Домашнее задание по теории вероятностей и математической статистике 4. Горелкина РК6-32Б. Вариант 4.

Задание 1.

Импортируем все необходимые для расчетов модули.

```
In [1]:
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import numpy as np
import math as math
```

1.1 Построим генератор случайных чисел на основании исходных данных из первого ДЗ.

```
In [2]:
```

```
a = 11

c = 6

x0 = 8

m = 100

gen_f = [x0]

i = 0

new = 0

while True:

new = (a * gen_f[i] + c) % m

if new == gen_f[0]:

break

gen_f.append(new)

i += 1

for j in range(i+1):

print('x', j, ' = ', gen_f[j], sep = '')

print('Период генератора равен n =', i+1)

x0 = 8
```

```
x1 = 94
x^2 = 40

x^3 = 46
x4 = 12
x5 = 38
x6 = 24
x7 = 70
x8 = 76
x9 = 42
x10 = 68
x11 = 54
x12 = 0
x13 = 6
x14 = 72
x15 = 98
x16 = 84
x17 = 30
x18 = 36
x19 = 2
x20 = 28
x21 = 14
x22 = 60
x23 = 66
x24 = 32
x25 = 58
x26 = 44
x27 = 90
x28 = 96
x29 = 62
x30 = 88
x31 = 74
x32 = 20
x33 = 26
x34 = 92
x35 = 18
x36 = 4
x37 = 50
x38 = 56
x39 = 22
x40 = 48
x41 = 34
x42 = 80
x43 = 86
x44 = 52
x45 = 78
x46 = 64
x47 = 10
x48 = 16
x49 = 82
Период генератора равен n = 50
```

1.2 Теперь построим генератор с подобранными параметрами для обеспечения максимального периода m = 100. И убедимся, что период действительно максимальный.

In [3]:

```
a = 41

c = 53

x0 = 8

m = 100

gen = [x0]

i = 0

new = 0

while True:

new = (a * gen[i] + c) % m

if new == gen[0]:

break

gen.append(new)

i += 1

for j in range(i+1):

print('x', j, ' = ', gen[j], sep = '')

print('Период генератора равен n =', i+1)
```

x0 = 8x0 = 8 x1 = 81 x2 = 74 x3 = 87 x4 = 20 x5 = 73 x6 = 46 x7 = 39 x8 = 52 x9 = 85x10 = 38 x11 = 11 x12 = 4 x13 = 17 x13 = 17 x14 = 50 x15 = 3 x16 = 76 x17 = 69 x18 = 82x19 = 15x20 = 68x20 = 68 x21 = 41 x22 = 34 x23 = 47 x24 = 80 x25 = 33 x26 = 6 x27 = 99x28 = 12x29 = 45x30 = 98 x31 = 71x32 = 64x33 = 77x34 = 10 x35 = 63 x36 = 36 x37 = 29

x38 = 42 x39 = 75 x40 = 28 x41 = 1 x42 = 94 x43 = 7 x44 = 40 x45 = 93 x46 = 66 x47 = 59 x48 = 72

x49 = 5 x50 = 58 x51 = 31 x52 = 24x53 = 37

x54 = 70x55 = 23

x56 = 96 x57 = 89 x58 = 2 x59 = 35

x60 = 88 x61 = 61 x62 = 54 x63 = 67 x64 = 0 x65 = 53 x66 = 26

x60 - 20 x67 = 19 x68 = 32 x69 = 65x70 = 18

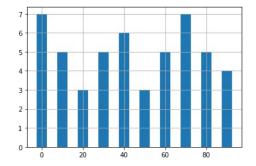
x71 = 91x72 = 84

```
x73 = 97
x74 = 30
x75 = 83
x76 = 56
x77 = 49
x78 = 62
x79 = 95
x80 = 48
x81 = 21
x82 = 14
x83 = 27
x84 = 60
x85 = 13
x86 = 86
x87 = 79
x88 = 92
x89 = 25
x90 = 78
x91 = 51
x92 = 44
x93 = 57
x94 = 90
x95 = 43
x96 = 16
x97 = 9
x98 = 22
x99 = 55
Период генератора равен n = 100
```

1.3 Построим гисторграмму распределения случайных чисел.

In [4]:

```
list1 = [0 for i in range(10)]
x = [10*i for i in range(10)]
for i in range(50):
    list1[gen[i] // 10] += 1
fig = plt.figure()
plt.bar(x, list1, 5)
plt.grid(True)
```



1.4 Определим коэффициент согласия согласно критерию Пирсона.

In [5]:

```
hi2 = 0

for i in range(10):

   hi2 += (list1[i] - 5) ** 2

hi2 /= 5

print('Коэффициент согласия равен: ', hi2)
```

Коэффициент согласия равен: 3.6

- 1.5 Согласно табличным значениям уровень значимости равен 0.9.
- 1.6 Матожидание равномерного дискретного распределения рассчитаем как (a+b)/2, а дисперсию $((b-a+1)^2-1)/12$

In [6]:

```
M = [49.5 for i in range(4)]
D = [833.25 for i in range(4)]
n = [5, 10, 25, 50]
sum1 = s_n = [0, 0, 0, 0]
for i in n:
    ind = int(2 * (i ** (0.5) // 5) + abs(i % 2 - 1))
    for j in range(i):
        sum1[ind] += gen[j]
med = [sum1[i] / n[i] for i in range(4)]

for i in n:
    ind = int(2 * (i ** (0.5) // 5) + abs(i % 2 - 1))
    for j in range(i):
        s_n[ind] += (gen[j] - med[ind])**2

S = [s_n[i] / n[i] for i in range(4)]
sigma = [s_n[i] / (n[i] - 1) for i in range(4)]
delta1 = [abs(M[i] - med[ii]) for i in range(4)]
delta2 = [abs(D[i] - sigma[i]) for i in range(4)]
delta3 = [abs(D[i] - S[i]) for i in range(4)]
```

Сформируем таблицу.

In [7]:

```
df = pd.DataFrame({"n" : n,
                   "Матожидание" : М,
                   "Дисперсия" : D,
                   "Выборочное среднее" : med,
"Несмещенная дисперсия" : S,
                   "Смещенная дисперсия" : sigma,
                  "|M - x_cp.|": delta1,
"|D - sigma^2|": delta3,
"|D - S^2|": delta2})
df .style.hide index()
```

Out[7]:

n	Матожидание	Дисперсия	Выборочное среднее	Несмещенная дисперсия	Смещенная дисперсия	M - x_cp.	D - sigma^2	D - S^2
5	49.500000	833.250000	54.000000	1152.000000	1440.000000	4.500000	318.750000	606.750000
10	49.500000	833.250000	56.500000	760.750000	845.277778	7.000000	72.500000	12.027778
25	49.500000	833.250000	48.000000	820.000000	854.166667	1.500000	13.250000	20.916667
50	49.500000	833.250000	48.500000	920.750000	939.540816	1.000000	87.500000	106.290816

Задание 2.

2.1 В список dataset запишем значения, полученные в результате 100 экспериментов.

