( x.count( '1' ) )

```

6) ответ: **2013**.

Ещё пример задания:

Р-17. Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6$$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 6 как $2^2 + 2^1$

$$4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6 = (2^2)^{2016} + 2^{2018} - (2^3)^{600} + 2^2 + 2^1 = 2^{4032} + 2^{2018} - 2^{1800} + 2^2 + 2^1$$

2) вспомним, что число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N$,

$$\text{а число } 2^N - 2^K \text{ при } K < N \text{ записывается как } N-K \text{ единиц и } K \text{ нулей: } 2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$$

- 3) согласно п. 2, число $2^{2018} - 2^{1800}$ запишется как 218 единиц и 1800 нулей
- 4) прибавление 2^{4032} даст ещё одну единицу, а прибавление $2^2 + 2^1$ – ещё две, всего получается $218 + 3 = 221$ единица
- 5) ответ: **221**.

Ещё пример задания:

Р-16. Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$$

Решение:

- 1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как $2^6 + 2^4$
 $4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
- 2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
- 3) вспомним, что число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N$,
 а число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N-K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$
- 4) согласно п. 2, число $2^{2400} - 2^{2018}$ запишется как 382 единицы и 2018 нулей
- 5) добавляем старшее слагаемое 2^{4032} , получаем число $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018}$, в котором 383 единицы и в конце (после последней единицы) – 2018 нулей:
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = 10 \dots 0 \underbrace{1 \dots 1}_{382} \underbrace{0 \dots 0}_{2018}$
- 6) выделим из этого значения последнюю единицу со следующими 2018 нулями как отдельное слагаемое (число 2^{2018}):
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = 10 \dots 0 \underbrace{1 \dots 1}_{381} \underbrace{0 \dots 0}_{2019} + \underbrace{10 \dots 0}_{2018} = K + 2^{2018}$,
 где число K содержит **382** единицы в старших разрядах; таким образом, интересующее нас число равно $K + 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
- 7) согласно п. 2, число $2^{2018} - 2^6$ запишется как 2012 единиц и 6 нулей; также выделим последнюю единицу с последующими нулями как отдельное слагаемое:
 $2^{2018} - 2^6 = \underbrace{1 \dots 1}_{2012} \underbrace{0 \dots 0}_6 = \underbrace{1 \dots 1}_{2011} \underbrace{0 \dots 0}_7 + \underbrace{10 \dots 0}_6 = L + 2^6$
 где число L содержит **2011** единиц
- 8) теперь остаётся найти, сколько единиц будет в двоичной записи числа $2^6 - 2^4$, согласно п. 2 находим, что оно содержит **2** единицы
- 9) таким образом, общее число единиц равно $382 + 2011 + 2 = 2395$
- 10) ответ: **2395**.

Решение (способ 2, Е.А. Смирнов, Нижегородская область):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как $2^6 + 2^4$
 $4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
- 2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
- 3) представим $-2^{2018} = -2^{2019} + 2^{2018}$ и $-2^6 = -2^7 + 2^6$
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2019} + 2^{2018} - 2^7 + 2^6 - 2^4$
- 4) слагаемое 2^{4032} в двоичной записи содержит **1** единицу
- 5) слагаемое $2^{2400} - 2^{2019}$ содержит **381** единицу (число $2^N - 2^K$ при $K < N$ в двоичной системе записывается как $N-K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$)

- 6) слагаемое $2^{2018} - 2^7$ содержит 2011 единиц, слагаемое $2^6 - 2^4$ содержит 2 единицы
 7) позиции единиц во всех этих слагаемых не совпадают, поэтому общее количество единиц равно $1 + 381 + 2011 + 2 = 2395$
 ответ: 2395

Решение (способ 3, А.И. Козлов, г. Северобайкальск):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как $2^6 + 2^4$
 $4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
- 2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
- 3) выражение $2^{2400} - 2^4$ даёт 2396 единиц и 4 нолика в конце, откуда вычеркиваем (заменяем на ноль) единичку, стоящую на седьмом месте справа (2^6) и, соответственно на 2019 месте справа (2^{2018}). Следовательно, остаётся 2394 единицы.
- 4) С учетом того, что 2^{4032} даёт нам одну единицу, в итоге получаем 2395 единиц
- 5) Ответ: 2395

Ещё пример задания:

Р-15. Решите уравнение $60_8 + x = 120_7$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

- 1) удобнее всего перевести все числа в десятичную систему, решить уравнение и результат перевести в шестеричную систему
- 2) получаем $60_8 = 6 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = 48$, $120_7 = 1 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7^1 = 63$
- 3) уравнение приобретает вид $48 + x = 63$, откуда получаем $x = 15$
- 4) переводим 15 в шестеричную систему счисления: $15 = 2 \cdot 6^1 + 3 \cdot 6^0 = 23_6$
- 5) ответ: 23.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно (но сложнее) решить задачу с помощью программы:

```
a = int('60', 8) # перевод "60" в 10-ю систему
b = int('120', 7) # перевод "120" в 10-ю систему
x = b - a # число X в 10-й системе
x6 = ''
while x > 0: # перевод в 6-ю систему
    x6 += str(x%6)
    x //= 6
x6 = x6[::-1] # разворот числа
print(x6)
```
- 2) ещё один вариант программы (Б.С. Михлин):

```
x = int('120', 7) - int('60', 8)
print('в 10 с.с.: ', x)
s = ''
while x:
    s = str(x%6) + s
    x //= 6
print('Ответ в 6 с.с.: ', s)
```
- 3) ответ: 23.

Ещё пример задания:

Р-14. Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Решение:

- 1) если запись числа в системе счисления с основанием N заканчивается на 0, то это число делится на N нацело
- 2) поэтому в данной задаче требуется найти наименьшее натуральное число, которое делится одновременно на 3 и на 5, то есть, делится на 15
- 3) очевидно, что это число **15**.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно (но сложнее) решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(1,100):
    x = i
    x3 = ''
    while x > 0: # перевод в 3-ю систему
        x3 += str(x%3)
        x //= 3
    x3 = x3[::-1][:-1] # последняя цифра числа
    x = i
    x5 = ''
    while x > 0:
        x5 += str(x%5)
        x //= 5
    x5 = x5[::-1][:-1]
    if x3 == "0" and x5 == "0":
        print(i)
        break
```

- 2) ответ: **15**.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) Используется тот факт, что последняя цифра в записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N:

```
for x in range(1,101): # ищем решение от 1 до 100
    if x%3 == x%5 == 0: # 'and' можно не использовать
        print(x)
        break
```

- 2) ответ: **15**.

Ещё пример задания:

Р-13. Запись числа 67_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 1 и содержит 4 цифры. Укажите основание этой системы счисления N.

Решение:

- 1) поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 1, то остаток от деления числа 67 на N равен 1, то есть при некотором целом k имеем

$$k \cdot N + 1 = 67 \Rightarrow k \cdot N = 66$$

- 2) следовательно, основание N – это делитель числа 66

- 3) с другой стороны, запись числа содержит 4 цифры, то есть $1000_N \leq 67 < 10000_N \Rightarrow N^3 \leq 67 < N^4$
- 4) выпишем кубы и четвертые степени первых натуральных чисел, которые являются делителями числа 66:
 $2^3 = 8, 3^3 = 27, 6^3 = 216, \dots$
 $2^4 = 16, 3^4 = 81, \dots$
- 5) видим, что из этого списка только для числа $N = 3$ выполняется условие $N^3 \leq 67 < N^4$
- 6) таким образом, верный ответ – 3.
- 7) можно сделать проверку, переведя число 67 в троичную систему $67_{10} = 2111_3$

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно (но сложнее) решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(2,37):# перебираем возможные основания
    x = 67
    x_N = ''
    while x > 0:# перевод в N-ю систему
        x_N += str(x%i)
        x //= i
    x_N = x_N[::-1]# разворот числа
    if x_N[-1] == "1" and len(x_N) == 4:
        print(i)
        break
```
- 2) ответ: 3.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) Если при переводе из 10-й в N-ю систему счисления очередную полученную цифру дописывать слева к найденным ранее цифрам (т.е. так, как мы и делаем при ручном переводе), то не нужен будет разворот числа.
- 2) Для $i > 10$ надо учитывать, что цифра может быть буквой.
- 3) Верхняя граница основания 99 в цикле `for i` завышена. Арабских цифр и латинских букв хватит только для оснований до $10+26=36$. Далее нет общепринятых правил обозначения цифр (если хотим получать N-ичное представление числа).

```
for N in range(2, 37): # подбираем основание от 2 до 36
    x = 67
    s = '' # в s будет представление числа в N-ичной системе
    while x:
        d = x % N # цифра (digit)
        if d < 10:
            d = str(d) # цифра от 0 до 9
        else:
            d = chr(ord('A') + d - 10) # «цифра» от A до Z
        s = d + s # цифру d приписываем слева к s
        x //= N
    if s[-1] == '1' and len(s) == 4:
        print(N)
        break
```

- 4) возможен второй вариант: без представления всего числа в N-й системе счисления; здесь можно брать основание больше 36.

```
for N in range(2, 101): # подбираем основание от 2 до 100
    x = 67
```

```

k = 0 # счетчик цифр (разрядов) N-ичного числа
while x:
    d = x % N # очередная цифра (digit)
    k += 1
    if k == 1: d0 = d # d0 - младшая цифра
    x //= N
if d0 == 1 and k == 4:
    print( N )
    break

```

5) ответ: 3.

Еще пример задания:

Р-12. Запись числа 381_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 3 и содержит 3 цифры. Укажите наибольшее возможное основание этой системы счисления N .

Решение:

- 1) поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 3, то остаток от деления числа 381 на N равен 3, то есть при некотором целом k имеем

$$k \cdot N + 3 = 381 \Rightarrow k \cdot N = 378$$

- 2) следовательно, основание N – это делитель числа $378 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$

- 3) с другой стороны, запись числа содержит 3 цифры, то есть

$$100_N \leq 381 < 1000_N \Rightarrow N^2 \leq 381 < N^3$$

- 4) неравенство $N^2 \leq 381$ дает $|N| \leq 19$ (так как $19^2 = 361$, $20^2 = 400$)

- 5) неравенство $381 < N^3$ дает $8 \leq N$ (так как $7^3 = 343$, $8^3 = 512$)

- 6) таким образом, $8 \leq N \leq 19$; в этом диапазоне делителями числа 378 являются числа

- 9, при $N = 9$ получаем запись числа $381_{10} = 463_9$
- 14, при $N = 14$ получаем запись числа $381_{10} = 1D3_{14}$
- 18, при $N = 18$ получаем запись числа $381_{10} = 133_{18}$

- 7) наибольшим из приведенных чисел – это 18 (можно было сразу искать подбором наибольший делитель числа 378, начиная с 19 «вниз», на уменьшение)

- 8) таким образом, верный ответ – 18.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:

```

for i in range(100,1,-1):# перебираем возможные основания
    x = 381
    x_N = ''
    while x > 0:# перевод в N-ю систему
        if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
        else: x_N += str(x%i)
        x //= i
    x_N = x_N[::-1]# разворот числа
    if x_N == '': pass
    elif x_N[-1]=="3" and len(x_N) == 3:
        print(i)
        break

```

- 2) ответ: 18.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) Если цифры больше девяти не представлять латинскими буквами, то программа даст неверный ответ 27, т.к. 381 в 27-ичной системе не (14)3, а E3 (т.е. двухзначное число)
- ```
for N in range(36, 3, -1): # подбираем основание N от 36 до 4
 x = 381
 s = ''
 while x:
 d = x % N # цифра (digit)
 if d < 10:
 d = str(d) # цифра от 0 до 9
 else:
 d = chr(ord('A') + d - 10) # буквенная цифра от A до Z
 s = d + s # цифру d приписываем слева
 x //= N
 if s[-1] == '3' and len(s) == 3:
 print(N)
 break
```
- 2) ответ: 18.

### Еще пример задания:

**Р-11.** Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в системе счисления с основанием четыре оканчивается на 11?

#### Общий подход:

- вспомним алгоритм перевода числа из десятичной системы в систему с основанием  $N$  (см. презентацию), из него следует, что младшая цифра результата – это остаток от деления исходного числа на  $N$ , а две младших цифры – это остаток от деления на  $N^2$  и т.д.
- в данном случае  $N = 4$ , остаток от деления числа на  $N^2 = 16$  должен быть равен  $11_4 = 5$
- потому задача сводится к тому, чтобы определить все числа, которые меньше или равны 25 и дают остаток 5 при делении на 16

#### Решение (вариант 1, через десятичную систему):

- 1) общий вид чисел, которые дают остаток 5 при делении на 16:

$$k \cdot 16 + 5$$

где  $k$  – целое неотрицательное число (0, 1, 2, ...)

- 2) среди всех таких чисел нужно выбрать те, что меньше или равны 25 («не превосходят 25»); их всего два: 5 (при  $k = 0$ ) и 21 (при  $k = 1$ )
- 3) таким образом, верный ответ – 5, 21.

#### Возможные ловушки и проблемы:

- выражение «не превосходящие  $X$ » означает «меньшие или равные  $X$ », а не строго меньшие  $X$
- остаток, состоящий из нескольких цифр (здесь –  $11_4$ ), нужно не забыть перевести в десятичную систему
- найденные числа нужно записать именно в порядке возрастания, как требуется

#### Решение (вариант 2, через четверичную систему, предложен О.А. Тузовой):

- 1) переведем 25 в четверичную систему счисления:  $25 = 121_4$ , все интересующие нас числа не больше этого значения
- 2) из этих чисел выделим только те, которые заканчиваются на 11, таких чисел всего два: это  $11_4 = 5$  и  $111_4 = 21$

3) таким образом, верный ответ – 5, 21.

**Возможные ловушки и проблемы:**

- есть риск случайно «забыть» какое-то число или найти «лишнее» (в данном случае – большее 25)
- можно сделать ошибки при переводе чисел из четверичной системы в десятичную или вообще «забыть» перевести

**Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):**

1) можно решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(1,31):# перебираем ответы
 x = i
 x4 = ''
 while x > 0:# перевод в 4-ю систему
 x4 += str(x%4)
 x //=4
 x4 = x4[::-1]# разворот числа
 if x4[-2:]== "11":
 print(i, end=",")
```

2) ответ: 5, 21.

**Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):**

1) полная программа:

```
for d in '0', '1': # d - цифра (digit). При d > 1 - выход за 25
 # int - переводит из 4-ой в 10-ую систему
 print(int(d+'11', 4), end = ', ')
```

2) Ответ: 5, 21.

**Еще пример задания:**

**Р-10.** Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 23 оканчивается на 2.

**Общий подход:**

- здесь обратная задача – неизвестно основание системы счисления, мы обозначим его через  $N$
- поскольку последняя цифра числа – 2, основание должно быть больше 2, то есть  $N > 2$
- вспомним алгоритм перевода числа из десятичной системы в систему с основанием  $N$  (см. презентацию), из него следует, что младшая цифра результата – это остаток от деления исходного числа на  $N$

**Решение:**

1) итак, нужно найти все целые числа  $N \geq 3$ , такие что остаток от деления 23 на  $N$  равен 2, или (что то же самое)

$$23 = k \cdot N + 2 \quad (*)$$

где  $k$  – целое неотрицательное число (0, 1, 2, ...);

- 2) сложность в том, что и  $k$ , и  $N$  неизвестны, однако здесь нужно «играть» на том, что это натуральные числа
- 3) из формулы (\*) получаем  $k \cdot N = 21$ , так что задача сводится к тому, чтобы найти все делители числа 21, которые больше 2
- 4) в этой задаче есть только три таких делителя:  $N = 3, 7$  и 21
- 5) таким образом, верный ответ – 3, 7, 21.

**Возможные ловушки и проблемы:**

- нужно учесть, что основание системы счисления должно быть *больше* любой цифры числа, поэтому делитель  $N = 1$  не подходит (должно быть  $N > 2$ )
- числа нужно записывать в ответе в порядке возрастания, как требуется по условию

**Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):**

1) можно решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(3,50):# перебираем возможные основания
 x = 23 # число по условию
 x_N = ''
 while x > 0:# перевод в N-ю систему
 if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
 else: x_N += str(x%i)
 x //= i
 x_N = x_N[::-1]# разворот числа
 if x_N == '': pass
 elif x_N[-1] == "2":
 print(i, end=",")
```

2) Ответ: **3, 7, 21**.

**Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):**

3) полная программа:

```
for x in range(3, 22): # x - основание от 3 до 21
 # (далее перебирать нет смысла)
 if 23 % x == 2:
 print(x, end = ', ')
```

4) Ответ: **3, 7, 21**.

**Еще пример задания:**

**Р-9.** Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 31 оканчивается на 11.

**Общий подход:**

- неизвестно основание системы счисления, мы обозначим его через  $N$
- пока будем считать, что запись числа 31 в системе с основанием  $N$  состоит из трех цифр, причем две младшие (11) нам даны, а одну (обозначим ее через  $k$ ) нужно найти:

2 1 0 ← разряды

$$31 = k \ 1 \ 1_N = k \cdot N^2 + N^1 + N^0 = k \cdot N^2 + N + 1$$

- можно показать, что при большем количестве разрядов эта формула также верна, то есть, число 31 можно представить как  $31 = k \cdot N^2 + N + 1$  при некотором целом  $k$ ; например, для числа с пятью разрядами получаем:

4 3 2 1 0 ← разряды

$$31 = k_4 \ k_3 \ k_2 \ 1 \ 1_N = k_4 \cdot N^4 + k_3 \cdot N^3 + k_2 \cdot N^2 + N^1 + N^0 \\ = k \cdot N^2 + N + 1$$

для  $k = k_4 \cdot N^2 + k_3 \cdot N + k_2$  (из первых трех слагаемых вынесли общий множитель  $N^2$ )

**Решение:**

1) итак, нужно найти все целые числа  $N \geq 2$ , такие что

$$31 = k \cdot N^2 + N + 1 \quad (**)$$

где  $k$  – целое неотрицательное число (0, 1, 2, ...);

- 2) сложность в том, что и  $k$ , и  $N$  неизвестны, однако здесь нужно «играть» на том, что это *натуральные числа*
- 3) из формулы (\*\*) получаем  $(k \cdot N + 1)N = 30$ , так что задача сводится к тому, чтобы найти все делители  $N$  числа 30 и отобрать только те из них, для которых уравнение (\*\*) разрешимо при целом  $k$ , то есть,  $k = \frac{30 - N}{N^2}$  – целое число
- 4) выпишем все делители числа 30, большие или равные 2: 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
- 5) из всех этих делителей только для 2, 3, 5 и 30 значение  $k = \frac{30 - N}{N^2}$  – целое число (оно равно соответственно 7, 3, 1 и 0)
- 6) таким образом, верный ответ – **2, 3, 5, 30**.

**Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):**

- 1) можно решить задачу с помощью программы:
 

```
for i in range(3, 50): # перебираем возможные основания
 x = 23 # число по условию
 x_N = ''
 while x > 0: # перевод в N-ю систему
 if x%i>9: break # пропускаем цифры в виде букв
 else: x_N += str(x%i)
 x //= i
 x_N = x_N[::-1] # разворот числа
 if x_N == '': pass
 elif x_N[-1] == "2":
 print(i, end=", ")
```
- 2) ответ: **2, 3, 5, 30**.

**Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):**

- 5) полная программа:
 

```
for x in range(2, 101): # x - основание
 # справа число 11 переведено в 10-ую систему
 if 31 % (x*x) == x + 1:
 print(x, end = ', ')
```
- 6) Ответ: **2, 3, 5, 30**.

## Еще пример задания:

**Р-8.** Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 10, 11, 12, ..., 17 в системе счисления с основанием 5.

**Решение (вариант 1):**

- 1) запишем первое и последнее число в заданном диапазоне в системе счисления с основанием 5:
 
$$10 = 20_5, \quad 17 = 32_5.$$
- 2) заметим, что оба они содержат цифру 2, так что, 2 цифры мы уже нашли
- 3) между  $20_5$  и  $32_5$  есть еще числа
 
$$21_5, 22_5, 23_5, 24_5, 30_5, 31_5.$$
- 4) в них 5 цифр 2 (в числе  $22_5$  – сразу две двойки), поэтому всего цифра 2 встречается 7 раз
- 5) таким образом, верный ответ – **7**.

**Возможные ловушки и проблемы:**

- нужно не забыть, что в системе счисления с основанием 5 старшая цифра – 4, то есть, вслед за  $24_5$  следует  $30_5$
- помните, что нужно определить не количество чисел, в которых есть двойка, а количество самих двоек
- можно не обратить внимание на то, что в числе  $22_5$  цифра 2 встречается 2 раза

**Решение (вариант 2):**

- 1) переведем все указанные числа в систему счисления с основанием 5:  
 $10 = 20_5, 11 = 21_5, 12 = 22_5, 13 = 23_5, 14 = 24_5, 15 = 30_5, 16 = 31_5, 17 = 32_5$ .
- 2) считаем цифры 2 – получается 7 штук
- 3) таким образом, верный ответ – 7.

**Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):**

- 1) можно решить задачу с помощью программы:
 

```
k = 0
for i in range(10,17+1):
 x = i
 x5 = ''
 while x > 0: # перевод в 5-ю систему
 x5 += str(x%5)
 x //= 5
 x5 = x5[::-1] # разворот числа
 k += x5.count("2")
print(k)
```
- 2) ответ: 7.

**Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):**

- 1) ещё одна программа:
 

```
k = 0 # счетчик цифр 2
for x in range(10,17+1):
 xw = x # xw - рабочая (work) копия x
 while xw:
 if xw % 5 == 2: # считаем цифры 2 в 5-ой системе
 k += 1
 xw //= 5
 print(k)
```
- 2) ответ: 7.

**Еще пример задания:**

**Р-7.** Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 30 трехзначна.

**Решение:**

- 1) обозначим через  $N$  неизвестное основание системы счисления, тогда запись числа 30 в этой системе имеет вид

$$x \ y \ z_N = 30$$

- 2) вспомним алгоритм перевода числа из системы счисления с основанием  $N$  в десятичную систему: расставляем сверху номера разрядов и умножаем каждую цифру на основание в степени, равной разряду:

$$\begin{array}{ccc} 2 & 1 & 0 \\ x & y & z_N \end{array} = x \cdot N^2 + y \cdot N + z = 30$$

- 3) поскольку запись трехзначная,  $x \neq 0$ , поэтому  $30 \geq N^2$
- 4) с другой стороны, четвертой цифры нет, то есть, в третьем разряде – ноль, поэтому  $30 < N^3$
- 5) объединяя последние два условия, получаем, что искомое основание  $N$  удовлетворяет двойному неравенству

$$N^2 \leq 30 < N^3$$

- 6) учитывая, что  $N$  – целое число, методом подбора находим целые решения этого неравенства; их два – 4 и 5:

$$4^2 = 16 \leq 30 < 4^3 = 64$$

$$5^2 = 25 \leq 30 < 5^3 = 125$$

- 7) минимальное из этих значений – 4
- 8) таким образом, верный ответ – 4.

#### Решение (без подбора):

- 1) выполним п.1-4 так же, как и в предыдущем варианте решения
- 2) найдем первое целое число, куб которого больше 30; это 4, так как
 
$$3^3 = 27 < 30 < 4^3 = 64$$
- 3) проверяем второе неравенство:  $4^2 = 16 \leq 30$ , поэтому в системе счисления с основанием 4 запись числа 30 трехзначна
- 4) таким образом, верный ответ – 4.

#### Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:
 

```
for i in range(2,100):# перебираем возможные основания
 x = 30 # число по условию
 x_N = ''
 while x > 0:# перевод в N-ю систему
 x_N += str(x%i)
 x //= i
 x_N = x_N[::-1]# разворот числа
 if len(x_N)== 3:
 print(i)
 break
```
- 2) ответ: 4.

#### Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 7) полная программа:
 

```
for N in range(2, 10): # проверять основание N >=10 нет смысла
 # (будет два или один разряд)
 if N ** 2 <= 30 < N ** 3: # проверка на трёхзначность
 print(N)
 break
```
- 8) Ответ: 4.

#### Еще пример задания:

**Р-6.** Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?

#### Решение (вариант 1):



- 1) нас интересуют числа от 1 до 30
- 2) сначала определим, сколько цифр может быть в этих числах, записанных в системе счисления с основанием 5
- 3) поскольку  $5^2 < 30 < 5^3$ , в интересующих нас числах может быть от 1 до 3 цифр
- 4) рассмотрим трехзначные числа, начинающиеся на 3 в системе с основанием 5:

$$3xy_5 = 3 \cdot 5^2 + x \cdot 5 + y$$

все они заведомо не меньше  $3 \cdot 5^2 = 75 > 30$ , поэтому в наш диапазон не попадают;

- 5) таким образом, остается рассмотреть только однозначные и двухзначные числа
- 6) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
- 7) общий вид всех двухзначных чисел, начинающихся на 3 в системе с основанием 5:

$$3 \cdot 5 + k = 15 + k$$

где  $k$  – целое число из множества  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  (поскольку система счисления имеет основание 5 и цифр, больших 4, в записи числа быть не может)

- 8) используя эту формулу, находим интересующие нас двухзначные числа – 15, 16, 17, 18 и 19
- 9) таким образом, верный ответ – 3, 15, 16, 17, 18, 19.

#### Решение (вариант 2, предложен Сенькиной Т.С., г. Комсомольск-на-Амуре):

- 1) нас интересуют числа от 1 до 30; сначала определим, сколько цифр может быть в пятеричной записи этих чисел
- 2) поскольку  $30 = 110_5$ , в интересующих нас числах может быть не более 2 цифр (все трехзначные пятеричные числа, начинающиеся с 3, больше 30)
- 3) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
- 4) выпишем все пятеричные двухзначные числа, которые начинаются с 3, и переведем их в десятичную систему:  $30_5 = 15$ ,  $31_5 = 16$ ,  $32_5 = 17$ ,  $33_5 = 18$  и  $34_5 = 19$
- 5) таким образом, верный ответ – 3, 15, 16, 17, 18, 19.

#### Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:
 

```
for i in range(1, 31): # перебираем ответы
 x = i
 x5 = ''
 while x > 0: # перевод в 5-ю систему
 x5 += str(x%5)
 x //= 5
 x5 = x5[::-1] # разворот числа
 if x5[0] == "3":
 print(i, end=", ")
```
- 2) ответ: 3, 15, 16, 17, 18, 19.

#### Еще пример задания:

**Р-05.** Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 13.

#### Решение (1 способ):

- 1) Если число в системе с основанием  $x$  оканчивается на 13, то
  - а)  $x \geq 4$ , потому что в системах с меньшим основанием нет цифры 3
  - б) это число можно представить в виде  $A \cdot x^2 + x + 3$ , где  $A$  – целое неотрицательное число

- 2) определим наибольшее возможное  $A$  с учетом условия  $x \geq 4$ . Из уравнения

$$A \cdot x^2 + x + 3 = 71 \text{ следует } A = \frac{68 - x}{x^2}.$$

- 3) очевидно, что чем меньше  $x$ , тем больше  $A$ , поэтому значение  $A$  не превышает

$$A_{\max} = \frac{68 - 4}{4^2} = 4$$

здесь мы подставили  $x = 4$  – наименьшее допустимое значение  $x$

- 4) остается перебрать все допустимые значения  $A$  (от 0 до  $A_{\max} = 4$ ), решая для каждого из них уравнение

$$A \cdot x^2 + x + 3 = 71 \text{ или равносильное } A \cdot x^2 + x - 68 = 0$$

относительно  $x$ , причем нас интересуют только натуральные числа  $x \geq 4$

- 5) получаем

а) при  $A = 0$ :  $x = 68$

б) при  $A = 1, 2, 3$ : решения – не целые числа

в) при  $A = 4$ :  $x_1 = 4$  и  $x_2 = -4,25$ , второе решение не подходит

- 6) таким образом, верный ответ: **4, 68**.

#### Решение (2 способ, М.В. Кузнецова и её ученики):

- 1) запись числа 71 в системе с основанием  $x$  оканчивается на 13, т.е. в разряде единиц – 3, это значит, что остаток от деления 71 на  $x$  равен 3, то есть для некоторого целого  $k$  имеем

$$k \cdot x + 3 = 71 \Rightarrow k \cdot x = 68$$

- 2) таким образом, искомые основания – делители числа 68; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи

- 3) среди чисел, оканчивающихся на 13 в системе счисления с основанием  $x$ , минимальное – это само число  $13_x$ ; отсюда найдем максимальное основание:

$$13_x = 1 \cdot x^1 + 3 \cdot x^0 = x + 3 = 71 \Rightarrow x = 68$$

так что первый ответ: **68**.

- 4) остальные числа, оканчивающиеся в этой системе на 13, имеют не менее 3-х знаков ( $113_x, 213_x \dots$ ), т.е. все они больше  $100_x = x^2$

- 5) поэтому  $71 > x^2$ , следовательно,  $x < 9$

- 6) по условию в записи числа есть цифра 3, поэтому  $x > 3$  (в системах с основанием  $\leq 3$  цифры 3 нет)

- 7) итак:  $x \in [4, 8]$ , и при этом  $x$  – делитель 68; единственное возможное значение  $x = 4$  (на 5, 6, 7 и 8 число 68 не делится)

- 8) таким образом, верный ответ: **4, 68**.

#### Возможные ловушки и проблемы:

- на шаге 1 нужно вычесть из числа только число единиц, то есть младшую из двух заданных цифр (в примере – 3)
- можно забыть рассмотреть двузначное число, записанное заданными в условии цифрами (в примере –  $13_x$ ), и пропустить максимальное основание
- нужно помнить, что
  - а) максимальная цифра на 1 меньше основания системы счисления
  - б) 100 в системе с основанием  $p$  равно  $p^2$

#### Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:

