13 (повышенный уровень, время – 3 мин)

Тема: Графы. Поиск количества путей

Что проверяется:

Умение представлять и считывать данные в разных типах информационных моделей (схемы, карты, таблицы, графики и формулы).

1.3.1. Описание (информационная модель) реального объекта и процесса, соответствие описания объекту и целям описания. Схемы, таблицы, графики, формулы как описания.

1.2.1. Умение использовать готовые модели, оценивать их соответствие реальному объекту и целям моделирования.

Что нужно знать:

• если в город R можно приехать только из городов X, Y, и Z, то число различных путей из города A в город R равно сумме числа различных путей проезда из A в X, из A в Y и из A в Z, то есть

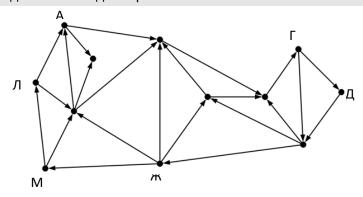
$$N_R = N_X + N_Y + N_Z,$$

где $\,N_{\scriptscriptstyle O}\,$ обозначает число путей из вершины A в некоторую вершину Q

• число путей конечно, если в графе нет циклов – замкнутых путей

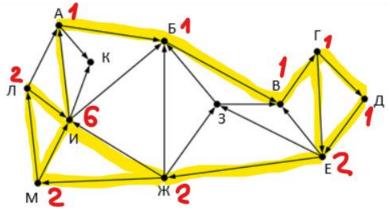
Пример задания:

Р-07 (А. Калинин) На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, 3, И, К, Л, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Определите количество различных путей ненулевой длины, которые начинаются и заканчиваются в городе И, не содержат этот город в качестве промежуточного пункта и проходят через промежуточные города не более одного раза.



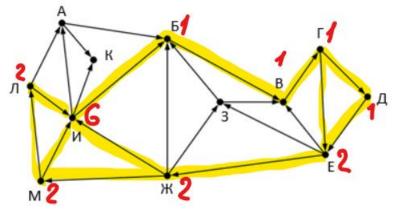
Решение (А. Калинин):

- 1) из точки И выходят дороги ИА, ИБ, ИК; рассмотрим каждый из этих случаев отдельно
- 2) старт через ИА (рассматриваются только дороги, ведущие в точку И):



получаем 6 различных путей

3) старт через ИБ (рассматриваются только дороги, ведущие в точку И):



получаем ещё 6 различных путей

- 4) старт через ИК: эта дорога заводит в тупик: из точки К невозможно пройти ни в один из пунктов
- 5) складывая количество путей во всех случаях, получаем общее количество различных путей, начинающихся и заканчивающихся в точке И: 6 + 6 = 12.
- 6) Ответ: <mark>12</mark>.

Решение (программа на Python):

1) сначала задаём граф в виде списка смежности, данные записываем в словарь, где у каждого элемента ключ — это обозначение вершины, а значение — это список вершин, куда можно прийти за один шаг из данной вершины:

```
G = {
  'A': "EK",
  'E': "B",
  'B': "I",
  'I': "AE",
  'I': "E",
  'E': "BX3",
  'X': "E3UM",
  'A': "EB",
  'V': "AEK",
  'K': "",
  'I': "AU",
  'M': "JU",
  }
```

2) теперь пишем рекурсивную процедуру, которая перебирает все возможные пути; она будет увеличивать глобальный счётчик **count**, когда найдёт очередной путь:

```
count = 0
def findPath( path, target ):
   global count
   lastTown = path[-1]
```

параметр **path** – это уже построенная часть пути (символьная строка), а параметр **target** – это конечный пункт; в конце фрагмента мы записываем метку последней вершины в переменную **lastTown** (потом она будет дважды использоваться)

3) затем проверяем, не пришли ли мы к конечному пункту; если пришли, то увеличиваем счётчик путей и выводим построенный путь на экран:

```
if lastTown == target and len(path) > 1:
   count += 1
   print( path )
   return
```