In [81:

```
0.775, 0.800, 0.806, 0.828, 0.797, 0.797, 0.789, 0.780, 0.739, 0.791, 0.809, 0.825, 0.784, 0.845, 0.802, 0.816, 0.811, 0.781, 0.814, 0.781, 0.801, 0.803, 0.808, 0.795, 0.820, 0.838, 0.791, 0.786, 0.819, 0.813,
                    0.778, 0.807, 0.826, 0.781, 0.808, 0.813, 0.803, 0.779, 0.793, 0.790,
                    0.801, 0.839, 0.786, 0.797, 0.786, 0.823, 0.790, 0.808, 0.831, 0.778,
                    0.781, 0.808, 0.776, 0.818, 0.821, 0.809, 0.809, 0.793, 0.824, 0.825,
                    0.806, 0.823, 0.785, 0.797, 0.783, 0.797, 0.777, 0.791, 0.775, 0.801
                    0.777, 0.817, 0.759, 0.813, 0.809, 0.828, 0.782, 0.823, 0.819, 0.809]
                  [0.538,\ 0.549,\ 0.557,\ 0.536,\ 0.533,\ 0.569,\ 0.490,\ 0.559,\ 0.513,\ 0.518,
                    0.640, 0.587, 0.483, 0.513, 0.530, 0.540, 0.567, 0.548, 0.575, 0.522, 0.487, 0.580, 0.597, 0.580, 0.608, 0.542, 0.531, 0.523, 0.487, 0.524,
                    0.586, 0.525, 0.471, 0.628, 0.566, 0.555, 0.575, 0.541, 0.518, 0.513,
                    0.537, 0.534, 0.559, 0.493, 0.587, 0.595, 0.466, 0.563, 0.607, 0.566,
                    0.504, 0.615, 0.552, 0.455, 0.548, 0.563, 0.530, 0.528, 0.522, 0.573,
                    0.521, 0.560, 0.555, 0.564, 0.527, 0.541, 0.525, 0.586, 0.600, 0.481,
                    0.544, 0.543, 0.534, 0.546, 0.551, 0.614, 0.558, 0.488, 0.544, 0.554,
                    0.506,\ 0.541,\ 0.539,\ 0.560,\ 0.524,\ 0.561,\ 0.528,\ 0.501,\ 0.567,\ 0.521
                    0.493,\ 0.549,\ 0.489,\ 0.549,\ 0.589,\ 0.558,\ 0.553,\ 0.626,\ 0.557,\ 0.525]
                    [0.171,\ 0.233,\ 0.167,\ 0.157,\ 0.170,\ 0.276,\ 0.151,\ 0.271,\ 0.182,\ 0.223,
                    0.377, 0.300, 0.184, 0.160, 0.179, 0.244, 0.231, 0.243, 0.159, 0.178,
                    0.138, 0.235, 0.206, 0.344, 0.251, 0.220, 0.160, 0.210, 0.104, 0.187, 0.243, 0.242, 0.158, 0.396, 0.180, 0.272, 0.187, 0.159, 0.208, 0.138,
                    0.206, 0.147, 0.219, 0.191, 0.401, 0.237, 0.153, 0.292, 0.263, 0.275, 0.174, 0.236, 0.207, 0.130, 0.259, 0.240, 0.214, 0.167, 0.166, 0.241,
                    0.167, 0.204, 0.201, 0.233, 0.161, 0.225, 0.188, 0.269, 0.367, 0.136,
                    0.176, 0.260, 0.164, 0.167, 0.219, 0.252, 0.199, 0.169, 0.234, 0.230,
                    0.152, 0.199, 0.132, 0.245, 0.123, 0.203, 0.145, 0.195, 0.194, 0.224
                    0.135, 0.239, 0.143, 0.167, 0.213, 0.272, 0.202, 0.364, 0.182, 0.181]
                    [0.039,\ 0.073,\ 0.066,\ 0.045,\ 0.041,\ 0.074,\ 0.030,\ 0.105,\ 0.054,\ 0.086,
                    0.184,\ 0.117,\ 0.051,\ 0.043,\ 0.043,\ 0.070,\ 0.094,\ 0.093,\ 0.047,\ 0.066,
                    0.033, 0.083, 0.061, 0.151, 0.088, 0.082, 0.037, 0.061, 0.028, 0.049,
                    0.068, 0.076, 0.035, 0.182, 0.057, 0.073, 0.054, 0.048, 0.058, 0.037, 0.046, 0.027, 0.090, 0.049, 0.213, 0.073, 0.021, 0.106, 0.108, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.087, 0.
                    0.031, 0.069, 0.030, 0.025, 0.107, 0.074, 0.064, 0.076, 0.048, 0.076,
                    0.035, 0.061, 0.061, 0.059, 0.044, 0.077, 0.073, 0.113, 0.146, 0.045,
                    0.051, 0.075, 0.053, 0.058, 0.065, 0.107, 0.046, 0.031, 0.070, 0.046,
                    0.037, 0.061, 0.024, 0.097, 0.035, 0.041, 0.024, 0.038, 0.057, 0.078, 0.025, 0.060, 0.027, 0.035, 0.050, 0.090, 0.066, 0.108, 0.044, 0.045]]
```

Сформируем таблицу с результатами.

In [9]:

```
pd.options.display.max rows = 100
df = pd.DataFrame({"rnd" : rnd,
                  "UTIL 1" : dataset[0],
"UTIL 2" : dataset[1],
                  "AVE.CONT 1" : dataset[2],
"AVE.CONT 2" : dataset[3]})
df.style.hide_index()
```

Out[9]:

rnd	UTIL 1	UTIL 2	AVE.CONT 1	AVE.CONT 2
1	0.780000	0.538000	0.171000	0.039000
2	0.791000	0.549000	0.233000	0.073000
3	0.776000	0.557000	0.167000	0.066000
4	0.809000	0.536000	0.157000	0.045000

