

TTT4280 Sensorer og instrumentering

Øving 3 – Retningsbestemmelse og feilforplantning

Oppgaver

DJ Svensson skal stå for musikken på bussen til Peter i årets russefest. Hun har prøvekjørt lyd-anlegget i bussen grundig, og bekymrer seg for en rar lyd, som hun har hørt ved flere lydtester. Hun er usikker på hvor lyden kommer fra, så hun har fått låne en testprobe av Peter til feilsøkingen. Hun trenger nå din hjelp til å forstå hvordan man bruker den. Du tenker umiddelbart ut en strategi for DJ Svensson, som beskrives i oppgavene her. Alle lydbølger kan antas å være plane.

Testproben til Peter er et mikrofonaarray med to mikrofoner, M_1 og M_2 , som i Figur 1. En plan lydbølge har en innfallsretning som gir en vinkel θ mot aksen gjennom de to mikrofonene. Lydbølgen kommer da å ha en lengre gangveg, x til mikrofon M_2 enn til mikrofon M_1 . Vi kjenner avstanden d mellom mikrofonene, og lydhastigheten c .

1. Vi kan finne, ved hjelp av krysskorrelasjon, hvor stor tidsforsinkelsen, τ , er mellom signalet som treffer mikrofon M_1 og M_2 . Hva er uttrykket for $\cos \theta$ hvis vi kjenner τ , d , og c ?
2. Etter litt testing og utregning har du funnet tidsforsinkelsen, τ , mellom de to mikrofon-signalene. Nå ønsker du å beregne en funksjon, f :

$$f = \frac{c\tau}{d}$$

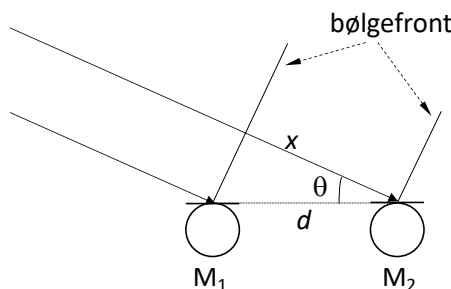
hvor c og d er som i oppgave 1, og antas kjent.

- (a) Vi antar at vi kan beregne tidsforsinkelsen med en relativ usikkerhet på 1 %, og avstanden d med en relativ usikkerhet på 2 %, dvs

$$\left| \frac{\Delta \tau}{\tau} \right|_{\text{maks}} = 0,01, \quad \left| \frac{\Delta d}{d} \right|_{\text{maks}} = 0,02$$

Videre hevder vi at vi kjenner lydhastigheten c nøyaktig, slik at c har null usikkerhet. Skriv et uttrykk for maksimal relativ feil for verdien av f , dvs

$$\left| \frac{\Delta f}{f} \right|_{\text{maks}}$$



Figur 1: Et mikrofonaarray med to mikrofonelementer, M_1 og M_2 .

(b) Er den maksimale relative feilen avhengig av *verdien* av c, τ eller d (eller f)?

(c) Vi antar at feilen i våre estimat av τ og d har en uniform fordeling. Gjør en numerisk simulering i Python for å beregne numerisk hva $\left| \frac{\Delta f}{f} \right|_{\text{maks}}$ blir. Får du samme verdi som den teoretiske verdien?

Hint: Du kan gjøre en såkalt Monte-Carlo simulering i Python, som kan begynne slik (fortsett å utvikle scriptet, for å beregne på slutten hva `max(fvec)` og `min(fvec)` er):

```
import numpy as np
nrand = int(1e4)
# uniformt fordelte verdier mellom 0.99 og 1.01
tauvec = (1 + 2*0.01*(np.random.rand(nrand) - 0.5))
```

3. DJ Svensson sier seg imponert over problemløsningsevnen din. Styrket av fremgangen i oppgave 2, og DJ Svensson sin tilbakemelding, prøver du på neste trinn: du ønsker egentlig å beregne en funksjon θ :

$$\theta = \cos^{-1} f = \cos^{-1} \frac{c\tau}{d}$$

(a) Utled et uttrykk for maksimal relativ feil for verdien av θ , dvs

$$\left| \frac{\Delta \theta}{\theta} \right|_{\text{maks}}$$

(b) Er den maksimale relative feilen avhengig av *verdien* av c, τ eller d (eller θ)?

(c) Vi antar at feilen i våre estimat av τ og d har en uniform fordeling. Gjør en numerisk simulering i Python for å beregne numerisk hva $\left| \frac{\Delta \theta}{\theta} \right|_{\text{maks}}$ blir.

Hint 1: gjør simuleringen for et antall forskjellige verdier av θ .

Hint 2: da uttrykket for θ inneholder \cos^{-1} så betyr det at $c\tau$ må være $\leq d$. Men, i en numerisk simulering med stokastisk variasjon, så kommer noen av simuleringene å gi $c\tau > d$. Du kan velge å fjerne disse “outlierne”.

4. Noen timer senere er det lunsj, og i det du skal sette tennene dine i din brødiskive med makrell i tomat kommer DJ Svensson med følgende innspill til deg.

— Du, det er jo ikke sikkert at feilen i avstand kan bli én prosent eller to prosent som størst. Den kan sikkert bli mye større ved sjeldne anledninger, fordi feilen oppfører seg ikke nødvendigvis som ved et terningkast.

Nå innser du plutselig at dine feilestimat ikke var helt riktige; du kjenner ikke *maks relativ feil* $\left| \frac{\Delta \tau}{\tau} \right|_{\text{maks}}$, etc, uten det er faktisk de *relative standardavvikene* som du kjenner (estimat for):

$$\frac{\sigma_{\tau}}{\tau} = 0,01, \quad \frac{\sigma_d}{d} = 0,02$$

Hva er da relative standardavviket for estimatet av θ , dvs $\frac{\sigma_{\theta}}{\theta}$?