```

for i in range(4,100):# перебираем возможные основания
 x = 71 # число по условию
 x_N = ''
 while x > 0:# перевод в N-ю систему
 if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
 else: x_N += str(x%i)
 x //= i
 x_N = x_N[::-1]# разворот числа
 if x_N[-2:] == "13":
 print(i, end=",")

```

2) ответ: 4, 68.

**Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):**

1) полная программа:

```

for x in range(4, 72): # x - основание от 4 до 71
 # (далее перебирать нет смысла)
 # справа число 13 переведено в 10-ую систему
 if 71 % (x*x) == x + 3:
 print(x, end = ', ')

```

2) Ответ: 4, 68.

### Еще пример задания:

**Р-04.** Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 86 оканчивается на 22.

**Решение (1 способ):**

1) Если число в системе с основанием  $x$  оканчивается на 22, то

а)  $x \geq 3$ , потому что в системах с меньшим основанием нет цифры 2

б) это число можно представить в виде  $A \cdot x^2 + 2x + 2$ , где  $A$  – целое неотрицательное число

2) определим наибольшее возможное  $A$  с учетом условия  $x \geq 3$ . Из уравнения

$$A \cdot x^2 + 2x + 2 = 86 \text{ следует } A = \frac{84 - 2x}{x^2}.$$

3) очевидно, что чем меньше  $x$ , тем больше  $A$ , поэтому значение  $A$  не превышает

$$A_{\max} = \frac{84 - 6}{3^2} = 8\frac{2}{3}$$

здесь мы подставили  $x = 3$  – наименьшее допустимое значение  $x$

4) остается перебрать все допустимые значения  $A$  (от 0 до  $A_{\max} = 8$ ), решая для каждого из них уравнение

$$A \cdot x^2 + 2x + 2 = 86 \text{ или равносильное } A \cdot x^2 + 2x - 84 = 0$$

относительно  $x$ , причем нас интересуют только натуральные числа  $x \geq 3$

5) получаем

а) при  $A = 0$ :  $x = 42$

б) при  $A = 1$ : решения – не целые числа

в) при  $A = 2$ :  $x = 6$  и  $x_2 = -7$ , второе решение не подходит

г) при  $A = 3, 4, 5, 6, 7, 8$ : решения – не целые числа

6) таким образом, верный ответ: 6, 42.

**Решение (2 способ, М.В. Кузнецова и её ученики):**

- 1) запись числа 86 в системе с основанием  $x$  оканчивается на 22, т.е. в разряде единиц – 2, это значит, что остаток от деления 86 на  $x$  равен 2, то есть для некоторого целого  $k$  имеем
 
$$k \cdot x + 2 = 86 \Rightarrow k \cdot x = 84$$
- 2) таким образом, искомые основания – делители числа 84; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи
- 3) среди чисел, оканчивающихся на 22 в системе счисления с основанием  $x$ , минимальное – это само число  $22_x$ ; отсюда найдем максимальное основание:

$$22_x = 2 \cdot x^1 + 2 \cdot x^0 = 2x + 2 = 86 \Rightarrow x = 42$$

так что первый ответ: 42.

- 4) остальные числа, оканчивающиеся в этой системе на 22, имеют не менее 3-х знаков ( $122_x, 222_x, \dots$ ), т.е. все они больше  $100_x = x^2$
- 5) поэтому  $86 > x^2$ , следовательно,  $x < 10$
- 6) по условию в записи числа есть цифра 2, поэтому  $x > 2$
- 7) итак:  $x \in [3, 9]$ , и при этом  $x$  – делитель 84; возможные значения  $x = 3, 4, 6, 7$  (на 5, 8 и 9 число 84 не делится)
- 8) переводя число 86 в системы счисления с основаниями  $x = 3, 4, 6, 7$ , находим, что только для основания 6 запись числа оканчивается на 22 (при делении на 3, 4 и 7 «вторые» остатки не равны 2):

|    |    |                                                    |    |    |   |    |    |   |    |    |
|----|----|----------------------------------------------------|----|----|---|----|----|---|----|----|
| 86 | 3  |                                                    | 86 | 4  |   | 86 | 6  |   | 86 | 7  |
| 84 | 28 | 3 <i>Дальше<br/>делить<br/>9...<br/>нет смысла</i> | 84 | 21 | 4 | 84 | 14 | 6 | 84 | 12 |
| 2  | 27 |                                                    | 2  | 20 |   | 2  | 12 |   | 2  | 7  |
| 1  |    |                                                    | 1  |    |   | 2  |    |   | 5  |    |

- 9) таким образом, верный ответ: 6, 42.

#### Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(3,100):# перебираем возможные основания
 x = 86 # число по условию
 x_N = ''
 while x > 0:# перевод в N-ю систему
 if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
 else: x_N += str(x%i)
 x //= i
 x_N = x_N[::-1]# разворот числа
 if x_N[-2:]=="22":
 print(i, end=",")
```

- 2) ответ: 6, 42.

#### Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 9) полная программа:

```
for x in range(3, 86): # x - основание от 3 до 85
 # (далее перебирать нет смысла)
 # справа число 22 переведено в 10-ую систему
 if 86 % (x * x) == 2 * x + 2:
 print(x, end = ', ')
```

- 10) Ответ: 6, 42.

**Еще пример задания:**

**Р-03.** Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 94 начинается на 23.

**Решение:**

- 1) Из условия сразу видно, что искомое основание не меньше 4 (в записи есть цифра 3).
- 2) Если запись числа 94 в некоторой системе счисления с основанием  $x$  двузначна ( $94 = 23_x$ ), то справедливо равенство  $94 = 2x + 3$ ; нас интересуют натуральные решения этого уравнения, такие что  $x \geq 4$ , таких решений нет.
- 3) Предположим, что число четырехзначное. Минимальное допустимое четырехзначное число –  $2300_x$ , где  $x \geq 4$ . При минимальном основании ( $x = 4$ ) оно равно  $2 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 = 176 > 94$ , поэтому запись нужного нам числа имеет не больше трех знаков.
- 4) На основании (2) и (3) делаем вывод, что число трехзначное, то есть  $94 = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + M$ , где  $M$  – целое неотрицательное число, такое что  $M < x$ .
- 5) Максимальное  $x$  можно определить как решение уравнения  $94 = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x$  (при  $M = 0$ ); получаем одно из решений – 6,15; поэтому  $x \leq 6$
- 6) Если мы знаем  $x$ , то  $M$  определится как  $M = 94 - 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x$ ; пробуем подставлять в эту формулу  $x = 4, 5, 6$ , пытаемся получить  $M < x$
- 7) Минимальное  $M$  будет при  $x = 6$ :  $M = 4$ , а при  $x = 4, 5$  получается  $M > x$
- 8) Таким образом, верный ответ: **6**.

**Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):**

- 1) можно решить задачу с помощью программы:
 

```
for i in range(4,100):# перебираем возможные основания
 x = 94 # число по условию
 x_N = ''
 while x > 0:# перевод в N-ю систему
 x_N += str(x%i)
 x //= i
 x_N = x_N[::-1]# разворот числа
 if x_N[:2] == "23":
 print(i, end=",")
```
- 2) ответ: **6**.

**Еще пример задания:**

**Р-2.** Найти сумму восьмеричных чисел  $17_8 + 170_8 + 1700_8 + \dots + 1700000_8$ , перевести в 16-ую систему счисления. Найдите в записи числа, равного этой сумме, третью цифру слева.

**Решение:**

- 1) Несложно выполнить прямое сложение восьмеричных чисел, там быстро обнаруживается закономерность:
 
$$17_8 + 170_8 = 207_8$$

$$17_8 + 170_8 + 1700_8 = 2107_8$$

$$17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 = 21107_8$$

$$17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 = 211107_8$$

$$17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 + 1700000_8 = 2111107_8$$
- 2) Переведем последнюю сумму через триады в двоичный код (заменяем каждую восьмеричную цифру на 3 двоичных):
 
$$10001001001001000111_2$$

- 3) Теперь разбиваем цепочку на тетрады (группы из 4-х двоичных цифр), начиная справа, и каждую тетраду представляем в виде шестнадцатеричной цифры

10001001001001000111<sub>2</sub>

8 9 2 4 7

- 4) Таким образом, верный ответ (третья цифра слева): 2.

**Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):**

- 1) решение задачи с помощью программы:

```
a = "17"
b = "1700000"
summa = 0
while a <= b:
 summa += int(a,8) # перевод в 10ю систему
 a += "0" # добавляем 0 к числу-строке
 n16 = hex(summa)[2:] # перевод суммы в 16ю систему
 print(n16[2])
```

- 2) Ответ: 2.

**Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):**

- 1) полная программа:

```
x = 15 # 17 в 8-ой системе
s = x # s - сумма в 10-ой системе
for z in range(1, 6): # z (zero) - количество нулей от 1 до 5
 x *= 8 # добавление справа нуля к восьмеричному числу
 # увеличивает его в 8 раз
 s += x
print(hex(s)[4]) # с учетом префикса '0x' третий символ
 # (цифра) будет пятым с индексом 4
print(hex(s)) # можно также найти третью цифру слева
```

- 2) Ответ: 2.

## Еще пример задания:

**Р-01.** Чему равно наименьшее основание позиционной системы счисления  $x$ , при котором  $225_x = 405_y$ ? Ответ записать в виде целого числа.

**Решение:**

- Поскольку в левой и в правой частях есть цифра 5, оба основания больше 5, то есть перебор имеет смысл начинать с  $x = x_{\min} = 6$ .
- Очевидно, что  $x > y$ , однако это не очень нам поможет.
- Для каждого «подозреваемого»  $x$  вычисляем значение  $225_x = 2 \cdot x^2 + 2x + 5 = N$  и решаем уравнение  $N = 405_y = 4 \cdot y^2 + 5$ , причем нас интересуют только натуральные  $y > 5$ .
- Для  $x = 6$  и  $x = 7$  нужных решений нет, а для  $x = 8$  получаем  

$$N = 2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8 + 5 = 149 = 4 \cdot 6^2 + 5$$
 так что  $y = 6$ .
- Таким образом, верный ответ (минимальное значение  $x$ ): 8.

**Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):**

- 1) можно решить задачу перебором с помощью программы (перебор начинаем с 6, так как цифра 5 есть в записи  $225_x$ , так и в записи  $405_y$ ):

```
for x in range(6,20):# перебираем основания X
```

```

for y in range(6,20):# перебираем основания Y
 if (2*x**2+2*x+5) == (4*y**2+0*y+5):
 print(x)
 break

```

2) ответ: 8.

### Еще пример задания:

**P-00.** Запись числа  $30_{10}$  в системе счисления с основанием  $N$  оканчивается на 0 и содержит 4 цифры. Чему равно основание этой системы счисления  $N$ ?

#### Решение (1 способ, подбор):

- 1) запись числа 30 в системе с основанием  $N$  длиннее, чем в десятичной (4 цифры против двух), поэтому основание  $N$  меньше 10
- 2) это дает шанс решить задачу методом подбора, переводя в разные системы, начиная с  $N = 2$  до  $N = 9$
- 3) переводим:  

$$30 = 11110_2 = 1010_3 = \dots$$
- 4) дальше можно не переводить, поскольку запись  $1010_3$  удовлетворяет условию: заканчивается на 0 и содержит 4 цифры
- 5) можно проверить, что при  $N \geq 4$  запись числа 30 содержит меньше 4 цифр, то есть не удовлетворяет условию
- 6) Ответ: 3.

#### Решение (2 способ, неравенства):

- 1) запись числа 30 в системе с основанием  $N$  содержит ровно 4 цифры тогда и только тогда, когда старший разряд – третий, то есть  

$$N^3 \leq 30 < N^4$$
- 2) первая часть двойного неравенства  $N^3 \leq 30$  дает (в целых числах)  $N \leq 3$
- 3) вторая часть неравенства  $30 < N^4$  дает (в целых числах)  $N \geq 3$
- 4) объединяя результаты пп. 2 и 3 получаем, что  $N = 3$
- 5) заметим, что условие «оканчивается на 0» – лишнее, ответ однозначно определяется по количеству цифр
- 6) Ответ: 3.

#### Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу перебором с помощью программы:

```

for i in range(2,36):# перебираем возможные основания
 x = 30 # число по условию
 x_N = ''
 while x > 0:# перевод в N-ю систему
 x_N += str(x%i)
 x //= i
 x_N = x_N[::-1]# разворот числа
 if x_N[-1]== "0" and len(x_N) == 4:
 print(i)
 break

```
- 2) Ответ: 3.

#### Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) полная программа:

```

for N in range(2, 10): # проверять основание N >=10 нет смысла

```

```

(будет два или один разряд)
проверка на четырёхзначность (в этой задаче проверка
окончания на ноль не обязательна)
if N**3 <= 30 < N**4 and 30 % N == 0:
 print(N)

```

2) Ответ: 3.

### Задачи для тренировки<sup>1</sup>:

- 1) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 22 оканчивается на 4.
- 2) В системе счисления с некоторым основанием число 12 записывается в виде 110. Укажите это основание.
- 3) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 39 оканчивается на 3.
- 4) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 29 оканчивается на 5.
- 5) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 129 записывается как 1004. Укажите это основание.
- 6) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 40 оканчивается на 4.
- 7) В системе счисления с некоторым основанием число десятичное 25 записывается как 100. Найдите это основание.
- 8) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 27 оканчивается на 3.
- 9) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 26, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на 22?
- 10) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в четверичной системе счисления оканчивается на 31?
- 11) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные натуральные числа, не превосходящие 17, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на две одинаковые цифры?
- 12) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 3 в записи чисел 19, 20, 21, ..., 33 в системе счисления с основанием 6.

<sup>1</sup> Источники заданий:

1. Демонстрационные варианты ЕГЭ 2004-2016 гг.
2. Тренировочные работы МИОО и Статград.
3. Гусева И.Ю. ЕГЭ. Информатика: раздаточный материал тренировочных тестов. — СПб: Тригон, 2009.
4. Самылкина Н.Н., Островская Е.М. Информатика: тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2009.
5. Якушкин П.А., Лещинер В.Р., Кириенко Д.П. ЕГЭ 2010. Информатика. Типовые тестовые задания. — М: Экзамен, 2010.
6. Крылов С.С., Лещинер В.Р., Якушкин П.А. ЕГЭ-2010. Информатика. Универсальные материалы для подготовки учащихся / под ред. В.Р. Лещинера / ФИПИ. — М.: Интеллект-центр, 2010.
7. Якушкин П.А., Ушаков Д.М. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ 2010. Информатика. — М.: Астрель, 2009.
8. М.Э. Абрамян, С.С. Михалкович, Я.М. Русанова, М.И. Чердынцева. Информатика. ЕГЭ шаг за шагом. — М.: НИИ школьных технологий, 2010.
9. Чуркина Т.Е. ЕГЭ 2011. Информатика. Тематические тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2010.
10. Информатика и ИКТ: ЕГЭ-2012. — СПб.: Просвещение, 2012.
11. Крылов С.С., Ушаков Д.М. ЕГЭ 2015. Информатика. Тематические тестовые задания. — М.: Экзамен, 2015.
12. Ушаков Д.М. ЕГЭ-2015. Информатика. 20 типовых вариантов экзаменационных работ для подготовки к ЕГЭ. — М.: Астрель, 2014.



- 13) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 1 в записи чисел 12, 13, 14, ..., 31 в системе счисления с основанием 5.
- 14) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 23 оканчивается на 1.
- 15) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 63 оканчивается на 23.
- 16) Десятичное число, переведенное в восьмеричную и в девятеричную систему, в обоих случаях заканчивается на цифру 0. Какое минимальное натуральное число удовлетворяет этому условию?
- 17) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 49 записывается в виде 100. Укажите это основание.
- 18) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 70 трехзначна.
- 19) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 50 двузначна.
- 20) Сколько значащих цифр в записи десятичного числа 357 в системе счисления с основанием 7?
- 21) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в системе счисления с основанием 6 начинается на 4?
- 22) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в системе счисления с основанием 3 начинается на 2?
- 23) Какое десятичное число при записи в системе счисления с основанием 5 представляется как  $1234_5$ ?
- 24) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 101?
- 25) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 30 оканчивается на 8.
- 26) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 31 оканчивается на 4.
- 27) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 83 записывается в виде 123. Укажите это основание.
- 28) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 144 записывается в виде 264. Укажите это основание.
- 29) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 35 оканчивается на 8.
- 30) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 110?
- 31) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 15, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на 21?
- 32) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 40, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 1011?
- 33) Десятичное число кратно 16. Какое минимальное количество нулей будет в конце этого числа после перевода его в двоичную систему счисления?
- 34) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 18 записывается в виде 30. Укажите это основание.
- 35) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 3 в записи чисел 13, 14, 15, ..., 23 в системе счисления с основанием 4.
- 36) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 13, 14, 15, ..., 23 в системе счисления с основанием 3.
- 37) В саду 100 фруктовых деревьев – 14 яблонь и 42 груши. Найдите основание системы счисления, в которой указаны эти числа.
- 38) Найдите основание системы счисления, в которой выполнено сложение:  $144 + 24 = 201$ .

- 39) Найдите основание системы счисления, в которой выполнено умножение:  $3 \cdot 213 = 1043$ .
- 40) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в системе счисления с основанием 5 оканчивается на 3?
- 41) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 100, запись которых в системе счисления с основанием 5 оканчивается на 11?
- 42) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 75 оканчивается на 13.
- 43) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 84 оканчивается на 14.
- 44) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 61 оканчивается на 15.
- 45) Найдите десятичное число  $x$ , такое что  $20 < x < 30$ , запись которого в системе счисления с основанием 3 заканчивается на 11.
- 46) Запись числа  $65_8$  в некоторой системе счисления выглядит так:  $311_N$ . Найдите основание системы счисления  $N$ .
- 47) Запись числа 30 в некоторой системе счисления выглядит так:  $110_N$ . Найдите основание системы счисления  $N$ .
- 48) Запись числа  $2B_{16}$  в некоторой системе счисления выглядит так:  $111_N$ . Найдите основание системы счисления  $N$ .
- 49) Запись числа 23 в некоторой системе счисления выглядит так:  $212_N$ . Найдите основание системы счисления  $N$ .
- 50) Запись числа  $210_5$  в некоторой системе счисления выглядит так:  $313_N$ . Найдите основание системы счисления  $N$ .
- 51) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 50 трехзначна.
- 52) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа  $34_8$  оканчивается на 20.
- 53) Запись числа 344 в некоторой системе счисления выглядит так:  $1A8_N$ . Найдите основание системы счисления  $N$ .
- 54) К записи натурального числа в восьмеричной системе счисления справа приписали два нуля. Во сколько раз увеличилось число? Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 55) Запись числа 281 в системе счисления с основанием  $N$  содержит 3 цифры и оканчивается на 1. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?
- 56) Запись числа 234 в системе счисления с основанием  $N$  содержит 3 цифры и оканчивается на 6. Чему равно основание системы счисления?
- 57) Запись числа 338 в системе счисления с основанием  $N$  содержит 3 цифры и оканчивается на 2. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?
- 58) Запись числа 256 в системе счисления с основанием  $N$  содержит 3 цифры и оканчивается на 4. Чему равно минимально возможное основание системы счисления?
- 59) Запись числа 325 в системе счисления с основанием  $N$  содержит 3 цифры и оканчивается на 1. Чему равно минимально возможное основание системы счисления?
- 60) Запись числа 180 в системе счисления с основанием  $N$  содержит 3 цифры и оканчивается на 0. Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.
- 61) Запись числа 280 в системе счисления с основанием  $N$  содержит 3 цифры и оканчивается на 0. Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.
- 62) Запись натурального числа в системах счисления с основанием 4 и 6 заканчивается на 0. Найдите минимальное натуральное число, удовлетворяющее этим условиям.
- 63) Десятичное число 71 в некоторой системе счисления записывается как «78». Определите основание системы счисления.

- 64) Десятичное число 70 в некоторой системе счисления записывается как «64». Определите основание системы счисления.
- 65) Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как «212». Определите основание системы счисления.
- 66) Десятичное число 109 в некоторой системе счисления записывается как «214». Определите основание системы счисления.
- 67) Решите уравнение  $42_5 + x = 1122_3$ .  
 Ответ запишите в четверичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
- 68) Решите уравнение  $100_7 + x = 230_5$ .  
 Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
- 69) Решите уравнение  $54_7 + x = 320_5$ .  
 Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
- 70) Решите уравнение  $32_8 + x = 214_5$ .  
 Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
- 71) (<http://ege.yandex.ru>) Десятичное число 63 в некоторой системе счисления записывается как 120. Определите основание системы счисления.
- 72) (<http://ege.yandex.ru>) Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как 212. Определите основание системы счисления.
- 73) (<http://ege.yandex.ru>) В системе счисления с основанием N запись числа 77 оканчивается на 0, а запись числа 29 – на 1. Чему равно число N?
- 74) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 56 и 45 заканчиваются на 1. Определите основание системы счисления.
- 75) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 68 и 94 заканчиваются на 3. Определите основание системы счисления.
- 76) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 41 и 63 заканчиваются на 8. Определите основание системы счисления.
- 77) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 56 и 124 заканчиваются на 5. Определите основание системы счисления.
- 78) Запись числа  $68_{10}$  в системе счисления с основанием N оканчивается на 2 и содержит 4 цифры. Чему равно основание этой системы счисления N?
- 79) Решите уравнение  $14_5 + x = 24_7$ .  
 Ответ запишите в троичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
- 80) Запись числа N в системе счисления с основанием 6 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 5 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 11 заканчивается на 1. Чему равно N? Запишите ответ в десятичной системе счисления.
- 81) Запись числа N в системе счисления с основанием 7 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 6 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 13 заканчивается на 3. Чему равно N? Запишите ответ в десятичной системе счисления.
- 82) Решите уравнение  $60_8 + x = 200_5$ .  
 Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

83) Решите уравнение  $100_5 + x = 200_4$ .

Ответ запишите в семеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

84) Решите уравнение  $60_8 + x = 60_9$ .

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

85) Решите уравнение  $100_7 + x = 214_5$ .

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

86) В системе счисления с основанием N запись числа 79 оканчивается на 2, а запись числа 111 – на 1.

Чему равно число N?

87) В системе счисления с основанием N запись числа 41 оканчивается на 2, а запись числа 131 – на 1.

Чему равно число N?

88) В системе счисления с основанием N запись числа 58 оканчивается на 2, а запись числа 108 – на 3.

Чему равно число N?

89) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{1023} + 2^{1024} - 3$ ?

90) Сколько единиц в двоичной записи числа  $4^{2016} + 2^{2018} - 6$ ?

91) Сколько единиц в двоичной записи числа  $4^{2014} + 2^{2015} - 9$ ?

92) Сколько единиц в двоичной записи числа  $4^{2015} + 2^{2015} - 15$ ?

93) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{2014} - 2^{614} + 45$ ?

94) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{1014} - 2^{530} - 12$ ?

95) Сколько единиц в двоичной записи числа  $2^{2014} - 4^{650} - 38$ ?

96) Сколько единиц в двоичной записи числа  $4^{2018} + 8^{305} - 2^{130} - 120$ ?

97) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{2018} - 4^{1305} + 2^{124} - 58$ ?

98) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{4024} - 4^{1605} + 2^{1024} - 126$ ?

99) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{1234} - 4^{234} + 2^{1620} - 108$ ?

100) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{2341} - 4^{342} + 2^{620} - 81$ ?

101) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{1341} - 4^{1342} + 2^{1343} - 1344$ ?

102) Решите уравнение  $222_x + 4 = 1100_5$ . Ответ запишите в троичной системе счисления.

103) Решите уравнение  $441_x + 14_{10} = 252_7$ . Ответ запишите в двоичной системе счисления.

104) Решите уравнение  $145_x + 24_{10} = 127_9$ . Ответ запишите в пятеричной системе счисления.

105) Решите уравнение  $44_{x+5} - 44_5 = 52_{10}$ . Ответ запишите в десятичной системе счисления.

106) Решите уравнение  $33_{x+4} - 33_4 = 33_{10}$ . Ответ запишите в десятичной системе счисления.

107) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{502} - 4^{211} + 2^{1536} - 19$ ?

108) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{415} - 4^{162} + 2^{543} - 25$ ?

109) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{115} - 4^{123} + 2^{543} - 15$ ?

110) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{125} - 4^{156} + 2^{632} - 7$ ?

111) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{148} - 4^{123} + 2^{654} - 17$ ?

112) Сколько единиц в двоичной записи числа  $(2^{400} - 1) \cdot (4^{2200} + 2)$ ?

113) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа  $4^{350} + 8^{340} - 2^{320} - 12$ ?

114) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа  $4^{590} + 8^{350} - 2^{1020} - 25$ ?

115) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа  $4^{230} + 8^{120} - 2^{150} - 100$ ?

116) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа  $4^{1024} + 8^{1025} - 2^{1026} - 140$ ?

117) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа  $4^{2015} + 8^{2016} - 2^{2017} - 150$ ?

118) Решите уравнение  $224_x + 1 = 101_8$ . Ответ запишите в десятичной системе счисления.

119) Решите уравнение  $121_x + 1 = 101_9$ . Ответ запишите в десятичной системе счисления.

120) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа  $8^{740} - 2^{900} + 7$ ?

121) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа  $8^{820} - 2^{760} + 14$ ?

122) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа  $8^{560} - 2^{234} + 56$ ?

123) Сколько единиц в двоичной записи числа  $8^{2020} + 4^{2017} + 2^6 - 1$ ?

124) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа  $4^{16} + 2^{36} - 16$ ?

125) (Е.А. Мирончик) Некоторое число  $X$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 4, 2. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком \*:

$$X = E*_{16} = *5*_8 = ***1_4 = *****1**_2$$

Определите число  $X$ .

126) (Е.А. Мирончик) Некоторое число  $X$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16 и 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком \*:

$$X = 1*0_{16} = 56*_8$$

Определите число  $X$ .

127) (Е.А. Мирончик) Некоторое число  $X$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 4. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком \*:

$$X = *7*_{16} = 5*6_8 = ***1*_4$$

Определите число  $X$ .

128) (Е.А. Мирончик) Некоторое число  $X$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 2. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком \*:

$$X = 10*****_2 = *4*_8 = *2_{16}$$

Определите число  $X$ .