5 0.797000 0.333000 0.170000 0.041000 6 0.819000 0.569000 0.276000 0.074000 7 0.777000 0.569000 0.271000 0.105000 8 0.832000 0.518000 0.223000 0.086000 11 0.834000 0.347000 0.184000 12 0.830000 0.300000 0.013000 13 0.784000 0.513000 0.160000 0.043000 14 0.796000 0.530000 0.179000 0.043000 15 0.809000 0.567000 0.231000 0.04000 16 0.817000 0.567000 0.231000 0.047000 17 0.804000 0.522000 0.178000 0.047000 18 0.817000 0.522000 0.178000 0.048000 19 0.796000 0.528000 0.235000 0.03000 20 0.828000 0.235000 0.081000 21 0.787000 0.542000 0.24000 0.082000					
7 0.777000 0.490000 0.151000 0.05000 8 0.832000 0.599000 0.271000 0.05000 9 0.795000 0.513000 0.084000 0.084000 10 0.834000 0.484000 0.377000 0.184000 12 0.830000 0.513000 0.160000 0.043000 13 0.796000 0.540000 0.244000 0.043000 15 0.890000 0.550000 0.243000 0.043000 16 0.810000 0.550000 0.243000 0.043000 17 0.804000 0.55000 0.178000 0.047000 20 0.810000 0.552000 0.178000 0.03000 21 0.795000 0.592000 0.188000 0.031000 22 0.802000 0.592000 0.031000 0.061000 23 0.797000 0.524000 0.031000 0.061000 24 0.828000 0.524000 0.031000 0.061000 25 0.797000	5	0.797000	0.533000	0.170000	0.041000
8 0.832000 0.553000 0.182000 0.054000 9 0.795000 0.513000 0.182000 0.086000 10 0.837000 0.518000 0.233000 0.117000 12 0.830000 0.587000 0.30000 0.017000 13 0.784000 0.530000 0.160000 0.043000 15 0.809000 0.530000 0.179000 0.043000 16 0.813000 0.540000 0.244000 0.070000 17 0.804000 0.557000 0.231000 0.094000 18 0.817000 0.557000 0.159000 0.047000 19 0.796000 0.557000 0.159000 0.033000 20 0.802000 0.558000 0.235000 0.033000 21 0.795000 0.58000 0.235000 0.083000 22 0.802000 0.54000 0.22000 0.082000 23 0.79700 0.542000 0.22000 0.037000 24 0.82300 </td <th>6</th> <td>0.819000</td> <td>0.569000</td> <td>0.276000</td> <td>0.074000</td>	6	0.819000	0.569000	0.276000	0.074000
9 0.795000 0.513000 0.034000 0.036000 10 0.807000 0.518000 0.223000 0.086000 11 0.834000 0.587000 0.30000 0.117000 12 0.839000 0.513000 0.160000 0.043000 15 0.809000 0.530000 0.179000 0.043000 16 0.810000 0.540000 0.244000 0.070000 17 0.804000 0.548000 0.243000 0.094000 18 0.817000 0.548000 0.243000 0.094000 19 0.796000 0.557500 0.159000 0.047000 20 0.802000 0.557500 0.158000 0.033000 21 0.775000 0.487000 0.138000 0.068000 22 0.806000 0.551000 0.082000 0.082000 23 0.797000 0.542000 0.21000 0.082000 24 0.828000 0.543000 0.15000 0.076000 25 0.797	7	0.777000	0.490000	0.151000	0.030000
10 0.8307000 0.518000 0.232000 0.084000 11 0.834000 0.587000 0.300000 0.117000 12 0.830000 0.587000 0.300000 0.017000 13 0.784000 0.530000 0.179000 0.043000 15 0.809000 0.540000 0.244000 0.094000 16 0.810000 0.5575000 0.231000 0.094000 18 0.817000 0.575000 0.178000 0.047000 19 0.796000 0.552000 0.178000 0.066000 21 0.775000 0.487000 0.138000 0.033000 22 0.80000 0.580000 0.235000 0.061000 23 0.806000 0.597000 0.266000 0.0151000 24 0.828000 0.548000 0.243000 0.082000 25 0.797000 0.582000 0.242000 0.061000 26 0.797000 0.542000 0.182000 0.037000 27 <td< td=""><th>8</th><td>0.832000</td><td>0.559000</td><td>0.271000</td><td>0.105000</td></td<>	8	0.832000	0.559000	0.271000	0.105000
11 0.834000 0.587000 0.300000 0.117000 12 0.830000 0.587000 0.300000 0.017000 13 0.784000 0.513000 0.160000 0.043000 15 0.809000 0.540000 0.244000 0.070000 16 0.810000 0.540000 0.243000 0.093000 17 0.804000 0.575000 0.159000 0.047000 18 0.817000 0.575000 0.178000 0.066000 20 0.802000 0.580000 0.235000 0.033000 21 0.775000 0.487000 0.138000 0.033000 22 0.80000 0.580000 0.235000 0.061000 23 0.806000 0.580000 0.243000 0.061000 24 0.828000 0.581000 0.242000 0.082000 25 0.797000 0.582000 0.242000 0.061000 26 0.797000 0.582000 0.242000 0.061000 27 0.	9	0.795000	0.513000	0.182000	0.054000
12 0.830000 0.581000 0.184000 0.101000 13 0.784000 0.483000 0.164000 0.043000 14 0.796000 0.533000 0.179000 0.043000 15 0.809000 0.540000 0.244000 0.070000 16 0.810000 0.557000 0.231000 0.093000 17 0.802000 0.575000 0.159000 0.047000 20 0.802000 0.522000 0.178000 0.033000 21 0.775000 0.487000 0.138000 0.033000 22 0.80000 0.597000 0.061000 0.015000 23 0.806000 0.581000 0.032000 0.082000 24 0.828000 0.524000 0.082000 0.082000 25 0.797000 0.542000 0.160000 0.037000 26 0.797000 0.542000 0.160000 0.037000 27 0.739000 0.542000 0.160000 0.037000 28 0.	10	0.807000	0.518000	0.223000	0.086000
13 0.784000 0.184000 0.043000 14 0.796000 0.513000 0.160000 0.043000 15 0.809000 0.530000 0.179000 0.043000 16 0.810000 0.540000 0.244000 0.090000 17 0.804000 0.575000 0.159000 0.047000 18 0.817000 0.575000 0.178000 0.066000 20 0.802000 0.522000 0.178000 0.033000 21 0.775000 0.487000 0.138000 0.031000 22 0.806000 0.597000 0.068000 0.015000 0.015000 23 0.806000 0.524000 0.032000 0.082000 0.037000 24 0.7379000 0.524000 0.160000 0.037000 0.068000 25 0.797000 0.524000 0.160000 0.037000 0.068000 25 0.797000 0.524000 0.187000 0.068000 0.187000 0.068000 0.187000 0.076000	11	0.834000	0.640000	0.377000	0.184000
14 0.796000 0.53000 0.179000 0.043000 15 0.809000 0.540000 0.244000 0.070000 16 0.810000 0.540000 0.244000 0.094000 17 0.804000 0.557000 0.159000 0.047000 18 0.817000 0.575000 0.178000 0.066000 20 0.802000 0.522000 0.138000 0.033000 21 0.75000 0.580000 0.235000 0.061000 22 0.808000 0.591000 0.080000 23 0.808000 0.581000 0.082000 24 0.797000 0.542000 0.220000 0.082000 25 0.797000 0.542000 0.22000 0.082000 26 0.797000 0.542000 0.19000 0.062000 27 0.789000 0.544000 0.19000 0.062000 28 0.791000 0.555000 0.242000 0.073000 30 0.825000 0.542000 0.0730	12	0.830000	0.587000	0.300000	0.117000
18 0.839000 0.540000 0.244000 0.040000 16 0.810000 0.244000 0.070000 17 0.804000 0.567000 0.231000 0.093000 18 0.817000 0.575000 0.159000 0.047000 20 0.802000 0.522000 0.178000 0.033000 21 0.775000 0.487000 0.138000 0.033000 22 0.80000 0.595000 0.235000 0.061000 23 0.80600 0.595000 0.344000 0.151000 24 0.82800 0.581000 0.088000 25 0.79700 0.542000 0.22000 0.082000 26 0.79700 0.542000 0.22000 0.082000 27 0.78900 0.542000 0.104000 0.037000 28 0.79900 0.544000 0.104000 0.068000 31 0.78100 0.555000 0.242000 0.073000 32 0.82500 0.545000 0.182000 <th>13</th> <td>0.784000</td> <td>0.483000</td> <td>0.184000</td> <td>0.051000</td>	13	0.784000	0.483000	0.184000	0.051000
16 8.810000 0.540000 0.231000 0.094000 17 8.04000 0.557000 0.231000 0.094000 18 0.817000 0.555000 0.159000 0.047000 20 0.802000 0.555000 0.138000 0.033000 21 0.755000 0.235000 0.061000 22 0.806000 0.597000 0.206000 0.061000 23 0.806000 0.559000 0.251000 0.088000 24 0.828000 0.551000 0.082000 0.082000 25 0.797000 0.522000 0.22000 0.082000 26 0.797000 0.531000 0.160000 0.037000 27 0.789000 0.532000 0.210000 0.068000 28 0.797000 0.532000 0.210000 0.068000 29 0.739000 0.487000 0.18000 0.068000 30 0.825000 0.243000 0.068000 40 0.835000 0.243000 0.05	14	0.796000	0.513000	0.160000	0.043000
17 8.804000 0.548000 0.243000 0.093000 18 0.796000 0.575000 0.159000 0.047000 20 0.802000 0.575000 0.178000 0.066000 21 0.775000 0.580000 0.235000 0.033000 22 0.806000 0.597000 0.266000 0.61000 23 0.866000 0.554000 0.251000 0.088000 24 0.828000 0.554000 0.220000 0.088000 25 0.797000 0.523000 0.220000 0.082000 26 0.797000 0.533000 0.160000 0.037000 27 0.788000 0.524000 0.104000 0.028000 28 0.791000 0.554000 0.147000 0.076000 29 0.791000 0.556000 0.242000 0.076000 30 0.892000 0.542000 0.75000 0.182000 31 0.895000 0.545000 0.75000 0.750000 32 0.82	15	0.809000	0.530000	0.179000	0.043000
18 0.817000 0.548000 0.243000 0.047000 19 0.796000 0.575000 0.159000 0.047000 20 0.802000 0.575000 0.178000 0.066000 21 0.775000 0.580000 0.235000 0.083000 22 0.806000 0.550000 0.246000 0.061000 23 0.828000 0.544000 0.151000 0.088000 24 0.828000 0.542000 0.220000 0.082000 25 0.797000 0.542000 0.220000 0.082000 26 0.797000 0.531000 0.160000 0.037000 27 0.788000 0.523000 0.210000 0.061000 28 0.789000 0.524000 0.14000 0.049000 30 0.791000 0.586000 0.242000 0.076000 31 0.809000 0.555000 0.242000 0.076000 32 0.816000 0.555000 0.272000 0.055000 34 0.	16	0.810000	0.540000	0.244000	0.070000
19 0.796000 0.575000 0.178000 0.046000 20 0.802000 0.522000 0.178000 0.033000 21 0.775000 0.487000 0.235000 0.033000 22 0.806000 0.597000 0.206000 0.061000 23 0.828000 0.544000 0.151000 24 0.828000 0.544000 0.251000 0.082000 25 0.797000 0.542000 0.220000 0.082000 26 0.797000 0.523000 0.160000 0.037000 27 0.789000 0.523000 0.210000 0.061000 28 0.789000 0.523000 0.14000 0.028000 29 0.739000 0.586000 0.14000 0.049000 30 0.818000 0.524000 0.187000 0.076000 31 0.825000 0.242000 0.076000 32 0.825000 0.242000 0.076000 34 0.816000 0.555000 0.272000 0.0	17	0.804000	0.567000	0.231000	0.094000