второе условие (len (path) > 1) нужно для того, чтобы процесс поиска сразу не остановился, когда начальный пункт совпадает с конечным (как в нашей задаче)

4) теперь нужно проверить дальнейшие пути через все города, в которые можно проехать из lastTown, эту информацию берём из словаря **G**, который описывает граф:

```
for town in G[lastTown]:
   if not town in path or town == target:
     findPath( path+town, target )
```

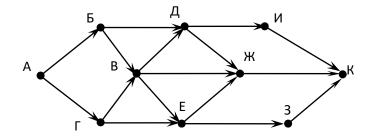
условие в операторе **if** означает, что мы проверяем возможный путь только тогда, когда новой вершины **town** еще нет в пройденном маршруте или она совпадает с конечной точкой.

5) приведём полную программу:

```
G = {
      'А': "БК", 'Б': "В", 'В': "Г", 'Г': "ДЕ",
      'Д': "Е", 'Е': "ВЖЗ", 'Ж': "БЗИМ", 'З': "БВ",
      'И': "АБК", 'К': "", 'Л': "АИ", 'М': "ЛИ",
      count = 0
      def findPath( path, target ):
         global count
         lastTown = path[-1]
         if lastTown == target and len(path) > 1:
            count += 1
            print( path )
            return
         for town in G[lastTown]:
            if not town in path or town == target:
              findPath( path+town, target )
      findPath('M', 'M')
      print( count )
6) Ответ: <mark>12</mark>.
```

Ещё пример задания:

Р-06 (Д. Муфаззалов). На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных маршрутов из города А в город К, содержащих ровно пять городов, включая города А и К?



Решение (метод динамического программирования):

- 1) в целом задача решается так же, как и стандартная (на количество маршрутов любой длины), но приходится для каждого пункта определять число маршрутов всех возможных длин в этот город из исходного пункта
- 2) для некоторого города X будем обозначать количество маршрутов в виде

$$X:L_1^{k_1}\cdot L_2^{k_2}\cdot\ldots\cdot L_q^{k_q}$$
 ,

где L_i – возможная длина маршрута в этот город из начального пункта, а k_i – количество маршрутов длиной L_i ; например, запись X: $5^3 \cdot 6^2$ означает, что из начального пункта в пункт X есть 3 маршрута длиной 5 и 2 маршрута длиной 6

- 3) очевидно, что есть только один маршрут из A в A, и он имеет длину 1, то есть A: 1^1
- 4) при переходе к следующему пункту длина маршрута увеличивается на 1; количество сохраняется; например, в пункты Б и Г можно попасть только из А, поэтому

$$Ε: 2^1, Γ: 2^1.$$

5) в пункт В можно попасть из Б и Г, поэтому «перемножаем» количество маршрутов для Б и Г, увеличивая длины на 1:

$$B = E \cdot \Gamma$$
: $(2+1)^1 \cdot (2+1)^1 = 3^2$.

Это значит, что в пункт В ведёт 2 маршрута длиной 3.

6) пункт Д доступен из Б и В, поэтому

$$\mathcal{A} = B \cdot B : (2+1)^1 \cdot (3+1)^2 = 3^1 \cdot 4^2.$$

- 7) аналогично $E = \Gamma \cdot B$: $(2+1)^1 \cdot (3+1)^2 = 3^1 \cdot 4^2$.
- 8) далее определяем количество маршрутов для И (доступен только из Д) и 3 (доступен только из E)

M:
$$(3+1)^1 \cdot (4+1)^2 = 4^1 \cdot 5^2$$
, 3: $(3+1)^1 \cdot (4+1)^2 = 4^1 \cdot 5^2$.