129) (Е.А. Мирончик) Некоторые числа  $X$  и  $Y$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены \*. Сравните числа  $A*_{16}$  и  $1*3_8$ . В ответе запишите знак <, знак > или знак =.

130) (Е.А. Мирончик) Некоторые числа  $X$  и  $Y$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены \*. Сравните числа  $F*_{16}$  и  $33*_8$ . В ответе запишите знак <, знак > или знак =.

131) (Е.А. Мирончик) Некоторые числа  $X$  и  $Y$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены \*. Сравните числа  $18*_{16}$  и  $72*_8$ . В ответе запишите знак <, знак > или знак =.

132) (Е.А. Мирончик) Некоторые числа  $X$  и  $Y$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены \*. Сравните числа  $34*_{16}$  и  $16**_8$ . В ответе запишите знак <, знак > или знак =.

133) (Е.А. Мирончик) Некоторое число  $X$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены \*:

$$X = ***_{16} = 4*2_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

134) (Е.А. Мирончик) Некоторое число  $X$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены \*:

$$X = 3*9_{16} = 1**_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

- 135) (Е.А. Мирончик) Некоторое число  $X$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены \*:

$$X = *A_{16} = ***_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

- 136) (Е.А. Мирончик) Некоторое число  $X$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены \*:

$$X = *E_{16} = 2*6_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

- 137) (Е.А. Мирончик) Некоторое число  $X$  из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены \*:

$$X = *5_{16} = *0*_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

- 138) (Е.А. Мирончик) Сколько цифр в восьмеричной записи числа  $2^{1024} + 2^{1026}$ ?
- 139) (Е.А. Мирончик) Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа  $2^{1024} + 2^{1025}$ ?
- 140) (Е.А. Мирончик) Сколько цифр в восьмеричной записи числа  $2^{299} + 2^{298} + 2^{297} + 2^{296}$ ?
- 141) (Е.А. Мирончик) Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа  $2^{379} + 2^{378} + 2^{377}$ ?
- 142) Решите уравнение  $101_x + 13_{10} = 101_{x+1}$ . Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 143) Решите уравнение  $103_x + 11_{10} = 103_{x+1}$ . Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 144) Решите уравнение  $104_x + 20_x = 84_{10}$ . Ответ запишите в двоичной системе счисления.
- 145) (Е.В. Хламов) Найдите основания систем счисления  $X$  и  $Y$ , если известно, что  $87_X = 73_Y$  и  $62_X = 52_Y$ . в ответе запишите число, составленное из чисел  $Y$  и  $X$ , записанных подряд без пробелов. Например, если  $X=13$  и  $Y=15$ , ответ запишется как 1513.
- 146) Сколько значащих нулей содержится в десятичной записи числа  $100^{20} - 10^{15} + 10$ ?
- 147) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $49^{12} - 7^{10} + 7^8 - 49$  записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?
- 148) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $27^4 - 9^5 + 3^8 - 25$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 149) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $3 \cdot 16^8 - 4^5 + 3$  записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» содержится в этой записи?
- 150) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $2 \cdot 9^{10} - 3^5 + 5$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 151) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $5 \cdot 36^7 + 6^{10} - 36$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» содержится в этой записи?
- 152) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $4 \cdot 125^4 - 25^4 + 9$  записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» содержится в этой записи?
- 153) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $2 \cdot 27^7 + 3^{10} - 9$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?
- 154) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $4 \cdot 25^4 - 5^4 + 14$  записали в системе счисления с основанием 5. Какова сумма цифр содержащихся в этой записи? Ответ укажите в десятичной системе.
- 155) Значение арифметического выражения:  $9^8 + 3^5 - 2$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 156) В системе счисления с основанием  $N$  запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не менее трёх цифр. Чему равно число  $N$ ?



- 157) В системе счисления с основанием  $N$  запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не более двух цифр. Чему равно число  $N$ ? Если у задачи есть несколько решений, выберите наименьшее.
- 158) Значение арифметического выражения:  $9^{20} + 3^{60} - 5$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 159) Значение арифметического выражения:  $9^{20} + 3^{60} - 15$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 160) Значение арифметического выражения:  $9^{20} + 3^{60} - 25$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 161) Значение арифметического выражения:  $9^{20} + 3^{60} - 125$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 162) Значение арифметического выражения:  $9^8 + 3^{24} - 6$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 163) Значение арифметического выражения:  $9^8 + 3^{24} - 18$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 164) Значение арифметического выражения:  $9^{22} + 3^{66} - 12$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 165) Значение арифметического выражения:  $9^{22} + 3^{66} - 18$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 166) Значение арифметического выражения:  $9^7 + 3^{21} - 9$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 167) Значение арифметического выражения:  $9^7 + 3^{21} - 19$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 168) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^{14} + 3^{18} - 9^5 - 27$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 169) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^7 - 3^{10} + 3^{21} - 9$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 170) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^7 - 3^{12} + 3^{25} - 19$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 171) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^7 + 3^{21} - 9$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?
- 172) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^9 + 3^{21} - 7$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?
- 173) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^7 + 3^{21} - 8$  записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
- 174) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^5 + 3^{25} - 20$  записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
- 175) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^8 + 3^{25} - 14$  записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
- 176) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^{17} + 3^{16} - 27$  записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр чаще всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.
- 177) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^7 + 3^8 - 1$  записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр чаще всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.

- 178) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^7 + 3^8 - 5$  записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр реже всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.
- 179) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^5 + 3^7 - 14$  записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр реже всего встречается в этой записи? В ответе укажите, сколько таких цифр в записи.
- 180) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $214_N = 165_{N+1}$ .
- 181) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $211_N = 152_{N+1}$ .
- 182) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $115_N = 57_{N+2}$ .
- 183) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $123_N = 93_{N+2}$ .
- 184) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $103_N = 97_{N+2}$ .
- 185) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $132_N + 13_8 = 124_{N+1}$ .
- 186) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $154_N + 35_9 = 170_{N+1}$ .
- 187) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $143_N + 25_6 = 138_{N+1}$ .
- 188) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $221_N + 34_8 = 180_{N+2}$ .
- 189) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $205_N + 55_8 = 196_{N+2}$ .
- 190) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $164_N + 41_9 = 145_{N+2}$ .
- 191) Значение арифметического выражения:  $125 + 25^3 + 5^9$  записали в системе счисления с основанием 5. Сколько значащих нулей в этой записи?
- 192) (Д.В. Богданов) Значение арифметического выражения:  $3 \cdot (2^{10} + 2^7 + 2^4 + 2^1)$  записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей в этой записи?
- 193) Значение арифметического выражения:  $4^{511} + 2^{511} - 511$  записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц в этой записи?
- 194) Значение арифметического выражения:  $8^{511} - 4^{511} + 2^{511} - 511$  записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей в этой записи?
- 195) (Д.В. Богданов) Коэффициенты уравнения  $x^2 - 30_N x + 240_N = 0$  заданы в системе счисления с основанием  $N$ . Определите это основание, если известно, что уравнение имеет кратный корень.
- 196) Значение арифметического выражения:  $49^{13} + 7^{33} - 49$  записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» в этой записи?
- 197) Значение арифметического выражения:  $64^{115} + 8^{305} - 512$  записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 198) Значение арифметического выражения:  $81^{2017} + 9^{5223} - 81$  записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр «8» в этой записи?
- 199) Значение арифметического выражения:  $36^{17} + 6^{66} - 216$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?
- 200) Значение арифметического выражения:  $25^{94} + 5^{216} - 125$  записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» в этой записи?
- 201) Значение арифметического выражения:  $25^{56} + 5^{138} - 5$  записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» в этой записи?
- 202) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $16^{20} + 2^{30} - 32$  записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?
- 203) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $81^5 + 3^{30} - 27$  записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр «8» в этой записи?
- 204) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $64^{30} + 2^{300} - 4$  записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 205) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $64^{30} + 2^{300} - 32$  записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?



- 206) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $64^{150} + 4^{300} - 32$  записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 207) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $32^{60} + 4^{180} - 128$  записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 208) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $128^{30} + 16^{60} - 16$  записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 209) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $32^{30} + 8^{60} - 32$  записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?
- 210) Значение арифметического выражения:  $36^{10} + 6^{25} - 15$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?
- 211) Значение арифметического выражения:  $36^{15} + 6^{38} - 11$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?
- 212) Значение арифметического выражения:  $36^{17} + 6^{48} - 17$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?
- 213) Значение арифметического выражения:  $36^{27} + 6^{18} - 19$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?
- 214) Значение арифметического выражения:  $36^{17} + 6^{15} - 9$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?
- 215) Значение арифметического выражения:  $36^{11} + 6^{25} - 21$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?
- 216) В какой системе счисления выполняется равенство  $12_x \cdot 13_x = 211_x$ ? В ответе укажите число – основание системы счисления.
- 217) В какой системе счисления выполняется равенство  $21_x \cdot 13_x = 313_x$ ? В ответе укажите число – основание системы счисления.
- 218) В какой системе счисления выполняется равенство  $12_x \cdot 31_x = 402_x$ ? В ответе укажите число – основание системы счисления.
- 219) В какой системе счисления выполняется равенство  $13_x \cdot 31_x = 423_x$ ? В ответе укажите число – основание системы счисления.
- 220) В какой системе счисления выполняется равенство  $12_x \cdot 33_x = 406_x$ ? В ответе укажите число – основание системы счисления.
- 221) (Е.А. МIRONЧИК) Выражение  $2^5 \cdot 3^{25}$  записано в троичной системе счисления. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1 и 2.
- 222) (Е.А. МIRONЧИК) Выражение  $4^3 \cdot 3^{19}$  записано в троичной системе счисления. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1 и 2.
- 223) (Е.А. МIRONЧИК) Выражение  $4^4 \cdot 5^{69} - 70$  записано в системе счисления с основанием 5. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3 и 4.
- 224) (Е.А. МIRONЧИК) Выражение  $3^3 \cdot 7^{69} - 70$  записано в системе счисления с основанием 7. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6.
- 225) \*(Е.А. МIRONЧИК) Выражение  $((9 \cdot 5^{20} + 9) \cdot 5^{19} + 9) \cdot 5^{18} + 9$  записано в системе счисления с основанием 5. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3 и 4.
- 226) \*(Е.А. МIRONЧИК) Выражение  $(77 + 7^{77}) \cdot 7^{77} + 77 + 7^7$  записано в системе счисления с основанием 7. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6.
- 227) \*(Е.А. МIRONЧИК) Выражение  $((44 + 4^{50}) \cdot 4^{25} + 44) \cdot 4^{12} + 44$  записано в системе счисления с основанием 4. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2 и 3.
- 228) \*(Е.А. МIRONЧИК) Выражение  $5^{55} + 5^{555} - 555 - 5$  записано в системе счисления с основанием 5. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3 и 4.
- 229) (Д. Ф. МУФАЗЗАЛОВ) Значение выражения  $(66 + 6^{2019}) \cdot 6^{2019} + 66 + 6^6$  записали в системе счисления с основанием 6. Укажите сумму цифр этой записи.

- 230) (Д. Ф. Муфаззалов) Значение выражения  $(88+2 \cdot 8^x) \cdot 8^x + 88 + 8^8$ , где  $x > 3$  – натуральное число, записали в системе счисления с основанием 8. Укажите сумму цифр этой записи.
- 231) (Д. Ф. Муфаззалов) Значение выражения  $(55+2 \cdot 5^x) \cdot 5^x + 55 + 5^y$ , где  $x, y$  – натуральные числа, записали в системе счисления с основанием 5. Укажите наибольшую возможную сумму цифр этой записи.
- 232) (Д. Ф. Муфаззалов) Значение выражения  $(3+2 \cdot 4^x) \cdot 4^x + 3 + 4^y$ , где  $x, y$  – натуральные числа, записали в системе счисления с основанием 4. Укажите наибольшую возможную сумму цифр этой записи.
- 233) (С.С. Поляков, Саратов) Значение выражения  $7 \cdot 6561^{46} + 8 \cdot 729^{15} - 6 \cdot 5832$  записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 7 содержится в этой записи?
- 234) (С.С. Поляков, Саратов) Значение выражения  $5 \cdot 6561^{46} + 5 \cdot 729^{15} - 5 \cdot 5832 - 5$  записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 4 содержится в этой записи?
- 235) (С.С. Поляков, Саратов) Значение выражения  $(2 \cdot 343^{123} + 2401) \cdot (3 \cdot 343^{137} - 2401)$  записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
- 236) (С.С. Поляков, Саратов) Значение выражения  $8 \cdot 343^5 + 9 \cdot 49^8 - 48$  записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
- 237) (С.С. Поляков, Саратов) Значение выражения  $7 \cdot 1296^{57} - 8 \cdot 216^{30} + 35$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр 5 содержится в этой записи?
- 238) (С.С. Поляков, Саратов) Значение выражения  $(512^{78} - 512^{60}) \cdot (512^5 + 64^5)$  записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр 7 содержится в этой записи?
- 239) (С.С. Поляков, Саратов) Значение выражения  $(729^{41} - 81^{16}) \cdot (729^{15} + 9^5)$  записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 8 содержится в этой записи?
- 240) (С.С. Поляков, Саратов) Значение выражения  $(729^{41} - 81^{16}) \cdot (729^{15} + 9^5)$  записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 0 содержится в этой записи?
- 241) (mcko.ru) Запись некоторого натурального числа  $X$  в девятеричной системе счисления имеет ровно три значащих разряда и содержит хотя бы одну цифру 3. Это число увеличили в три раза, и оказалось, что запись получившегося числа  $Y$  в девятеричной системе также имеет ровно три значащих разряда. Чему равна сумма минимально возможного и максимально возможного чисел  $X$ ? Ответ приведите в девятеричной системе счисления.
- 242) (Б.С. Михлин) Дано выражение:  
 $x = 3 \cdot 16^a + 5 \cdot 4^b - 8^c - 2^d + 15$ , где  $a = 46_8$ ,  $b = 40_{16}$ ,  $c = 47_8 - 1B_{16}$ ,  $d = 110101_2 + 13_8$ .  
 Найдите количество максимальных цифр в шестнадцатеричной записи числа  $x$ .
- 243) (Б.С. Михлин) Дано выражение:  
 $x = 16^a + 4^b - 8^c - 2^d + 31$ , где  $a = 25_8$ ,  $b = 24_{16}$ ,  $c = 43_8 - 1B_{16}$ ,  $d = 110101_2 + 13_8$ .  
 Найдите суммарное количество максимальных и минимальных цифр в шестнадцатеричной записи числа  $x$ .
- 244) (А. Богданов) Значение выражения  

$$\left(7^{9^2-1} - (10-3)^4\right) \cdot \frac{5}{6} \cdot 8$$
 записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 4 в этой записи?
- 245) (А.Н. Носкин) Сколько различных цифр в восьмеричной записи числа  
 $2^{102} + 2^{100} + 2^{85} + 2^{17}$ ?
- 246) (А.Н. Носкин) Сколько различных цифр в шестнадцатеричной записи числа  
 $2^{51} + 2^{40} + 2^{35} + 2^{17} - 2^5$ ?
- 247) (Е. Джобс) Значение арифметического выражения:  $N^{25} - 2N^{13} + 10$  записали в системе счисления с основанием  $N$ . Определите основание системы счисления, если известно, что сумма разрядов в числе, представленном в этой системе счисления, равна 75.
- 248) (Е. Джобс) Значение арифметического выражения:  $51 \times 7^{12} - 7^3 - 22$  записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр в этой записи и запишите её в десятичной системе счисления.