20 0.802000 0.522000 0.138000 0.033000 21 0.775000 0.487000 0.138000 0.033000 22 0.800000 0.580000 0.235000 0.061000 23 0.806000 0.580000 0.344000 0.151000 24 0.828000 0.582000 0.220000 0.082000 25 0.797000 0.542000 0.220000 0.037000 26 0.797000 0.5331000 0.160000 0.037000 27 0.789000 0.523000 0.210000 0.049000 28 0.780000 0.524000 0.187000 0.049000 30 0.791000 0.556000 0.242000 0.076000 31 0.802000 0.558000 0.242000 0.076000 32 0.825000 0.58000 0.182000 0.057000 33 0.784000 0.58000 0.272000 0.073000 34 0.816000 0.58000 0.272000 0.073000 35 0.8	18	0.817000	0.548000	0.243000	0.093000
21 0.775000 0.487000 0.138000 0.033000 22 0.800000 0.235000 0.083000 23 0.806000 0.580000 0.246000 0.061000 24 0.828000 0.584000 0.344000 0.151000 25 0.797000 0.608000 0.220000 0.082000 26 0.797000 0.531000 0.160000 0.037000 27 0.789000 0.523000 0.210000 0.061000 28 0.78000 0.524000 0.187000 0.049000 30 0.791000 0.556000 0.242000 0.076000 31 0.809000 0.556000 0.242000 0.076000 32 0.825000 0.58000 0.035000 0.182000 33 0.784000 0.586000 0.182000 0.076000 34 0.815000 0.586000 0.182000 0.077000 35 0.802000 0.555000 0.272000 0.073000 36 0.816000 0.5	19	0.796000	0.575000	0.159000	0.047000
22 0.800000 0.580000 0.235000 0.080000 23 0.806000 0.597000 0.206000 0.061000 24 0.828000 0.580000 0.344000 0.151000 25 0.797000 0.668000 0.251000 0.082000 26 0.797000 0.531000 0.160000 0.037000 28 0.788000 0.523000 0.210000 0.061000 29 0.739000 0.487000 0.104000 0.028000 30 0.791000 0.525000 0.242000 0.068000 31 0.809000 0.556000 0.242000 0.076000 32 0.825000 0.556000 0.180000 0.055000 33 0.784000 0.556000 0.180000 0.057000 34 0.845000 0.556000 0.187000 0.073000 35 0.802000 0.555000 0.272000 0.073000 36 0.811000 0.555000 0.272000 0.048000 37 0	20	0.802000	0.522000	0.178000	0.066000
23 0.806000 0.597000 0.206000 0.661000 24 0.828000 0.344000 0.151000 25 0.797000 0.608000 0.251000 0.088000 26 0.797000 0.542000 0.220000 0.037000 27 0.789000 0.533000 0.104000 0.028000 28 0.739000 0.487000 0.104000 0.049000 30 0.791000 0.524000 0.187000 0.068000 31 0.809000 0.525000 0.242000 0.076000 32 0.825000 0.558000 0.242000 0.076000 33 0.784000 0.556000 0.182000 0.035000 34 0.816000 0.555000 0.272000 0.073000 35 0.820200 0.555000 0.272000 0.073000 36 0.816000 0.555000 0.272000 0.073000 37 0.811000 0.551800 0.28000 0.058000 38 0.781000 0.	21	0.775000	0.487000	0.138000	0.033000
24 0.828000 0.584000 0.151000 0.088000 25 0.797000 0.508000 0.251000 0.082000 26 0.797000 0.542000 0.220000 0.082000 27 0.789000 0.531000 0.160000 0.061000 28 0.789000 0.523000 0.210000 0.049000 30 0.791000 0.586000 0.243000 0.068000 31 0.809000 0.525000 0.242000 0.076000 32 0.825000 0.525000 0.242000 0.076000 33 0.784000 0.628000 0.396000 0.182000 34 0.845000 0.555000 0.272000 0.073000 35 0.802000 0.555000 0.272000 0.073000 36 0.814000 0.518000 0.187000 0.048000 37 0.814000 0.518000 0.188000 0.037000 40 0.781000 0.53700 0.208000 0.048000 41 0.	22	0.800000	0.580000	0.235000	0.083000
25 0.797000 0.508000 0.251000 0.088000 26 0.797000 0.542000 0.220000 0.082000 27 0.789000 0.531000 0.160000 0.037000 28 0.789000 0.487000 0.104000 0.028000 30 0.791000 0.524000 0.187000 0.068000 31 0.809000 0.525000 0.242000 0.076000 32 0.825000 0.525000 0.242000 0.076000 33 0.784000 0.471000 0.158000 0.035000 34 0.845000 0.526000 0.180000 0.057000 35 0.802000 0.566000 0.18000 0.057000 36 0.816000 0.575000 0.187000 0.054000 37 0.811000 0.518000 0.08000 0.058000 38 0.781000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.53700 0.208000 0.046000 41 0.80	23	0.806000	0.597000	0.206000	0.061000
26 0.797000 0.542000 0.220000 0.082000 27 0.789000 0.531000 0.160000 0.037000 28 0.780000 0.523000 0.210000 0.061000 29 0.739000 0.487000 0.104000 0.049000 30 0.791000 0.526000 0.242000 0.068000 32 0.825000 0.525000 0.242000 0.076000 33 0.784000 0.471000 0.158000 0.035000 34 0.845000 0.628000 0.396000 0.182000 35 0.802000 0.555000 0.272000 0.073000 36 0.816000 0.555000 0.272000 0.073000 37 0.814000 0.518000 0.208000 0.058000 38 0.781000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.814000 0.537000 0.138000 0.046000 41 0.801000 0.537000 0.147000 0.046000 42 0	24	0.828000	0.580000	0.344000	0.151000
27 0.789000 0.531000 0.160000 0.037000 28 0.780000 0.523000 0.210000 0.061000 29 0.739000 0.487000 0.104000 0.049000 30 0.791000 0.586000 0.243000 0.068000 31 0.809000 0.525000 0.242000 0.076000 32 0.825000 0.525000 0.242000 0.075000 33 0.784000 0.628000 0.396000 0.182000 34 0.845000 0.556000 0.180000 0.057000 35 0.802000 0.555000 0.272000 0.073000 36 0.816000 0.575000 0.187000 0.054000 37 0.814000 0.518000 0.208000 0.058000 38 0.781000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.814000 0.537000 0.138000 0.046000 41 0.803000 0.537000 0.219000 0.049000 42 0	25	0.797000	0.608000	0.251000	0.088000
28 0.780000 0.523000 0.210000 0.061000 29 0.739000 0.487000 0.104000 0.028000 30 0.791000 0.524000 0.187000 0.049000 31 0.809000 0.525000 0.242000 0.076000 32 0.825000 0.525000 0.242000 0.035000 34 0.845000 0.528000 0.396000 0.182000 35 0.802000 0.566000 0.180000 0.057000 36 0.816000 0.555500 0.272000 0.073000 37 0.811000 0.5575000 0.187000 0.054000 38 0.781000 0.518000 0.188000 0.058000 40 0.781000 0.513000 0.138000 0.046000 41 0.801000 0.537000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.534000 0.147000 0.027000 43 0.808000 0.559000 0.237000 0.049000 44	26	0.797000	0.542000	0.220000	0.082000
29 0.739000 0.487000 0.104000 0.028000 30 0.791000 0.524000 0.187000 0.049000 31 0.809000 0.586000 0.243000 0.068000 32 0.825000 0.525000 0.242000 0.076000 33 0.784000 0.471000 0.158000 0.035000 34 0.845000 0.566000 0.180000 0.057000 35 0.802000 0.566000 0.180000 0.057000 36 0.816000 0.555000 0.272000 0.073000 37 0.811000 0.518000 0.187000 0.048000 38 0.781000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.537000 0.208000 0.058000 41 0.801000 0.537000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.537000 0.219000 0.099000 43 0.808000 0.587000 0.417000 0.078000 45 0	27	0.789000	0.531000	0.160000	0.037000
30 0.791000 0.524000 0.187000 0.049000 31 0.809000 0.586000 0.243000 0.068000 32 0.825000 0.525000 0.242000 0.076000 33 0.784000 0.471000 0.158000 0.035000 34 0.845000 0.566000 0.180000 0.057000 35 0.802000 0.555000 0.272000 0.073000 36 0.816000 0.555000 0.272000 0.054000 37 0.811000 0.575000 0.187000 0.054000 38 0.781000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.513000 0.138000 0.037000 41 0.801000 0.534000 0.147000 0.027000 42 0.803000 0.534000 0.147000 0.046000 43 0.808000 0.587000 0.219000 0.049000 44 0.795000 0.587000 0.401000 0.213000 45 0	28	0.780000	0.523000	0.210000	0.061000
31 0.809000 0.525000 0.243000 0.076000 32 0.825000 0.525000 0.242000 0.076000 33 0.784000 0.471000 0.158000 0.035000 34 0.845000 0.566000 0.180000 0.057000 35 0.802000 0.555000 0.272000 0.073000 36 0.816000 0.555000 0.187000 0.054000 37 0.811000 0.515000 0.187000 0.048000 38 0.781000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.513000 0.138000 0.037000 41 0.801000 0.537000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.534000 0.147000 0.027000 43 0.808000 0.5537000 0.219000 0.099000 44 0.795000 0.493000 0.191000 0.049000 45 0.823000 0.587000 0.237000 0.078000 46	29	0.739000	0.487000	0.104000	0.028000
32 0.825000 0.525000 0.242000 0.076000 33 0.784000 0.471000 0.158000 0.035000 34 0.845000 0.628000 0.396000 0.182000 35 0.802000 0.566000 0.180000 0.073000 36 0.816000 0.575000 0.187000 0.054000 37 0.811000 0.541000 0.159000 0.048000 38 0.781000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.513000 0.138000 0.037000 41 0.801000 0.537000 0.266000 0.046000 42 0.803000 0.534000 0.147000 0.027000 43 0.808000 0.559000 0.219000 0.099000 44 0.795000 0.493000 0.191000 0.049000 45 0.820000 0.587000 0.237000 0.078000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0	30	0.791000	0.524000	0.187000	0.049000
33 0.784000 0.471000 0.158000 0.035000 34 0.845000 0.628000 0.396000 0.182000 35 0.802000 0.566000 0.180000 0.057000 36 0.816000 0.555000 0.272000 0.073000 37 0.811000 0.575000 0.187000 0.054000 38 0.781000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.513000 0.138000 0.037000 41 0.801000 0.537000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.534000 0.147000 0.0227000 43 0.808000 0.559000 0.219000 0.099000 44 0.795000 0.493000 0.191000 0.049000 45 0.820000 0.587000 0.237000 0.078000 46 0.838000 0.563000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.108000 50	31	0.809000	0.586000	0.243000	0.068000
34 0.845000 0.628000 0.396000 0.182000 35 0.802000 0.566000 0.180000 0.057000 36 0.816000 0.555000 0.272000 0.073000 37 0.811000 0.5575000 0.187000 0.048000 38 0.781000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.513000 0.138000 0.037000 41 0.801000 0.534000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.534000 0.147000 0.027000 43 0.808000 0.559000 0.219000 0.090000 44 0.795000 0.491000 0.049000 45 0.820000 0.587000 0.401000 0.213000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.106000 48 0.786000 0.563000 0.2275000 0.087000 50 0.813000 <td< td=""><th>32</th><td>0.825000</td><td>0.525000</td><td>0.242000</td><td>0.076000</td></td<>	32	0.825000	0.525000	0.242000	0.076000