9) вершина *Ж* доступна из *Д*, *В*, *E*:

$$\mathcal{K} = \mathcal{I} \cdot \mathbf{B} \cdot E : (3+1)^{1} \cdot (4+1)^{2} \cdot (3+1)^{2} \cdot (3+1)^{1} \cdot (4+1)^{2} =$$

$$= 4^{1} \cdot 5^{2} \cdot 4^{2} \cdot 4^{1} \cdot 5^{2} = 4^{4} \cdot 5^{4}$$

10) наконец, конечная вершина К доступна из Ж, З, И:

$$K = \mathcal{K} \cdot 3 \cdot \mathcal{U} : (4+1)^4 \cdot (5+1)^4 \cdot (4+1)^1 \cdot (5+1)^2 \cdot (4+1)^1 \cdot (5+1)^2$$

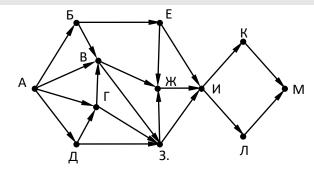
= 5⁴ \cdot 6⁴ \cdot 5¹ \cdot 6² \cdot 5¹ \cdot 6² = 5⁶ \cdot 6⁸.

Таким образом, из пункта A в пункт K есть <mark>6 маршрутов, проходящих через 5 городов</mark>, и 8 маршрутов, проходящих через 6 городов.

11) Ответ: <mark>6</mark>.

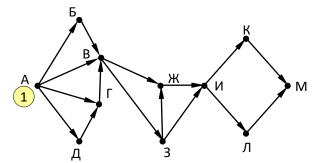
Ещё пример задания:

P-05. (демо-2021) На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город М, проходящих через город В?

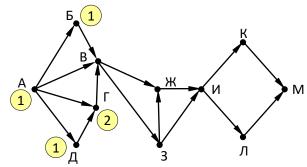


Решение:

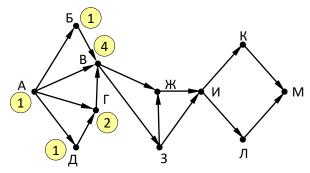
- 1) нас интересуют пути, проходящие через город В, поэтому на первом этапе отсекаем все ребра, которые позволяют на пути от А к М обойти город В; это рёбра БЕ, ГЗ и ДЗ;
- 2) получается, что вершину Е тоже можно убрать, потому что в неё не ведёт ни одна стрелка;
- 3) начальную вершину помечаем единицей (1 путь из А в А, никуда не ехать):



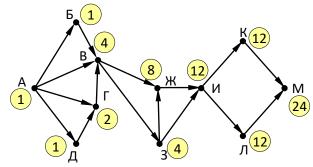
4) в вершины Б и Д можно ехать только из А, поэтому помечаем их тоже единицами; в вершину Γ можно приехать из А (метка 1) и из Д, поэтому метка вершины Γ – 2:



5) в вершину В можно приехать из Б (метка 1), А (метка 1) и Г (метка 2), так что метка вершины В равна 1 + 1 + 2 = 4:



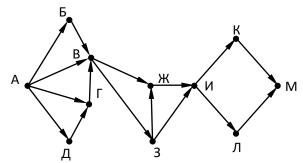
6) в вершину 3 можно ехать только из В, поэтому её метка тоже равна 4; для вершины Ж складываем метки В и 3 (4 + 4 = 8), а для И — складываем метки Ж и 3 (8 + 4 = 12)



- 7) для вершин К и М получаем по 12 путей, а для М 24
- 8) Ответ: <mark>24</mark>.

Решение (И.В. Степанов):

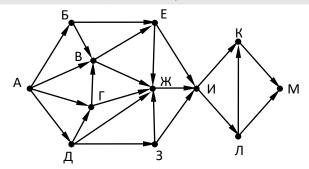
- 1) нас интересуют пути, проходящие через город В, поэтому на первом этапе отсекаем все ребра, которые позволяют на пути от А к М обойти город В; это рёбра БЕ, ГЗ и ДЗ;
- 2) получается, что вершину Е тоже можно убрать, потому что в неё не ведёт ни одна стрелка;