- 249) (Е. Джобс) Значение выражения  $5^2 \cdot 7^{25} + 6^2 \cdot 7^{36} - 4^2 \cdot 9^3$  записали в семеричной системе счисления. Сколько нулей в такой записи?
- 250) (Е. Джобс) Значение выражения  $5^{2004} - 5^{1016} - 25^{508} - 5^{400} + 25^{250} - 27$  записали в пятеричной системе счисления. Сколько цифр 4 в такой записи?
- 251) (Е. Джобс) Значение выражения  $7^{202} + 49^{102} - 7^{20}$  записали в семеричной системе счисления. Сколько цифр 6 в такой записи?
- 252) (Е. Джобс) Значение выражения  $(2^{345} + 8^{65} - 4^{130})(8^{123} - 2^{89} + 4^{45})$  записали в восьмеричной системе счисления. Найдите сумму всех разрядов восьмеричной записи этого числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 253) (Е. Джобс) Значение арифметического выражения  $5^{94} + 25^{49} - 130$  записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр 4 в этой записи?
- 254) (Е. Джобс) Значение арифметического выражения  $43 \cdot 7^{103} - 21 \cdot 7^{57} + 98$  записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 255) (Б.С. Михлин) Число 1234 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каком основании сумма цифр в записи этого числа будет максимальной? Если таких оснований несколько, то укажите максимальное из них.
- 256) (Б.С. Михлин) Число 2345 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каком основании сумма цифр в записи этого числа будет максимальной? Если таких оснований несколько, то укажите минимальное из них.
- 257) (Б.С. Михлин) Число 3456 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа не содержит нечётных цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 258) (Б.С. Михлин) Число 456 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каком основании количество нечётных цифр в записи этого числа будет максимальным? Если таких оснований несколько, то укажите максимальное из них.
- 259) (Б.С. Михлин) Число 78 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа каждые две соседние цифры имеют разную четность? Например, число 1234 – подходит, а 1243 – нет, т.к. цифры 2 и 4 имеют одинаковую четность. В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 260) (Б.С. Михлин) Число 609 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях крайние цифры в записи этого числа (самая левая и самая правая) имеют разную четность? Например, число 124 – подходит, а 123 – нет, т.к. цифры 1 и 3 имеют одинаковую четность (нечетные). В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 261) (Б.С. Михлин) Число 7667 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа является палиндромом (одинаково читается, как слева направо, так и справа налево)? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 262) Число 432 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры в записи этого числа расположены в порядке невозрастания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 263) Число 188 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры в записи этого числа расположены в порядке неубывания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 264) Число 364 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях все цифры в записи этого числа одинаковые? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 265) Число 1755 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа нет одинаковых цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

- 266) Число 804 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа есть цифра 1? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 267) Число 652 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа нет цифры 2? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 268) Число 572 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа есть две одинаковые цифры, стоящие рядом? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 269) Число 1988 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа нет двух одинаковых цифр, стоящих рядом? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 270) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения  $256^2 + 4096^{16} - 15$  записали в системе счисления с основанием 16. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, которые имеют числовые значения от 10 до 15 соответственно. Сколько цифр F встречается в этой записи?
- 271) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения  $17^5 + 85^8 - 10$  записали в системе счисления с основанием 17. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, G, которые имеют числовые значения от 10 до 16 соответственно. Сколько цифр G встречается в этой записи?
- 272) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения  $15 + 2^{10} + 16$  записали в системе счисления с основанием 16. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, которые имеют числовые значения от 10 до 15 соответственно. Сколько цифр F встречается в этой записи?
- 273) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения  $7^2 + 49^4 - 21$  записали в системе счисления с основанием 14. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, которые имеют числовые значения от 10 до 13 соответственно. Сколько цифр A и цифр 0 встречается в этой записи?
- 274) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения  $26^2 + 169 - 11$  записали в системе счисления с основанием 13. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, которые имеют числовые значения от 10 до 12 соответственно. Сколько цифр C и цифр 2 встречается в этой записи?
- 275) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения  $32^2 + 1024 + 1024^2$  записали в системе счисления с основанием 16. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, которые имеют числовые значения от 10 до 15 соответственно. Сколько цифр 0 встречается в этой записи?
- 276) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения  $100^2 + 625^{25} + 5^{100}$  записали в системе счисления с основанием 15. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: №, #, @, \$, \*, которые имеют числовые значения от 10 до 14 соответственно. Сколько цифр @ встречается в этой записи?
- 277) (Б.С. Михлин) Число 611 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа содержит нечетное количество значащих цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 278) (Б.С. Михлин) Число 622 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа содержит четное количество значащих цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 279) (Б.С. Михлин) Число 123 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа расположены слева направо в порядке возрастания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

- 280) **(Б.С. Михлин)** Число 430 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа расположены слева направо в порядке убывания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 281) **(Б.С. Михлин)** Число 538 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа четная? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 282) **(Б.С. Михлин)** Число 559 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа нечетная? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 283) **(Б.С. Михлин)** Число 123 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа при чтении слева направо образуют возрастающие арифметические прогрессии? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 284) **(Б.С. Михлин)** Число 210 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа при чтении слева направо образуют убывающие арифметические прогрессии? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 285) **(Б.С. Михлин)** Число 437 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа является простым числом? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 286) **(А. Кабанов)** При каком наименьшем натуральном значении переменной  $x$  двоичная запись выражения  $4^{2015} + 2^x - 2^{2015} + 15$  содержит ровно 500 единиц?
- 287) **(А. Кабанов)** При каком наименьшем натуральном значении переменной  $x$  двоичная запись выражения  $4^{1014} - 2^x + 12$  содержит ровно 2000 нулей?
- 288) **(А. Кабанов)** При каком наименьшем натуральном значении переменной  $x$  в выражении  $36^{17} - 6^x + 71$  сумма цифр в шестеричной записи числа равна 61?
- 289) **(А. Кабанов)** При каком наименьшем натуральном значении переменной  $x$  в выражении  $81^{20} - 9^x + 50$  сумма цифр в девятеричной записи числа равна 138?
- 290) **(А. Кабанов)** Значение выражения  $64^{12} - 8^{14} + x$  записали в восьмеричной системе счисления, при этом в записи оказалось 12 цифр 7 и одна единица. При каком наименьшем натуральном  $x$  это возможно?
- 291) **(А. Кабанов)** Значение выражения  $125^7 - 25^4 + x$  записали в пятеричной системе счисления, при этом в записи оказалось 15 цифр 4, одна тройка и две единицы. При каком наименьшем натуральном  $x$  это возможно?
- 292) **(А. Кабанов)** Значение выражения  $27^7 - 3^{11} + 36 - x$  записали в троичной системе счисления, при этом сумма цифр в записи оказалась равной 22. При каком наименьшем натуральном  $x$  это возможно?
- 293) **(А. Кабанов)** Значение выражения  $64^{11} - 4^{10} + 96 - x$  записали в четверичной системе счисления, при этом сумма цифр в записи оказалась равной 71. При каком наименьшем натуральном  $x$  это возможно?
- 294) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $7^{103} + 6 \cdot 7^{104} - 3 \cdot 7^{57} + 98$  записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
- 295) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $6^{203} + 5 \cdot 6^{405} - 3 \cdot 6^{144} + 77$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр 5 содержится в этой записи?
- 296) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $4^{103} + 3 \cdot 4^{444} - 2 \cdot 4^{44} + 67$  записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр 3 содержится в этой записи?
- 297) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $7^{103} - 6 \cdot 7^{70} + 3 \cdot 7^{57} - 98$  записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
- 298) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $6^{333} - 5 \cdot 6^{215} + 3 \cdot 6^{144} - 85$  записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр 5 содержится в этой записи?
- 299) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $4^{503} + 3 \cdot 4^{244} - 2 \cdot 4^{444} - 95$  записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр 3 содержится в этой записи?



- 300) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $7^{103} + 20 \cdot 7^{204} - 3 \cdot 7^{57} + 97$  записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
- 301) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $7^{103} + 6 \cdot 7^{104} - 3 \cdot 7^{57} + 98$  записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 302) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $6^{203} + 5 \cdot 6^{405} - 3 \cdot 6^{144} + 76$  записали в системе счисления с основанием 6. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 303) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $4^{1103} + 3 \cdot 4^{1444} - 2 \cdot 4^{144} + 66$  записали в системе счисления с основанием 4. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 304) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $7^{2103} - 6 \cdot 7^{1270} + 3 \cdot 7^{57} - 98$  записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 305) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $6^{1333} - 5 \cdot 6^{1215} + 3 \cdot 6^{144} - 86$  записали в системе счисления с основанием 6. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 306) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $4^{1503} + 3 \cdot 4^{244} - 2 \cdot 4^{1444} - 96$  записали в системе счисления с основанием 4. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 307) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $7^{1003} + 6 \cdot 7^{1104} - 3 \cdot 7^{57} + 294$  записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 308) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $6 \cdot 343^{1156} - 5 \cdot 49^{1147} + 4 \cdot 7^{1153} - 875$  записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 309) **(В. Шелудько)** Значение арифметического выражения  $103 \cdot 7^{103} - 5 \cdot 7^{57} + 98$  записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 310) **(В. Шелудько)** Значение выражения  $5 \cdot 216^{1256} - 5 \cdot 36^{1146} + 4 \cdot 6^{1053} - 1087$  записали в системе счисления с основанием 6. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 311) **(А. Богданов)** Значение выражения  $81^{18} - (81^8 - 1) \cdot ((8 + 1)^8 + 1) / 8 - 8$  записали в системе счисления с основанием 3. Найдите количество единиц в этой записи.
- 312) **(Е. Джобс)** Значение арифметического выражения:  $7^{500} + 7^{200} - 7^{50} - X$  записали в системе счисления с основанием 7. Какая максимальная сумма разрядов может быть в таком числе, при условии что X и полученное значение положительны?
- 313) **(Е. Джобс)** Сколько существует целых положительных чисел, для которых одновременно выполняются следующие условия:
- в шестнадцатеричной записи содержится не более 8 цифр;
  - в восьмеричной записи не менее 11 цифр;
  - последняя цифра в десятичной системе счисления – 5?
- 314) **(П. Волгин)** Значение выражения  $(7^{160} \cdot 7^{90}) - (14^{150} + 2^{13})$  записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму всех цифр семеричной записи числа, исключая шестерки.
- 315) **(П. Волгин)** Значение выражения  $(5^{300} \cdot 15^{100}) - (25^{50} + 125^{100})$  записали в системе счисления с основанием 5. Запишите в ответ сумму всех цифр пятеричной записи числа, исключая четверки.
- 316) **(П. Волгин)** Значение выражения  $8^{20} + ((8^{22} - 8^{17}) \cdot (8^{13} + 8^{16}))$  записали в системе счисления с основанием 8. Затем в восьмеричной записи этого числа все цифры 7 заменили на 0, а последние три цифры удалили. Найдите сумму цифр восьмеричной записи числа после изменения. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