35 0.802000 0.566000 0.180000 0.057000 36 0.816000 0.555000 0.272000 0.073000 37 0.811000 0.575000 0.187000 0.048000 38 0.781000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.513000 0.138000 0.037000 41 0.801000 0.534000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.534000 0.147000 0.027000 43 0.808000 0.559000 0.219000 0.090000 44 0.795000 0.493000 0.191000 0.049000 45 0.820000 0.595000 0.237000 0.078000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.106000 48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 50 0.813000 0.564000 0.174000 0.031000 51 0	33	0.784000	0.471000	0.158000	0.035000
36 0.816000 0.555000 0.272000 0.073000 37 0.811000 0.575000 0.187000 0.054000 38 0.781000 0.541000 0.159000 0.048000 39 0.814000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.513000 0.138000 0.037000 41 0.801000 0.537000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.559000 0.219000 0.090000 43 0.808000 0.559000 0.219000 0.099000 44 0.795000 0.587000 0.401000 0.213000 45 0.820000 0.587000 0.401000 0.213000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.21000 48 0.786000 0.563000 0.2292000 0.106000 49 0.813000 0.564000 0.275000 0.087000 51 0	34	0.845000	0.628000		
37 0.811000 0.575000 0.187000 0.054000 38 0.781000 0.541000 0.159000 0.048000 39 0.814000 0.513000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.537000 0.206000 0.046000 41 0.801000 0.537000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.559000 0.219000 0.090000 43 0.808000 0.559000 0.219000 0.090000 44 0.795000 0.493000 0.191000 0.049000 45 0.820000 0.587000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.021000 48 0.786000 0.563000 0.223000 0.106000 49 0.819000 0.566000 0.275000 0.087000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.552000 0.207000 0.039000 52 0	35		0.566000		0.057000
38 0.781000 0.541000 0.159000 0.048000 39 0.814000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.513000 0.138000 0.037000 41 0.801000 0.537000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.559000 0.219000 0.090000 43 0.808000 0.559000 0.219000 0.049000 44 0.795000 0.491000 0.049000 45 0.820000 0.587000 0.401000 0.213000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.021000 48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 49 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.031000 51 0.778000 0.615000 0.236000 0.039000 52 0.807000 0	36	0.816000	0.555000	0.272000	0.073000
39 0.814000 0.518000 0.208000 0.058000 40 0.781000 0.513000 0.138000 0.037000 41 0.801000 0.537000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.554000 0.147000 0.027000 43 0.808000 0.559000 0.219000 0.099000 44 0.795000 0.493000 0.191000 0.049000 45 0.820000 0.587000 0.401000 0.213000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.021000 48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 49 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.615000 0.236000 0.069000 52 0.807000 0.455000 0.130000 0.025000 54 0					
40 0.781000 0.513000 0.138000 0.037000 41 0.801000 0.537000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.534000 0.147000 0.027000 43 0.808000 0.559000 0.219000 0.099000 44 0.795000 0.493000 0.191000 0.049000 45 0.820000 0.587000 0.401000 0.213000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.021000 48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 49 0.819000 0.667000 0.263000 0.108000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.564000 0.174000 0.031000 52 0.807000 0.615000 0.236000 0.069000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.033000 54 0.781000 0.563000 0.240000 0.074000 55 0.					
41 0.801000 0.537000 0.206000 0.046000 42 0.803000 0.534000 0.147000 0.027000 43 0.808000 0.559000 0.219000 0.090000 44 0.795000 0.493000 0.191000 0.049000 45 0.820000 0.587000 0.401000 0.213000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.021000 48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 49 0.819000 0.563000 0.225000 0.108000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.504000 0.174000 0.031000 52 0.807000 0.552000 0.207000 0.039000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.553000 0.240000 0.074000 55 0.803000 0.53000 0.214000 0.064000 58 0.7					
42 0.803000 0.534000 0.147000 0.027000 43 0.808000 0.559000 0.219000 0.090000 44 0.795000 0.493000 0.191000 0.049000 45 0.820000 0.587000 0.401000 0.213000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.021000 48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 49 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.566000 0.275000 0.087000 52 0.807000 0.615000 0.236000 0.030000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.548000 0.259000 0.107000 55 0.808000 0.553000 0.244000 0.074000 58 0					
43 0.808000 0.559000 0.219000 0.090000 44 0.795000 0.493000 0.191000 0.049000 45 0.820000 0.587000 0.401000 0.213000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.021000 48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 49 0.819000 0.607000 0.263000 0.1087000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.504000 0.174000 0.031000 52 0.807000 0.615000 0.236000 0.069000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.455000 0.130000 0.107000 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.53000 0.244000 0.074000 58 0					
44 0.795000 0.493000 0.191000 0.049000 45 0.820000 0.587000 0.401000 0.213000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.021000 48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 49 0.819000 0.607000 0.263000 0.108000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.504000 0.174000 0.031000 52 0.807000 0.615000 0.236000 0.069000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.455000 0.130000 0.107000 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.528000 0.167000 0.074000 57 0.803000 0.522000 0.166000 0.048000 58 0					
45 0.820000 0.587000 0.401000 0.213000 46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.021000 48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 49 0.819000 0.607000 0.263000 0.108000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.504000 0.174000 0.031000 52 0.807000 0.615000 0.236000 0.069000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.455000 0.130000 0.025900 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.553000 0.214000 0.064000 58 0.779000 0.528000 0.167000 0.076000 59 0.793000 0.521000 0.167000 0.035000 61 0					
46 0.838000 0.595000 0.237000 0.078000 47 0.791000 0.466000 0.153000 0.021000 48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 49 0.819000 0.607000 0.263000 0.108000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.504000 0.174000 0.031000 52 0.807000 0.615000 0.236000 0.069000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.455000 0.130000 0.025000 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.563000 0.240000 0.074000 57 0.803000 0.530000 0.214000 0.076000 58 0.779000 0.522000 0.167000 0.076000 59 0.793000 0.521000 0.167000 0.035000 61 0					
47 0.791000 0.466000 0.153000 0.021000 48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 49 0.819000 0.607000 0.263000 0.108000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.504000 0.174000 0.031000 52 0.807000 0.615000 0.236000 0.069000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.455000 0.130000 0.025000 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.563000 0.240000 0.074000 57 0.803000 0.528000 0.167000 0.076000 58 0.779000 0.522000 0.167000 0.076000 59 0.793000 0.521000 0.167000 0.035000 60 0.790000 0.521000 0.167000 0.035000 61 0					
48 0.786000 0.563000 0.292000 0.106000 49 0.819000 0.607000 0.263000 0.108000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.504000 0.174000 0.031000 52 0.807000 0.615000 0.236000 0.069000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.455000 0.130000 0.025000 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.563000 0.240000 0.074000 57 0.803000 0.53000 0.214000 0.076000 58 0.779000 0.522000 0.167000 0.076000 59 0.793000 0.522000 0.167000 0.035000 60 0.790000 0.521000 0.167000 0.035000 61 0.801000 0.55000 0.204000 0.061000 62 0.8					
49 0.819000 0.607000 0.263000 0.108000 50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.504000 0.174000 0.031000 52 0.807000 0.615000 0.236000 0.069000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.455000 0.130000 0.025900 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.563000 0.244000 0.0744000 57 0.803000 0.530000 0.214000 0.076000 58 0.779000 0.522000 0.167000 0.048000 59 0.793000 0.522000 0.166000 0.048000 60 0.790000 0.521000 0.167000 0.035000 61 0.801000 0.521000 0.167000 0.061000 62 0.839000 0.555000 0.201000 0.061000 64					