- 3) Рассмотрим все пути из A в B, просматривая вершины сверху вниз. Их всего <mark>4</mark>: АБВ, АВ, АГВ и АДГВ.
- 4) Теперь рассмотрим все пути из В в И (узловая точка через которую проходят все дороги в направлении М). Из В в И ведут 3 дороги: ВЖИ, ВЗЖИ, ВЗИ.
- 5) Теперь остается определить дороги из и в М. Их <mark>2</mark>: ИКМ и ИЛМ.
- 6) Остается определить общее количество возможных путей. По правилу произведения комбинаторики N= 4*3*2=24.
- 7) Ответ: <mark>24</mark>.

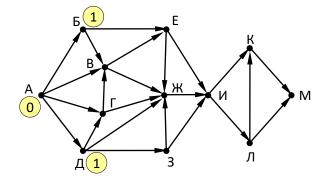
Ещё пример задания:

Р-04. (Досрочный ЕГЭ-2020) На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Какова длина самого длинного пути из города А в город М? Длиной пути считать количество дорог, составляющих этот путь.

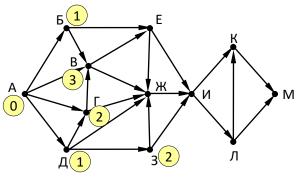


Решение:

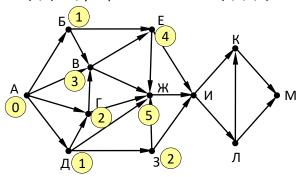
- 1) воспользуемся методом динамического программирования; индексом вершины назовем наибольшую длину пути из вершины А в эту вершину
- 2) поступим почти так же, как и в рассмотренных ранее (ниже) задачах на вычисление количества маршрутов, но при определении индекса очередной вершины X вместо суммы индексов предыдущих вершин (как это было в задачах на количество путей) будем брать наибольшее шее из значений индексов предыдущих вершин + 1
- 3) у вершины A индекс 0, у тех вершин (Б и Д), в которые можно приехать только из A, индекс 0 + 1 = 1:



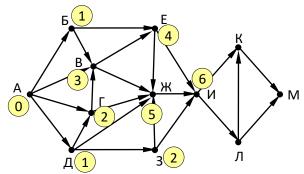
4) далее, у вершины 3 — индекс 1 + 1 = 2, у вершины Γ : $1 + \max(0, 1) = 2$, а у вершины B: $1 + \max(0, 1, 2) = 3$



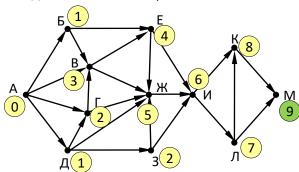
5) у вершины E индекс 1+max(1,3) = 4, у вершины $\mathbb{X} - 1$ +max(1,2,3,4) = 5



6) индекс вершины И: 1+max(2, 4, 5) = 6



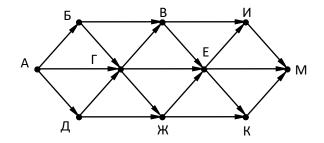
7) остается также поставить индексы остальных вершин



8) Ответ: <mark>9</mark>.

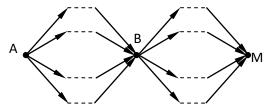
Ещё пример задания:

P-03. На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей, ведущих из города А в город М и проходящих через город В?

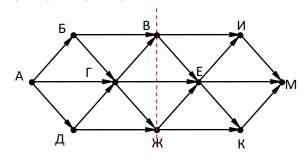


Решение:

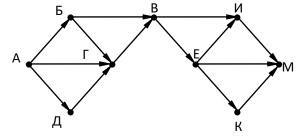
1) для того, чтобы оставить только маршруты, проходящие через вершину В, нужно представить граф в таком виде, «собрав его в пучок» около вершины В:



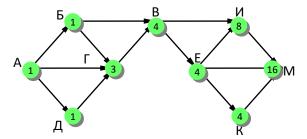
2) проведём сечение графа через вершину В:



