

Вариант № 9

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

- 0 , 8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

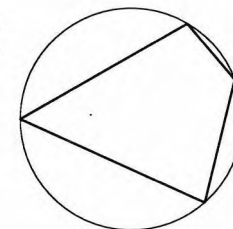
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $54^\circ$  и  $97^\circ$ . Найдите больший угол этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

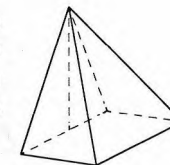
2

Даны векторы  $\vec{a}(-9; 6)$  и  $\vec{b}(1; 4)$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3

Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Высота пирамиды равна 9. Найдите объём пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 40 спортсменов, среди них 6 спортсменов из Швеции и 5 спортсменов из Венесуэлы. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что девятым будет выступать спортсмен из Швеции.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

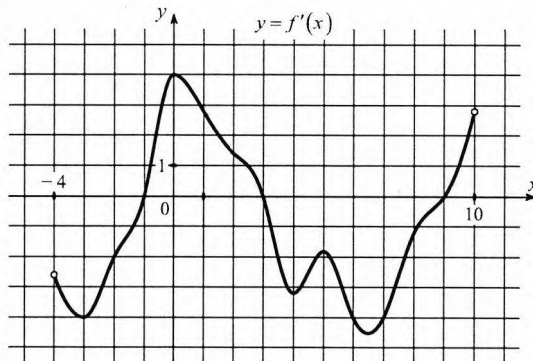
- 6 Найдите корень уравнения  $5^{3x-9} = \frac{1}{125}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $6 \cdot \sqrt[5]{81} \cdot \sqrt[20]{81} + 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 10)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -x - 20$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

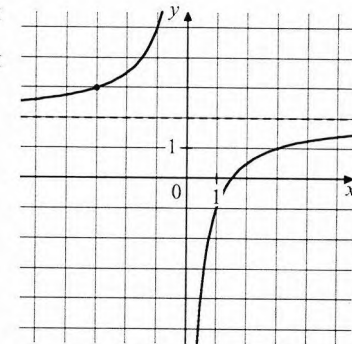
- 9 При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 13$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 7,8 мм? Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Имеется два сплава. Первый содержит 10 % никеля, второй — 35 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 25 % никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x} + a$ . Найдите значение  $x$ , при котором значение функции равно 2,2.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 2e^x + 4$  на отрезке  $[-1; 2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\sqrt{5} \cos 2x + \sqrt{15} \sin 2x + \sqrt{5} = 0$ .  
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

- 14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  боковое ребро  $AS$  равно  $3\sqrt{10}$ , а высота  $SH$  пирамиды равна  $5\sqrt{2}$ . Точка  $M$  — середина ребра  $BC$ , а  $AT$  — высота пирамиды, проведённая к грани  $SBC$ .  
 а) Докажите, что точка  $T$  является серединой отрезка  $SM$ .  
 б) Найдите расстояние между прямыми  $AT$  и  $SB$ .

- 15 Решите неравенство  $25^{\frac{1}{x}-1} - 3 \cdot 5^{\frac{1}{x}-1} + 2 \geq 0$ .

- 16 15 января 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 1 млн рублей на 48 месяцев. Условия его возврата таковы:  
 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;  
 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
 — 15-го числа каждого месяца с 1-го по 47-й (с февраля 2025 года по декабрь 2028 года включительно) долг должен быть на 20 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;  
 — 15 января 2029 года кредит должен быть полностью погашен.  
 Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

- 17 Окружность с центром  $O_1$  касается оснований  $BC$  и  $AD$  и боковой стороны  $AB$  трапеции  $ABCD$  и не имеет общих точек с прямой  $CD$ . Окружность с центром  $O_2$  касается сторон  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$  и не имеет общих точек с прямой  $AB$ .  
 а) Докажите, что прямая  $O_1O_2$  параллельна основанию трапеции  $ABCD$ .  
 б) Найдите длину отрезка  $O_1O_2$ , если  $AB=10$ ,  $BC=15$ ,  $CD=12$ ,  $AD=19$ .

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений  

$$\begin{cases} \log_4(1-y^2) = \log_4(1-a^2x^2), \\ x^2 + 4y^2 = 5x + 4y \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

- 19 Отношение трёхзначного натурального числа к сумме его цифр — целое число.  
 а) Может ли это отношение быть равным 67?  
 б) Может ли это отношение быть равным 83?  
 в) Какое наименьшее значение может принимать это отношение, если первая цифра трёхзначного числа равна 6?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.