50 0.813000 0.566000 0.275000 0.087000 51 0.778000 0.504000 0.174000 0.031000 52 0.807000 0.615000 0.236000 0.069000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.455000 0.130000 0.025000 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.563000 0.240000 0.074000 57 0.803000 0.530000 0.214000 0.076000 58 0.779000 0.528000 0.167000 0.076000 59 0.793000 0.522000 0.166000 0.048000 60 0.790000 0.551000 0.167000 0.035000 61 0.801000 0.5521000 0.167000 0.061000 62 0.839000 0.550000 0.204000 0.061000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65					
51 0.778000 0.504000 0.174000 0.031000 52 0.807000 0.615000 0.236000 0.069000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.455000 0.130000 0.025000 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.563000 0.240000 0.074000 57 0.803000 0.530000 0.214000 0.076000 58 0.779000 0.5228000 0.167000 0.076000 59 0.793000 0.522000 0.166000 0.048000 60 0.790000 0.521000 0.167000 0.035000 61 0.801000 0.521000 0.167000 0.061000 62 0.839000 0.560000 0.204000 0.061000 63 0.786000 0.554000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000					
52 0.807000 0.615000 0.236000 0.069000 53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.455000 0.130000 0.025000 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.563000 0.240000 0.074000 57 0.803000 0.528000 0.167000 0.076000 58 0.779000 0.522000 0.166000 0.048000 60 0.790000 0.573000 0.241000 0.076000 61 0.801000 0.521000 0.167000 0.035000 62 0.839000 0.560000 0.204000 0.061000 63 0.786000 0.555000 0.201000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000					
53 0.826000 0.552000 0.207000 0.030000 54 0.781000 0.455000 0.130000 0.025000 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.563000 0.240000 0.074000 57 0.803000 0.530000 0.214000 0.064000 58 0.779000 0.528000 0.167000 0.076000 59 0.793000 0.522000 0.166000 0.048000 60 0.790000 0.573000 0.241000 0.076000 61 0.801000 0.521000 0.167000 0.035000 62 0.839000 0.560000 0.204000 0.061000 63 0.786000 0.555000 0.201000 0.059000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000					
54 0.781000 0.455000 0.130000 0.025000 55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.563000 0.240000 0.074000 57 0.803000 0.528000 0.167000 0.076000 58 0.779000 0.522000 0.166000 0.048000 59 0.793000 0.573000 0.241000 0.076000 60 0.790000 0.551000 0.167000 0.035000 61 0.801000 0.551000 0.204000 0.061000 62 0.839000 0.555000 0.201000 0.061000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000					
55 0.808000 0.548000 0.259000 0.107000 56 0.813000 0.563000 0.240000 0.074000 57 0.803000 0.530000 0.214000 0.064000 58 0.779000 0.528000 0.167000 0.048000 59 0.793000 0.522000 0.166000 0.048000 60 0.790000 0.573000 0.241000 0.035000 61 0.801000 0.521000 0.167000 0.035000 62 0.839000 0.560000 0.204000 0.061000 63 0.786000 0.555000 0.201000 0.059000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000					
56 0.813000 0.563000 0.240000 0.074000 57 0.803000 0.530000 0.214000 0.064000 58 0.779000 0.528000 0.167000 0.048000 59 0.793000 0.522000 0.166000 0.048000 60 0.790000 0.573000 0.241000 0.035000 61 0.801000 0.521000 0.167000 0.061000 62 0.839000 0.560000 0.204000 0.061000 63 0.786000 0.555000 0.201000 0.059000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000					
57 0.803000 0.530000 0.214000 0.064000 58 0.779000 0.528000 0.167000 0.076000 59 0.793000 0.522000 0.166000 0.048000 60 0.790000 0.573000 0.241000 0.035000 61 0.801000 0.521000 0.167000 0.061000 62 0.839000 0.560000 0.204000 0.061000 63 0.786000 0.555000 0.201000 0.059000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000	56	0.813000	0.563000	0.240000	0.074000
59 0.793000 0.522000 0.166000 0.048000 60 0.790000 0.573000 0.241000 0.035000 61 0.801000 0.521000 0.167000 0.061000 62 0.839000 0.560000 0.204000 0.061000 63 0.786000 0.555000 0.201000 0.059000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000		0.803000	0.530000	0.214000	0.064000
60 0.790000 0.573000 0.241000 0.076000 61 0.801000 0.521000 0.167000 0.035000 62 0.839000 0.560000 0.204000 0.061000 63 0.786000 0.555000 0.201000 0.061000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000	58	0.779000	0.528000	0.167000	0.076000
61 0.801000 0.521000 0.167000 0.035000 62 0.839000 0.560000 0.204000 0.061000 63 0.786000 0.555000 0.201000 0.061000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000	59	0.793000	0.522000	0.166000	0.048000
62 0.839000 0.560000 0.204000 0.061000 63 0.786000 0.555000 0.201000 0.061000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000	60	0.790000	0.573000	0.241000	0.076000
62 0.839000 0.560000 0.204000 0.061000 63 0.786000 0.555000 0.201000 0.061000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000	61	0.801000	0.521000	0.167000	0.035000
63 0.786000 0.555000 0.201000 0.061000 64 0.797000 0.564000 0.233000 0.059000 65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000					
65 0.786000 0.527000 0.161000 0.044000 66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000		0.786000	0.555000	0.201000	0.061000
66 0.823000 0.541000 0.225000 0.077000					
	65	0.786000	0.527000	0.161000	0.044000
67 0.790000 0.525000 0.188000 0.073000 	66	0.823000	0.541000	0.225000	0.077000
	67	0.790000	0.525000	0.188000	0.073000

```
68 0.808000 0.586000
                           0.269000
                                        0.113000
 69 0.831000 0.600000
                           0.367000
                                        0.146000
    0.778000 0.481000
                           0.136000
                                        0.045000
 70
    0.781000 0.544000
                           0.176000
                                        0.051000
 72
    0.808000 0.543000
                           0.260000
                                        0.075000
    0.776000 0.534000
                           0.164000
                                        0.053000
    0.818000 0.546000
                           0.167000
                                        0.058000
    0.821000 0.551000
                           0.219000
                                        0.065000
 75
    0.809000 0.614000
                           0.252000
                                        0.107000
 77
    0.809000 0.558000
                           0.199000
                                        0.046000
    0.793000 0.488000
                           0.169000
                                        0.031000
 78
    0.824000 0.544000
                           0.234000
                                        0.070000
    0.825000 0.554000
                           0.230000
                                        0.046000
 80
    0.806000 0.506000
                           0.152000
                                        0.037000
    0.823000 0.541000
                           0.199000
                                        0.061000
                                        0.024000
 83
    0.785000 0.539000
                           0.132000
    0.797000 0.560000
                           0.245000
                                        0.097000
 85
    0.783000 0.524000
                           0.123000
                                        0.035000
    0.797000 0.561000
                           0.203000
                                        0.041000
 86
 87
    0.777000 0.528000
                           0.145000
                                        0.024000
    0.791000 0.501000
                                        0.038000
 88
                           0.195000
    0.775000 0.567000
                           0.194000
                                        0.057000
 90
    0.801000 0.521000
                           0.224000
                                        0.078000
    0.777000 0.493000
                           0.135000
                                        0.025000
    0.817000 0.549000
                           0.239000
                                        0.060000
    0.759000 0.489000
                           0.143000
                                        0.027000
 93
    0.813000 0.549000
                           0.167000
                                        0.035000
 95
    0.809000 0.589000
                           0.213000
                                        0.050000
                           0.272000
                                        0.090000
 96
    0.828000 0.558000
    0.782000 0.553000
                           0.202000
                                        0.066000
    0.823000 0.626000
 98
                           0.364000
                                        0.108000
    0.819000 0.557000
                           0.182000
                                        0.044000
 99
100 0.809000 0.525000
                           0.181000
                                        0.045000
```