- 3) обратим внимание на такой факт: если мы перешли через линию сечения из левой части в правую по ребру ГЕ или через вершину Ж, мы уже никак не попадём в вершину В (нет рёбер с «обратным направлением», поэтому эти маршруты запрещены; для более сложных случаев, когда такие рёбра с «обратным направлением» есть, нужно перерисовать граф (или провести сечение иначе) так, чтобы все вершины, ИЗ которых можно попасть в В, оказались слева от линии сечения
- 4) в данном случае выбрасывается вершина Ж, все связанные с ней рёбра, и ребро ГЕ:



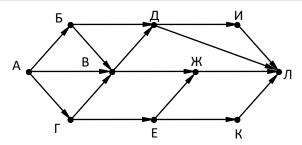
- 5) дальше используем стандартный метод (см. разбор следующей задачи)
- 6) покажем только окончательный результат:



7) Ответ: <mark>16</mark>.

Ещё пример задания:

P-02. На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л?



Решение:

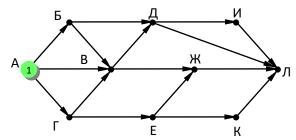
- 1) будем обозначать через N_X количество различных путей из города A в город X
- 2) для города A есть только один маршрут никуда не двигаться, поэтому $N_A = 1$
- 3) для любого города X количество маршрутов N_X можно вычислить как

$$N_x = N_v + ... + N_z$$

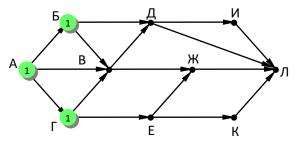
где сумма взята по всем вершинам, из которых есть прямой путь в вершину Х; например,

$$N_{\text{JI}} = N_{\text{M}} + N_{\text{K}} + N_{\text{K}}$$

- 4) около каждого города будем записывать количество маршрутов из А в этот город
- 5) начнем считать количество путей с начала маршрута с города А:



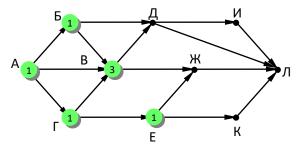
6) теперь находим те вершины, в которые можно попасть напрямую из уже рассмотренных вершин (пока – только из A), это Б и Г, для них тоже количество путей равно 1:



7) теперь можно определить количество путей для B и E; в B можно приехать только из A, Б и Г, а в E — только из Г:

$$N_B = N_A + N_E + N_\Gamma = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$N_E = N_\Gamma = 1$$

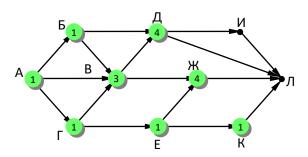


8) теперь можно определить количество путей для Д, Ж и К; в Д можно приехать только из Б и В, в Ж — из В и Е, а в Е — только из Γ :

$$N_{A} = N_{B} + N_{B} = 1 + 3 = 4$$

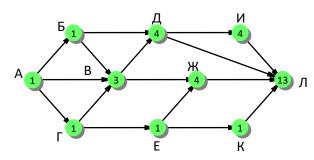
 $N_{H} = N_{B} + N_{E} = 3 + 1 = 4$

$$N_K = N_E = 1$$



9) теперь можно определить количество путей для И, куда можно приехать только из Д ($N_{\text{и}} = N_{\text{д}}$) и, наконец, для Л:

$$N_{II} = N_{II} + N_{II} + N_{IK} + N_{IK} = 13$$



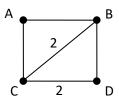
10) Ответ: <mark>13</mark>.

Ещё пример задания:

P-01. Города A, B, C и D связаны дорогами. Известно, что существуют дороги между городами A и C, C и B (две дороги), A и B, C и D (две дороги), B и D. Сколькими различными способами можно проехать из города A в город D, не заезжая дважды в один город?