- 317) (**П. Волгин**) Значение выражения  $16^{44} \cdot 16^{30} - (32^5 \cdot (8^{40} - 8^{32}) \cdot (16^{17} - 32^4))$  записали в системе счисления с основанием 16. Затем в шестнадцатеричной записи этого числа все цифры F заменили на 0, а последние три цифры удалили. Найдите количество значащих нулей в шестнадцатеричной записи числа после изменения. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 318) (**П. Волгин**) Значение выражения  $16^{44} \cdot 16^{30} - (32^5 \cdot (8^{40} - 8^{32}) \cdot (16^{17} - 32^4))$  записали в системе счисления с основанием 16. Затем в шестнадцатеричной записи этого числа все цифры E заменили на 1, а цифру в разряде 4 удалили. Разряды нумеруются справа налево, начиная с нуля. Найдите количество единиц в шестнадцатеричной записи числа после изменения. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 319) (**П. Волгин**) Значение выражения  $(64^{25} + 4^{10}) - (16^{20} + 32^3)$  записали в системе счисления с основанием 4. В каком разряде четверичной записи числа при просмотре справа налево впервые встречается цифра 2? Разряды нумеруются справа налево, начиная с нуля.
- 320) (**А. Богданов**) Значение выражения  $1 \cdot 3^{37} + 2 \cdot 3^{23} + 3 \cdot 3^{20} + 4 \cdot 3^4 + 5 \cdot 3^3 + 4 + 5$  записали в системе счисления с основанием 9. Сколько значащих нулей содержится в этой записи?
- 321) Значение выражения  $3^{72} + 6 \cdot 3^{50} - 7 \cdot 3^{26} + 2 \cdot 3^{15} + 155$  записали в системе счисления с основанием 9. Сколько различных цифр содержится в этой записи?
- 322) Значение выражения  $12^{34} + 7 \cdot 12^{26} - 3 \cdot 12^{16} + 2 \cdot 12^5 + 552$  записали в системе счисления с основанием 12. Сколько различных цифр содержится в этой записи?
- 323) Значение выражения  $3 \cdot 11^{58} + 15 \cdot 11^{55} - 99 \cdot 11^{18} + 125 \cdot 11^9 + 381$  записали в системе счисления с основанием 11. Сколько различных цифр содержится в этой записи?
- 324) Значение выражения  $12 \cdot 7^{135} + 11 \cdot 7^{92} - 63 \cdot 7^{22} + 17 \cdot 7^{11} + 157$  записали в системе счисления с основанием 7. Сколько различных цифр содержится в этой записи?
- 325) Значение выражения  $11 \cdot 15^{65} + 18 \cdot 15^{38} - 14 \cdot 15^{17} + 19 \cdot 15^{11} + 18338$  записали в системе счисления с основанием 15. Сколько различных цифр содержится в этой записи?
- 326) (**П. Волгин**) Значение выражения  $8^{888} + 16 \cdot 16^{1616} - 2^{444}$  записали в системе счисления с основанием 8. Определите, сколько раз встречается максимальная цифра в этой записи?
- 327) (**П. Волгин**) Значение выражения  $18^{105} + 25 \cdot 16^{100} - 3^{51}$  записали в системе счисления с основанием 16. Определите, сколько раз встречается максимальная цифра в этой записи.
- 328) (**П. Волгин**) Значение выражения  $49^{129} + 7^{131} - 2$  записали в системе счисления с основанием 7. Затем все нули заменили на максимальную цифру в этой записи. Определите, сколько раз встречается максимальная цифра этой в записи после преобразования.
- 329) (**П. Волгин**) Значение выражения  $9^{81} + 27^{729} - 4$  записали в системе счисления с основанием 9. Затем все нули заменили на максимальную цифру в этой записи. Определите, сколько раз встречается максимальная цифра в этой записи после преобразования.
- 330) (**П. Волгин**) Значение выражения  $18^{105} + 25 \cdot 16^{100} - 3^{51} + 15^{90}$  записали в системе счисления с основанием 16. Определите количество комбинаций цифр 66 в этой записи.
- 331) (**П. Волгин**) Значение выражения  $8^{888} + 15 \cdot 15^{1515} - 2^{444}$  записали в системе счисления с основанием 8. Определите количество комбинаций цифр 7# в этой записи, где # – любая цифра от 1 до 6.
- 332) (**П. Волгин**) Значение выражения  $19^{81} + 23^{709} - 4$  записали в системе счисления с основанием 9. Определите количество комбинаций цифр 8# в этой записи, где # – любая цифра от 1 до 7.
- 333) Значение выражения  $81^{79} + 75^{2022} - 12^{35}$  записали в системе счисления с основанием 5. Определите количество комбинаций цифр 4# в этой записи, где # – любая цифра от 1 до 3.
- 334) Значение выражения  $53^{123} + 65^{2222} - 172^{12}$  записали в системе счисления с основанием 7. Определите количество комбинаций цифр 6# в этой записи, где # – любая цифра от 1 до 5.
- 335) (**Е. Джобс**) Положительное значение выражения  $3 \cdot 16^{2018} - 2 \cdot 8^{1028} - 3 \cdot 4^{1100} - 4^X - 2022$  записали в системе счисления с основанием 4. Для полученной четверичной записи вычислили сумму цифр S. Сколько различных значений S возможно при всех допустимых неотрицательных значениях X?
- 336) (**Е. Джобс**) Значение выражения  $3 \cdot 5^{1984} - 7 \cdot 25^{777} - 11 \cdot 125^{666} - 404$  записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр 2 в такой записи?

337) (**Г. Бекетов**) Значение выражения  $4 \cdot 8^{3032} + 3 \cdot 16^{1956} + 870$  записали в системе счисления с основанием 7. Определите разность между суммой цифр "3" и суммой цифр "1" в записи этого числа.

338) (**Г. Бекетов**) Значение выражения  $5^{2026} + 7 \cdot 5^{1013} + 107 - X$  записали в системе счисления с основанием 6. Определите минимальное натуральное значение  $X$ , при котором цифр 5 в такой записи на 28 больше, чем цифр 0.

339) (**Е. Джобс**) Значение выражения  $7 \cdot 5^{1984} - 6 \cdot 25^{777} + 5 \cdot 125^{333} - 4$  записали в системе счисления с основанием 5. Найдите сумму разрядов полученной записи. Ответ представьте в десятичной системе счисления.

340) (**А. Богданов**) Значение выражения

$$\left(7^{(9^2-1)} - (10-3)^4 + 234_7\right) \cdot \frac{5}{6} \cdot 8$$

записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 4 в этой записи?

341) (**ЕГЭ-2022**) Значение выражения  $4 \cdot 625^{1920} + 4 \cdot 125^{1930} - 4 \cdot 25^{1940} - 3 \cdot 5^{1950} - 1960$  записали в системе счисления с основанием 5. Определите количество значащих нулей в этой записи.

342) (**ЕГЭ-2022**) Значение выражения  $13 \cdot 625^{1320} + 12 \cdot 125^{1230} - 14 \cdot 25^{1140} - 13 \cdot 5^{1050} - 2500$  записали в системе счисления с основанием 25. Определите количество значащих нулей в этой записи.

343) (**ЕГЭ-2022**) Значение выражения  $7 \cdot 512^{3200} + 6 \cdot 256^{3100} - 5 \cdot 64^{3000} - 4 \cdot 8^{2900} - 1542$  записали в системе счисления с основанием 64. Определите количество значащих нулей в этой записи.

344) (**ЕГЭ-2022**) Значение выражения  $343^{1515} - 6 \cdot 49^{1520} + 5 \cdot 49^{1510} - 3 \cdot 7^{1530} - 1550$  записали в системе счисления с основанием 7. Определите количество значащих нулей в этой записи.

345) (**Е. Джобс**) Значение выражения  $7 \cdot 729^{543} - 6 \cdot 81^{765} - 5 \cdot 9^{987} - 20$  записали в системе счисления с основанием 9. Определите количество цифр 8 в записи этого числа.

346) (**Демо-2023**) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 15:

$$123x_{15} + 1x233_{15}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 15-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 14. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 14 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

347) (**А. Богданов**) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 17:

$$9759x_{17} + 3x108_{17}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 17-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 11. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 11 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

348) (**А. Богданов**) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 18:

$$9009x_{18} + 2257x_{18}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 18-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 15. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 15 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

349) (**А. Богданов**) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 19.

$$55x36_{19} + x2724_{19}$$



В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 19-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 11. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 11 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 350) (А. Богданов) Операнды арифметического уравнения записаны в разных системах счисления.

$$3364x_{11} + x7946_{12} = 55x87_{14}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором данное уравнение обращается в тождество. В ответе укажите значение правой части уравнения в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 351) (А. Богданов) Операнды арифметического уравнения записаны в разных системах счисления.

$$x1418_{13} + 1x037_{14} = 2x209_{19}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором данное уравнение верно. В ответе укажите значение правой части уравнения в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 352) (А. Богданов) Операнды арифметического уравнения записаны в разных системах счисления.

$$19x61_{12} + 3393x_{17} = 60x05_{15}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором данное уравнение верно. В ответе укажите значение правой части уравнения в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 353) (А. Богданов) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 17.

$$66x63_{17} - 5x810_{17}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 17-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 11. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 11 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 354) (А. Богданов) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 15.

$$82x19_{15} - 6x073_{15}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 15-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 11. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 11 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 355) (А. Богданов) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 13.

$$8x121_{13} - 7x575_{13}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 13-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 19. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 19 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 356) (В. Шубинкин) Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 15 и 17.

$$131x1_{15} + 13x3_{17}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра, допустимая в данных системах счисления. Определите **наибольшее** значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 11. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения

арифметического выражения на 11 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 357) (В. Шубинкин) Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 15 и 17.

$$123x_{15} + 67y_{17}$$

В записи чисел переменными  $x$  и  $y$  обозначены неизвестные цифры из алфавитов 15-ричной и 17-ричной систем счисления соответственно. Определите значения  $x$ ,  $y$ , при которых значение данного арифметического выражения кратно 131. Для найденных значений  $x$ ,  $y$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 131 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Если можно выбрать  $x$ ,  $y$  не единственным образом, возьмите ту пару, в которой значение  $y$  меньше. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 358) (В. Шубинкин) Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 22 и 13.

$$x23x_{22} - 67y_{13}$$

В записи чисел переменными  $x$  и  $y$  обозначены неизвестные значащие цифры из алфавитов 22-ричной и 13-ричной систем счисления соответственно. Определите значения  $x$ ,  $y$ , при которых значение данного арифметического выражения кратно 57. Для найденных значений  $x$ ,  $y$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 57 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Если можно выбрать  $x$ ,  $y$  не единственным образом, возьмите ту пару, в которой сумма значений  $x$  и  $y$  меньше. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 359) (В. Шубинкин) Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 25 и 11.

$$7y23x_{25} + 67x9y_{11}$$

В записи чисел переменными  $x$  и  $y$  обозначены допустимые в данных системах счисления неизвестные цифры. Определите значения  $x$ ,  $y$ , при которых значение данного арифметического выражения кратно 131. Для найденных значений  $x$ ,  $y$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 131 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 360) (В. Шубинкин) Числа  $M$  и  $N$  записаны в системах счисления с основаниями 15 и 13 соответственно.

$$M = 2y23x_{15}, N = 67x9y_{13}$$

В записи чисел переменными  $x$  и  $y$  обозначены допустимые в данных системах счисления неизвестные цифры. Определите наименьшее значение натурального числа  $A$ , при котором существуют такие  $x$ ,  $y$ , что  $M + A$  кратно  $N$ .

- 361) (В. Шубинкин) Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями  $x$  и 100.

$$13152_x + 7x25_{100}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначены основание системы счисления первого операнда и неизвестная цифра из алфавита 100-ричной системы счисления второго операнда. Определите, сколько существует значений  $x$ , при которых значение данного арифметического выражения кратно 11. В ответе укажите это количество в десятичной системе счисления.

- 362) (В. Шубинкин) Два числа записаны в системах счисления с основаниями  $x$  и 80.

$$55113_x, 7xx5_{80}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначены основание системы счисления первого операнда и неизвестная цифра из алфавита 80-ричной системы счисления второго операнда. Определите, сколько существует значений  $x$ , при которых указанные два числа отличаются не более, чем на 1 000 000. В ответе укажите это количество в десятичной системе счисления.

- 363) (И. Степанов) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 44.

$$1x23_{44} + 32x1_{44}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 44-ричной системы счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 42. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 42 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

- 364) **(И. Степанов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 55.

$$ZaYX_{55} - 2XaY_{55}$$

В записи чисел переменной  $a$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 55-ричной системы счисления. Определите наибольшее и наименьшее значение  $a$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 29. Для найденных значений  $a$  найдите модуль разности значений соответствующих выражений.

- 365) **\*(Информатик-БУ)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 130.

$$23x32_{130} + 3x253_{130}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 130-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 23. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 23 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

- 366) **\*(Информатик-БУ)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 158.

$$273x2_{158} + 1x390_{158}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 158-ричной системы счисления. Определите все значения  $x$ , при которых значение данного арифметического выражения кратно 73. Для каждого найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 73 и укажите их сумму в ответе в десятичной системе счисления.

- 367) **\*(А. Богданов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с некоторым частично заданным основанием

$$15_{123x5} + 15_{1x233}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 14. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 14 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 368) **\*(А. Богданов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с некоторым частично заданным основанием

$$19_{12x34} + 21_{1x234}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 11. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 11 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 369) **\*(А. Богданов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с некоторым частично заданным основанием

$$13_{1x234} + 13_{x1234}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 13. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 13 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- некоторым частично заданным основанием

$$15_{1234x} + 15_{12x34}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 14. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 14 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- некоторым частично заданным основанием

$$11_{123 \times 4} + 11_{1234 \times}$$

В записи чисел переменных  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 10. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 10 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- некоторым частично заданным основанием

$$19_{12 \times 34} + 23_{1234 \times}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 10. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 10 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- некоторым частично заданным основанием

$$113_{123 \times 4} + 122_{124 \times 3}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 10. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 10 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- некоторым частично заданным основанием

$$112_{1 \times 234} + 111_{1 \times 243}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 15. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 15 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- некоторым частично заданным основанием

$$101_{123 \times 4} + 123_{1 \times 243}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 25. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 25 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- некоторым частично заданным основанием

$$101_{12 \times 34} + 111_{124 \times 3}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 30. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 30 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 377) **\*(А. Богданов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с некоторым частично заданным основанием

$$103_{123x4} + 102_{12x43}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 50. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 50 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 378) **\*(А. Богданов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с некоторым частично заданным основанием

$$123_{123x4} + 111_{124x3}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 100. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 100 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 379) **\*(А. Богданов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с некоторым частично заданным основанием

$$14_{1x324} + 13x42_{24}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 10. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 10 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 380) **\*(А. Богданов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с некоторым частично заданным основанием

$$134x2_{19} + 26_{13x24}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 15. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 15 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 381) **\*(А. Богданов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с некоторым частично заданным основанием

$$1x342_{28} - 27_{1x324}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 25. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления абсолютного значения арифметического выражения на 25 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 382) **\*(А. Богданов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с некоторым частично заданным основанием

$$13_{132x4} - 134x2_{13}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 30. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления абсолютного значения арифметического выражения на