Рассчитаем выборочные средние и исправленные оценки дисперсии для каждой характеристики и для каждого n.

In [10]:

```
cov = [[0, 0]  for i in range(4)]
                                                              #список ковариаций
r = [[0, 0] \text{ for i in } range(4)]

med = [[0 \text{ for i in } range(4)] \text{ for j in } range(4)]
                                                              #список коэффициентов корреляции
                                                              #список с выборочными средними
s = [[0 \text{ for } i \text{ in } range(4)] \text{ for } j \text{ in } range(4)]
                                                              #СПИСОК С ИСПРАВЛЕННЫМИ ЛИСПЕРСИЯМИ
sigma = [0 \text{ for } i \text{ in } range(4)]
                                                              #список с половинными ср.кв.отклонениями для п = 100
n = [10, 25, 50, 100]
                                                              #необходимые значения п согласно условию
for i in range(4):
                                                              #проходимся по каждой индексам п
    for k in range(4):
                                                              #проходимся по каждой величине
         for j in range(n[i]):
                                                              #проходимся по n значениям из dataset
              med[i][k] += dataset[k][j]
         med[i][k] = med[i][k] / n[i]
         for j in range(n[i]):
              s[i][k] += (dataset[k][j] - med[i][k])**2
s[i][k] = s[i][k] / (n[i] - 1) for i in range(4):
    sigma[i] = math.sqrt(s[3][i]) / 2
for i in range(4):
    for j in range(n[i]):
         cov[i][0] += (dataset[0][j] - med[i][0]) * (dataset[1][j] - med[i][1])
cov[i][1] += (dataset[2][j] - med[i][2]) * (dataset[3][j] - med[i][3])
    cov[i][0] /= (n[i] - 1)
    cov[i][1] /= (n[i] - 1)
for i in range(4):
    r[i][0] = cov[i][0] / math.sqrt(s[i][0] * s[i][1])
r[i][1] = cov[i][1] / math.sqrt(s[i][2] * s[i][3])
med = np.array(med).transpose()
                                                            #транспонируем матрицу для формирования таблицы,
                                                            #так как каждая строка матрицы соответствует
                                                            #определенному значению п, нам нужно сделать
                                                            #соответствие каждой строки определенной величине
s = np.array(s).transpose()
sigma = np.array(sigma).transpose()
cov = np.array(cov).transpose()
r = np.array(r).transpose()
```