Решение:

1) нарисуем граф, в котором множественные дороги из одного города в другой будем обозначать одной дугой и подписывать около неё количество дорог:



2) выпишем все маршруты, по которым можно ехать из А в D так, чтобы дважды не проезжать один и тот же город:

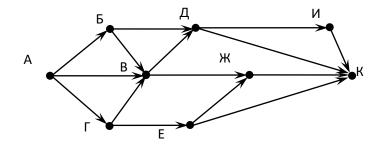
- 3) теперь рассмотрим маршрут $A \to B \to D$; на всех участках только одна дорога, поэтому есть только один такой маршрут
- 4) для маршрута $A \to C \to D$: на первом участке только одна дорога, на втором две, общее число маршрутов равно произведению этих чисел: 1*2 = 2
- 5) аналогично находит количество различных путей по другим маршрутам

$$A \to B \to C \to D$$
: $1*2*2 = 4$
 $A \to C \to B \to D$: $1*2*1 = 2$

- 6) всего получается 1 + 2 + 4 + 2 = 9.
- 7) Ответ: <mark>9</mark>.

Еще пример задания:

P-00. На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



Решение (1 вариант, подстановки):

- 1) начнем считать количество путей с конца маршрута с города К
- 2) будем обозначать через N_X количество различных путей из города A в город X
- 3) общее число путей обозначим через N
- 4) по схеме видно, что $N_5 = N_\Gamma = 1$
- 5) очевидно, что если в город X можно приехать только из Y, Z, то $N_X = N_Y + N_Z$, то есть нужно сложить число путей, ведущих из A во все города, откуда можно приехать в город X
- 6) поскольку в К можно приехать из Е, Д, Ж или И, поэтому

$$N = N_K = N_{\perp} + N_E + N_{\times} + N_{\vee}$$

- 7) в город И можно приехать только из Д, поэтому $N_{\text{и}} = N_{\text{Д}}$
- 8) в город Ж можно приехать только из Е и В, поэтому

$$N_{H} = N_{E} + N_{B}$$

9) подставляем результаты пп. 6 и 7 в формулу п. 5:

$$N = N_B + 2N_E + 2N_A$$

10) в город Д можно приехать только из Б и В, поэтому

$$N_{\text{Д}} = N_{\text{B}} + N_{\text{B}}$$

так что

$$N = 2N_{\rm B} + 3N_{\rm B} + 2N_{\rm E}$$

11) в город E можно приехать только из Г, поэтому $N_E = N_\Gamma$ так что

$$N = 2N_{\rm B} + 3N_{\rm B} + 2N_{\rm F}$$

- 12) по схеме видно, что $N_{\scriptscriptstyle B}$ = $N_{\scriptscriptstyle \Gamma}$ = 1, кроме того, $N_{\scriptscriptstyle B}$ = 1 + $N_{\scriptscriptstyle B}$ + $N_{\scriptscriptstyle \Gamma}$ = 3
- 13) окончательно N = $2N_5 + 3N_8 + 2N_7 = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 13$
- 14) Ответ: <mark>13</mark>.

Решение (2 вариант, удобная форма записи):

- начнем считать количество путей с конца маршрута с города
 К
- 2) записываем для каждой вершины, из каких вершин можно в нее попасть

$$K \leftarrow ИДЖЕ$$

$$И \leftarrow Д$$

$$\mathbb{H} \leftarrow \mathsf{BE}$$

$$\mathsf{E} \leftarrow \mathsf{\Gamma}$$

$$\Gamma \leftarrow A$$

| откуда? |
|---------|
| идже |
| Д |
| BE |
| Г |
| БВ |
| A |
| АБГ |
| A |
| |

$$\mathsf{F} \leftarrow \mathsf{A}$$

3) теперь для удобства «обратного хода» вершины можно отсортировать так¹, чтобы сначала шли все вершины, в которые можно доехать только из начальной точки А:

Б
$$\leftarrow$$
А

$$\Gamma \leftarrow A$$

затем на каждом шаге добавляем те вершины, в которые можно доехать из уже добавленных в список (и из исходной точки):