30 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 383) **\*(А. Богданов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с некоторым частично заданным основанием

$$23_{1x324} - 134x2_{22}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором абсолютное значение данного арифметического выражения при делении на 50 даёт остаток 31. Для найденного значения  $x$  вычислите целое частное от деления абсолютного значения арифметического выражения на 50 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 384) **\*(А. Богданов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с некоторым частично заданным основанием

$$13_{132x4} - 13x42_{22}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором абсолютное значение данного арифметического выражения при делении на 100 даёт остаток 53. Для найденного значения  $x$  вычислите целое частное от деления абсолютного значения арифметического выражения на 100 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 385) **(П. Волгин)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 16:

$$10xA_{16} + FFx78_{16}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 16-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 19. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 19 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 386) **(П. Волгин)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 17:

$$10x0_{17} + F0xFF_{17}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 17-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 13. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 13 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

- 387) **(М. Ишимов)** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 16:

$$8569x_{16} + 12x48_{16}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 16-ричной системы счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором у значения данного арифметического выражения, записанного в 8-ричной системе счисления, встречается не более двух чётных цифр. Для найденного значения  $x$  запишите значение выражения в восьмеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

- 388) **\*(Е. Джобс)** Известно, что значение выражения  $36x53_8 - 4y3_8$  является положительным и минимальным. Известно, что  $x$  и  $y$  – допустимые комбинации из одной или нескольких цифр восьмеричной системы счисления. Определите значение выражения. В качестве ответа запишите полученное число в десятичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

- 389) **\*(А. Богданов)** Дано арифметическое выражение:

$$3x15x_{15} + 123_{3x51} + x^x + 1x3_{1x3} + 1x2_{x+1}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 13. Для найденного



значения  $x$  вычислите значение арифметического выражения и укажите его в ответе в системе счисления с основанием 13. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

390) (И. Карпачев) Дано арифметическое выражение:

$$57Ax_{16} \cdot 54x_8$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. При каком наибольшем значении переменной  $x$ , сумма цифр значения этого выражения, записанного в 12-ричной системе счисления, равна 40? В ответе для найденного значения  $x$  укажите значение выражения в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

391) (И. Карпачев) Дано арифметическое выражение:

$$MFx72_{37} + Tx7Y2_{37}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 37-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 536. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 536 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

392) (И. Карпачев) Дано арифметическое выражение:

$$3B8x1_{17} + 2x9x3_{17}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 17-ричной системы счисления. Найдите наименьшее значение переменной  $x$ , при котором запись значения этого выражения в 6-ричной системе счисления содержит ровно три цифры «5». В ответе для найденного значения  $x$  укажите значение выражения в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

393) (И. Карпачев) Дано арифметическое выражение:

$$4xB5_{26} \cdot 2x3_{x+1}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная десятичная цифра. При каком значении переменной  $x$ , данное выражение, записанное в 5-ричной системе счисления, имеет сумму цифр равную 19? Если таких значений  $x$  несколько, найдите то, при котором 5-ричная запись выражения имеет наибольшее количество цифр 4. В ответе для найденного значения  $x$  укажите значение выражения в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

394) (А. Богданов) Дано арифметическое выражение:

$$12x45_{36} + 1x_{12345}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из допустимого алфавита для указанных систем счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 13. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 13 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

395) В системе счисления с основанием  $p$  выполняется равенство

$$89x0 + x6x4 = 1y14$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Определите значение числа  $uxux_p$  и запишите это значение в десятичной системе счисления.

396) В системе счисления с основанием  $p$  выполняется равенство

$$49x9 + x6x0 = y0y9$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Определите значение числа  $уухх_p$  и запишите это значение в десятичной системе счисления.

397) В системе счисления с основанием  $p$  выполняется равенство

$$397x + x9x4 = y19y$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Определите значение числа  $ххуу_p$  и запишите это значение в десятичной системе счисления.

398) В системе счисления с основанием  $p$  выполняется равенство

$$5x83 + x9x9 = y20y$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ .  
Определите значение числа  $xuy_x$  и запишите это значение в десятичной системе счисления.

- 399) В системе счисления с основанием  $p$  выполняется равенство

$$87x_6 + x5x_8 = y7y_9$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ .  
Определите значение числа  $uxx_y$  и запишите это значение в десятичной системе счисления.

- 400) В системе счисления с основанием  $p$  выполняется равенство

$$5x_{16} + xxx_5 = 115_{yy}$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ .  
Определите значение числа  $uxy_p$  и запишите это значение в десятичной системе счисления.

- 401) В системе счисления с основанием  $p$  выполняется равенство

$$4x_{46} + xx_{17} = y386_y$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ .  
Определите значение числа  $xux_y$  и запишите это значение в десятичной системе счисления.

- 402) В системе счисления с основанием  $p$  выполняется равенство

$$1x_{77} + xx_{77} = y0_{yy}$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ .  
Определите значение числа  $uxux_p$  и запишите это значение в десятичной системе счисления.

- 403) В системе счисления с основанием  $p$  выполняется равенство

$$34x_5 + x9x_3 = yy_{68}$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ .  
Определите значение числа  $uxx_y$  и запишите это значение в десятичной системе счисления.

- 404) Дано арифметическое выражение:

$$12x45_{98} + 1x98_{123}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из допустимого алфавита для указанных систем счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 123. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 123 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

- 405) Дано арифметическое выражение:

$$x751_{109} + 237x_{215}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из допустимого алфавита для указанных систем счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 567. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 567 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

- 406) Дано арифметическое выражение:

$$x321_{111} + 17x4_{211}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из допустимого алфавита для указанных систем счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 111. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 111 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

- 407) (О. Миндзаев) Дано арифметическое выражение:

$$1xux5_{95} + 6yx17_{95}$$

В записи чисел переменными  $x$  и  $y$  обозначены неизвестные цифры из алфавита 95-ричной системы счисления. Определите значения  $x$ ,  $y$ , при которых значение данного арифметического выражения кратно 4221. Для найденных значений  $x$ ,  $y$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 4221 и укажите его в ответе в шестнадцатеричной системе счисления. Если можно выбрать  $x$ ,  $y$  не единственным образом, возьмите ту пару, в которой значение  $x$  меньше. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.



408) (Р. Сорокин) Дано арифметическое выражение:

$$179x9_{32} + 7x93_{128}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена одинаковая неизвестная допустимая цифра из алфавита вышеназванных систем счисления. Найдите такое число  $x$ , такое, что четверичная запись значения данного арифметического выражения содержит наибольшее количество нулей. В качестве ответа запишите сумму цифр числа с наибольшим количеством нулей.

409) (Д. Статный) Дано арифметическое выражение:

$$3x21_{81} + 17x4_{67}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена одинаковая неизвестная допустимая цифра из алфавита указанных систем счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 35. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 35 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

410) (А. Богданов) Требуется подобрать основания систем счисления  $p$  и  $q$  ( $\max(q, p) < 100$ ), так чтобы выполнялось равенство

$$ABC_p = BCD_q$$

где цифры  $A, B, C, D$  имеют те же значения, что и в шестнадцатеричной системе счисления. Если есть несколько вариантов решения задачи, выберите тот, где значение  $p$  наибольшее. В ответе укажите десятичное представление любого из чисел для найденных  $p$  и  $q$ .

411) \*Требуется подобрать основания систем счисления  $p$  и  $q$  ( $\max(q, p) < 100$ ), так чтобы выполнялось равенство

$$abc1_p = bc1d_q$$

где  $a, b, c, d$  – различные цифры десятичной системы счисления. Если есть несколько вариантов решения задачи, выберите тот, где значение  $p$  наибольшее. В ответе укажите десятичное представление любого из чисел для найденных  $p$  и  $q$ .

412) (PRO100 ЕГЭ) Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 68:

$$123x5_{68} + 1x233_{68}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 68-ричной системы счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 12. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 12 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

413) В системе счисления с некоторым основанием  $p$  выполняется равенство

$$y3y + y65 = x2z0$$

Буквами  $x, y$  и  $z$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Запишите в ответе значение числа  $xyz_p$  в десятичной системе счисления.

414) В системе счисления с некоторым основанием  $p$  выполняется равенство

$$y2y + y87 = 1xzz$$

Буквами  $x, y$  и  $z$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Запишите в ответе значение числа  $xyz_p$  в десятичной системе счисления.

415) В системе счисления с некоторым основанием  $p$  выполняется равенство

$$y2y + y57 = xzz3$$

Буквами  $x, y$  и  $z$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Запишите в ответе значение числа  $xyz_p$  в десятичной системе счисления.

416) (А. Богданов) Выражение  $ALEx_p + DANOV_q$  содержит числа, записанные в системах счисления с основаниями  $p$  и  $q$  ( $\max(p, q) < 37$ ). Буквой  $x$  обозначена некоторая цифра из алфавита системы счисления с основанием  $p$ , а заглавные буквы  $A..Z$  – это цифры со значениями от 10 до 35 соответственно. Определите значения  $x, p$  и  $q$ , при которых значение этого выражения делится на 2023. Запишите в ответе частное от деления значения этого выражения на 2023 в десятичной системе счисления.

- 417) В системе счисления с некоторым основанием  $p$  выполняется равенство

$$23 \cdot 45 = xy3$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Запишите в ответе значение числа  $xy_p$  в десятичной системе счисления. Если существует несколько вариантов решения, запишите ответ для наименьшего возможного основания  $p$ .

- 418) В системе счисления с некоторым основанием  $p$  выполняется равенство

$$34 \cdot 56 = xy2$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Запишите в ответе значение числа  $xy_p$  в десятичной системе счисления. Если существует несколько вариантов решения, запишите ответ для наименьшего возможного основания  $p$ .

- 419) В системе счисления с некоторым основанием  $p$  выполняется равенство

$$45 \cdot 67 = xy2$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Запишите в ответе значение числа  $xy_p$  в десятичной системе счисления. Если существует несколько вариантов решения, запишите ответ для наименьшего возможного основания  $p$ .

- 420) В системе счисления с некоторым основанием  $p$  выполняется равенство

$$75 \cdot 87 = 1xy2$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Запишите в ответе значение числа  $xy_p$  в десятичной системе счисления. Если существует несколько вариантов решения, запишите ответ для наименьшего возможного основания  $p$ .

- 421) В системе счисления с некоторым основанием  $p$  выполняется равенство

$$71 \cdot 57 = xy7$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Запишите в ответе значение числа  $xy_p$  в десятичной системе счисления. Если существует несколько вариантов решения, запишите ответ для наименьшего возможного основания  $p$ .

- 422) \*В системе счисления с некоторым основанием  $p$  выполняется равенство

$$93 \cdot 85 = 1x0y$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Запишите в ответе значение числа  $xy_p$  в десятичной системе счисления. Если существует несколько вариантов решения, запишите ответ для наименьшего возможного основания  $p$ .

- 423) \*В системе счисления с некоторым основанием  $p$  выполняется равенство

$$71 \cdot 69 = xy9$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Запишите в ответе значение числа  $xy_p$  в десятичной системе счисления. Если существует несколько вариантов решения, запишите ответ для наименьшего возможного основания  $p$ .

- 424) \*В системе счисления с некоторым основанием  $p$  выполняется равенство

$$161 \cdot 56 = 5xy6$$

Буквами  $x$  и  $y$  обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием  $p$ . Запишите в ответе значение числа  $xy_p$  в десятичной системе счисления. Если существует несколько вариантов решения, запишите ответ для наименьшего возможного основания  $p$ .

- 425) (А. Богданов) Найдите минимальное число, для представлений которого в системах счисления с основаниями  $p$  и  $q$  выполняется равенство  $234_p = 345_q$ . В ответе запишите найденное число в десятичной системе счисления.

- 426) (Ф. Луцекин) Известно, что в системах счисления с некоторыми основаниями  $p$  и  $q$  выполняется равенство  $441_p = 144_q$ . Известно, что  $p$  и  $q$  – четырёхзначные числа, которые являются зеркальными отражениями друг друга (как, например, 1234 и 4321). Найдите минимальное подходящее значение  $p$ .

- 427) (Ф. Луцекин) Известно, что в системах счисления с некоторыми основаниями  $p$  и  $q$  выполняется равенство  $441_p = 144_q$ . Известно, что  $p$  и  $q$  являются зеркальными отражениями друг друга (как, например, 1234 и 4321). Найдите минимальное подходящее значение  $p$ .

428) (Ф. Луцекин) Известно, что в системах счисления с некоторыми основаниями  $p$  и  $q$  выполняется равенство  $961_p = 169_q$ . Известно, что  $p$  и  $q$  – четырёхзначные числа, которые являются зеркальными отражениями друг друга (как, например, 1234 и 4321). Найдите минимальное подходящее значение  $p$ .

429) (Ф. Луцекин) Известно, что в системах счисления с некоторыми основаниями  $p$  и  $q$  выполняется равенство  $961_p = 169_q$ . Известно, что  $p$  и  $q$  – трёхзначные числа, которые являются зеркальными отражениями друг друга (как, например, 123 и 321). Найдите минимальное подходящее значение  $p$ .

430) (Ф. Луцекин) Известно, что в системах счисления с некоторыми основаниями  $p$  и  $q$  выполняется равенство  $961_p = 169_q$ . Известно, что  $p$  и  $q$  являются зеркальными отражениями друг друга (как, например, 1234 и 4321). Найдите минимальное подходящее значение  $p$ .

431) (А. Богданов) Найдите минимальное число, для которого будет верно равенство его представлений в системах счисления с основаниями  $p$  и  $q$ :

$$24351_p = 14325_q$$

В ответе запишите найденное число в десятичной системе счисления.

432) (Е. Джобс) Значение выражения  $7^{500} - 53_N$  кратно 6. При каком минимальном значении  $N$  это возможно?

433) (Е. Джобс) Значение выражения

$$7 \cdot 5^{123} + 6 \cdot 5^{111} - 5 \cdot 25^{50} + 4 \cdot 125^{30} - 3 \cdot 5^{10}$$

записали в пятеричной системе счисления. Определите количество цифр 4 в этой записи.

434) (Е. Джобс) Известно, что значение выражения

$$27Ax23_{16} + 8yE5D2_{16}$$

где  $x$  и  $y$  – цифры шестнадцатеричной системы счисления, кратно 5. Укажите максимальное значение суммы  $x$  и  $y$ , когда это возможно. В качестве ответа приведите десятичную запись полученной суммы  $x$  и  $y$ .