Сформируем необходимые таблицы.

```
In [11]:
```

Выборочные средние:

Out[11]:

```
n med UTIL 1 med UTIL 2 med AVE.CONT 1 med AVE.CONT 2
10
      0.798300
                  0.536200
                                   0.200100
                                                    0.061300
 25
      0.802840
                  0.548760
                                   0.217200
                                                    0.073480
      0.802180
                 0.546220
                                   0.217560
                                                    0.072140
50
100
      0.801610
                  0.544730
                                   0.210430
                                                    0.065650
```

In [12]:

Исправленные выборочные оценки дисперсии:

Out[12]:

n sigma^2 UTIL 1 sigma^2 UTIL 2 sigma^2 AVE.CONT 1 sigma^2 AVE.CONT 2

10	0.000345	0.000579	0.002204	0.000561
25	0.000301	0.001498	0.003809	0.001362
50	0.000379	0.001563	0.004395	0.001662
100	0.000357	0.001350	0.003550	0.001217

In [13]:

Половинные средние квадратические отклонения для n = 100:

Out[13]:

n sigma/2 UTIL 1 sigma/2 UTIL 2 sigma/2 AVE.CONT 1 sigma/2 AVE.CONT 2

100	0.009446	0.018374	0.029791	0.017444

Чтобы вычислить необходимые диапазоны, определим функицю delta, с помощью которой будем вычислять число диапазонов. Далее в список span запишем значения всех необходимых диапазонов для различных характеристик.

In [14]:

```
def delta(n):
    return math.ceil((max(dataset[n]) - min(dataset[n])) / sigma[n])

span = [[min(dataset[i]) + sigma[i] * j for j in range(delta(i) + 1)] for i in range(4)] #диапазоны
```

Заполним значения гисторграммы, предварительно отсортировав списки dataset.

In [19]:

```
k = 0
flag = 0
gist = [[0 for i in range(len(span[j]) - 1)] for j in range(4)] #спискок значений гистограммы
for i in range(4):
    dataset[i].sort()
    for j in range(100):
        if(dataset[i][j] < span[i][k+1]):
            gist[i][k] += 1
        else:
            k += 1
            gist[i][k] += 1
        k = 0</pre>
```

Проверим соответствие условию задачи: если крайние значения < 5, о объединяем диапазоны.

In [20]:

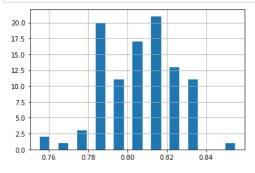
```
for i in range(4):  #проверяем условие для крайних значений диапазона
    del span[i][0]  #удаляем первый элемент для соответствия размерностей векторов
    if(gist[i][0] < 5):
        gist[i][1] += gist[i][0]
        del gist[i][0]
        del span[i][0]
        flag += 1

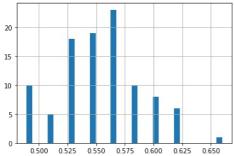
    if(gist[i][len(gist[i]) - flag - 1] < 5):
        gist[i][len(gist[i]) - flag - 2] += gist[i][len(gist[i]) - flag - 1]
        del gist[i][len(gist[i]) - flag - 1]
        del span[i][len(span[i]) - flag - 1]
    flag = 0</pre>
```

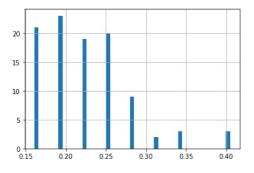
Построим гистограммы.

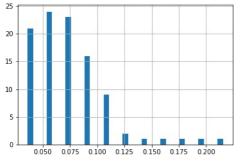
In [22]:

```
x = [[i for i in range(len(gist[j]))] for j in range(4)]
for i in range(4):
    fig = plt.figure()
    plt.bar(span[i], gist[i], 0.005,)
    plt.grid(True)
```









2.2 Сформируем таблицы ковариаций и коэффициентов корреляции.

In [15]:

Out[15]:

n	cov UTIL	cov AVE.CONT	r UTIL	r AVE.CONT	
10	0.000196	0.000943	0.437873	0.848239	
25	0.000400	0.002161	0.595537	0.948661	
50	0.000503	0.002559	0.654403	0.946883	
100	0.000413	0.001899	0.594679	0.913428	

2.3 Рассчитаем доверительные интервалы.

In [16]:

```
n = [10, 10, 25, 25, 60, 60]
med_60 = [0 for i in range(4)]
s_60 = [0 for i in range(4)]
for k in range(4):
    for i in range(60):
        med_60[k] += dataset[k][i]
    med_60[k] /= 60
    for i in range(60):
        s_60[k] = (dataset[k][i] - med_60[k]) ** 2
s_60[k] /= 59
```

Зададим значения параметров tn (n-1)(a), исходя из таблицы для a=0.1 и a=0.01.

In [17]:

```
tn = [1.83, 3.25, 0.71, 2.8, 1.67, 2.66]
trust l = [[0 for i in range(4)] for i in range(6)]
trust_r = [[0 for i in range(4)] for i in range(6)]
for i in range(2):
    for j in range(4):
        trust_l[i][j] = med[j][0] - tn[i] * s[j][0] / math.sqrt(10)
        trust_r[i][j] = med[j][0] + tn[i] * s[j][0] / math.sqrt(10)

for i in range(2):
    for j in range(4):
        trust_l[2 + i][j] = med[j][1] - tn[2 + i] * s[j][1] / math.sqrt(25)
        trust_r[2 + i][j] = med[j][1] + tn[2 + i] * s[j][1] / math.sqrt(25)

for i in range(2):
    for j in range(4):
        trust_l[4 + i][j] = med_60[j] - tn[4 + i] * s_60[j] / math.sqrt(60)
        trust_r[4 + i][j] = med_60[j] + tn[4 + i] * s_60[j] / math.sqrt(60)

trust_l = np.array(trust_l).transpose()
```

Сформируем таблицу.

In [18]:

Out[18]:

n UTIL 1 left UTIL 1 right UTIL 2 left UTIL 2 right A.C 1 left A.C 1 right A.C 2 left A.C 2 right

10	0.798100	0.798500	0.535865	0.536535	0.198824	0.201376	0.060975	0.061625
10	0.797945	0.798655	0.535605	0.536795	0.197835	0.202365	0.060724	0.061876
25	0.802797	0.802883	0.548547	0.548973	0.216659	0.217741	0.073287	0.073673
25	0.802672	0.803008	0.547921	0.549599	0.215067	0.219333	0.072717	0.074243
60	0.801450	0.801450	0.545014	0.545020	0.215198	0.215202	0.070117	0.070117
60	0.801449	0.801451	0.545012	0.545021	0.215196	0.215204	0.070116	0.070117