вершина

Б

Г

В

E

Д

Ж

И

К

$$B \leftarrow A B \Gamma$$

$$E \leftarrow \Gamma$$

далее добавляем все вершины, куда можно доехать из А, Б, Г, В и Е:

$$\mathbb{H} \leftarrow \mathsf{BE}$$

на следующем шаге добавляем вершину И

$$M \leftarrow I$$

и, наконец, конечную. вершину

$$K \leftarrow ИДЖЕ$$

именно в таком порядке мы и будем вычислять количество путей для каждой вершины

4) теперь идем по полученному списку вершин, полагая,

что количество вариантов попасть в вершину равно суммарному количеству вариантов попасть в ее непосредственных предшественников.

$$N_{\rm F}=1$$
, $N_{\rm \Gamma}=1$

$$N_B = 1+1+1 = 3$$
, $N_E = 1$

$$N_{\pi} = 1+3 = 4$$
, $N_{\pi} = 3 + 1 = 4$

$$N_{\mu} = 4$$
,

$$N = N_K = 4 + 4 + 4 + 1 = 13$$

- 5) заметим, что вершины можно и не сортировать специально, а просто выбирать возможный порядок вычисления: проверять, какие значения известны и какие можно рассчитать с их помощью на следующем шаге
- 6) Ответ: **13**.

Возможные ловушки и проблемы:

- очень важна аккуратность и последовательность; сначала идем от конечной точки к начальной, выписывая все вершины, из которых можно приехать в данную; затем идем обратно, определяя числовые значения
- построение полного дерева маршрутов занятие трудоемкое и достаточно бесперспективное, даже грамотные учителя информатики здесь в большинстве случаев что-то забывают и ошибаются

Решение (3 вариант, перебор вершин по алфавиту):

1) Запишем вершины в алфавитном порядке и для каждой из них определим, из каких вершин можно в нее попасть

 $\Gamma \leftarrow A$

Д ← БВ

E ← Γ

| вершина | откуда? |
|---------|---------|
| д | A |
| В | ABL |
| Г | A |
| Д | БВ |
| E | Г |
| Ж | BE |
| N | Д |
| K | идже |
| | |

N

1

1

3

1

4

4

13

откуда?

Α

Α

АБГ

г

БВ

BE

Д

ИДЖЕ

¹ Такая процедура называется *топологической сортировкой графа*.

 $\mathbb{H} \leftarrow \mathsf{BE}$

 $И \leftarrow Д$

 $K \leftarrow \mathsf{И} \mathsf{Д} \mathsf{Ж} \mathsf{E}$

2) теперь определяем количество путей; сначала ставим 1 для тех вершин, в которые можно проехать только из начальной (A):

| вершина | откуда? | N |
|---------|---------|---|
| Б | A | 1 |
| В | ABI | |
| Г | A | 1 |
| Д | БВ | |
| E | Г | |
| Ж | BE | |
| N | Д | |
| К | ИДЖЕ | |

3) затем на каждом шаге добавляем те вершины, в которые можно доехать из уже добавленных в список (и из исходной точки):

| вершина | откуда? | N |
|---------|---------|---|
| Б | A | 1 |
| В | ABI | 3 |
| Г | A | 1 |
| Д | БВ | |
| E | Г | 1 |
| Ж | BE | |
| N | Д | |
| К | ИДЖЕ | |

4) следующий шаг

| вершина | откуда? | N |
|---------|---------|---|
| Б | A | 1 |
| В | ABL | 3 |
| Г | A | 1 |
| Д | БВ | 4 |
| E | Г | 1 |
| Ж | BE | 4 |
| N | Д | |
| К | идже | |

5) и последние 2 шага

| вершина | откуда? | N |
|---------|---------|----|
| Б | A | 1 |
| В | ABL | 3 |
| Г | A | 1 |
| Д | БВ | 4 |
| E | Г | 1 |
| Ж | BE | 4 |
| N | Д | 4 |
| К | идже | 13 |

6) Ответ: <mark>13</mark>.

Решение (4 вариант, перебор всех путей с начала, А. Яфарова):

1) запишем все вершины, в которые есть прямой путь из вершины А: Б, В и Г; получается три начальных отрезка:

АБ, АВ, АГ

2) рассмотрим маршрут АБ: из Б можно ехать в В и Д, поэтому получаем два маршрута: $A Б \textbf{\textit{B}}$. $A Б \textbf{\textit{A}}$

3) рассматриваем конечные точки этих маршрутов: из В можно ехать в Д и Ж, а из Д – в И и К: АБВ $\pmb{\mathcal{A}}$, АБВ $\pmb{\mathcal{M}}$, АБД $\pmb{\mathcal{K}}$

4) снова смотрим на конечные точки: из Д едем в И и К, из Ж и И – только в К:

АБВД**И**, АБВД**К**, АБВЖ**К**, АБДИ**К**, АБДК

5) из И едем только в К, таким образом, все возможные маршруты, содержащие участок АБ, доведены до конечной точки К, всего **5 таких маршрутов**:

АБВДИ**К**, АБВДК, АБВЖК, АБДИК, АБДК

6) затем аналогично рассматриваем маршруты, которые начинаются с АВ:

АВД, АВЖ

АВДИ, АВДК, АВЖК

АВДИК, АВДК, АВЖК

всего 3 маршрута

7) наконец, остается рассмотреть маршруты, которые начинаются с АГ:

ΑΓΒ, ΑΓΕ

АГВД, АГВЖ, АГЕЖ, АГЕК

АГВДИ, АГВДК, АГВЖК, АГЕЖК, АГЕК

АГВДИК, АГВДК, АГВЖК, АГЕЖК, АГЕК

всего 5 маршрутов

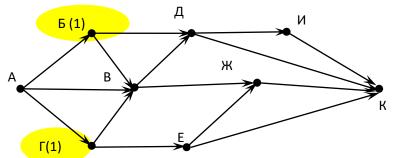
- 8) складываем количество маршрутов для всех начальных участков: 5 + 3 + 5 = 13
- 9) Ответ: <mark>13</mark>.

Возможные проблемы:

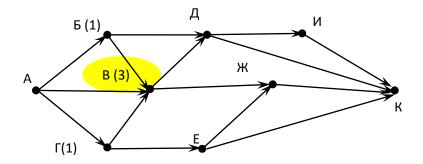
• при большом количестве маршрутов легко запутаться и что-то пропустить

Решение (5 вариант, графический, О.О. Грущак, КузГПА):

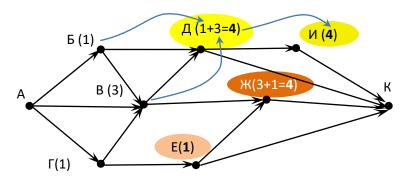
- 1) Главную идею решения: (число дорог в город N есть сумма дорог, приводящих в города, из которых есть прямой проезд в город N), отразим на самой схеме, показывая на ней ЧИСЛО ДОРОГ, приводящих в каждый город.
- 2) Последовательность очевидна: начинаем с Б и Г (городов, куда есть по 1-й дороге из А)



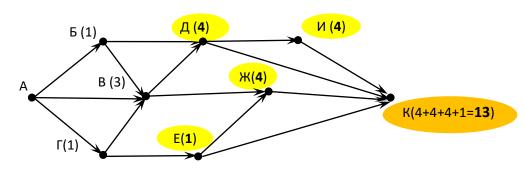
3) Посчитаем дороги в в: 1 (из А)+ 1(дороги города Б)+ 1(дороги города В)= 3



4) Аналогично посчитаем дороги в Д, И, Е, Ж:



5) Определяем число дорог в город K, как сумму дорог в города, с которыми он связан: Д, И, Ж, E.



6) Ответ: <mark>13</mark>.