TTT4280 Sensorer og instrumentering
Øving 4 – Akustikk og feilforplanting

Oppgaver

Når man måler lyd, eller, sagt på en annen måte, gjør lydopptak, der vi er spesielt interessert i at lyden som måles er så lik som mulig som den som produseres fra lydkilden, er et rom sin akustikk viktig. Lyden fra lydkilden kan reflekteres fra rommets vegger før det blandes med den originale kildens lyd (ekko), som resulterer i en lydklang som er avhengig av rommets form. Man er som regel mer interessert i å høre lyden fra en artists stemme eller musikkinstrument uten at det bærer preg av å være tatt opp i et lite opptaksrom.

For å få bukt med dette, kan man installere en lydabsorbent på veggene som fanger opp lyden istedenfor å reflektere den tilbake.

1. For å kunne vurdere evnen til å absorbere lyd til et materiale, må man finne lydabsorpsjonsfaktoren. Når man skal finne lydabsorpsjonsfaktoren, $\alpha_{\text{absorbent}}$, for en lydabsorbent, så måler man den såkalte etterklangstiden, T_{60}, to ganger i et rom: en gang uten lydabsorbenten, og en gang med lydabsorbenten. Da kan man finne $\alpha_{\text{absorbent}}$ ved hjelp av sammenhengen
$$\alpha_{\text{absorbent}} = \frac{24V \ln 10}{cS_{\text{absorbent}}} \left(\frac{1}{T_{60,\text{med}}} - \frac{1}{T_{60,\text{uten}}} \right), \tag{1}$$
hvor V er rommets volum, i m^3, c er lydhastigheten, i m/s, $S_{\text{absorbent}}$ er absorbentprøvens areal, i m^2, og T_{60} er etterklangstiden, i s.

   (a) Vi gjør antakelsen at det er en måleusikkerhet for $T_{60,\text{med}}$ og $T_{60,\text{uten}}$, men at vi kan se bort fra usikkerheten for V, c og $S_{\text{absorbent}}$. Utled et uttrykk for forventet standardavvik for $\alpha_{\text{absorbent}}$ når vi kjenner standardavvikene for (de to målingene av) T_{60}. Vi gjør også antakelsen at usikkerhetene er normalfordelt og uavhengig.

   (b) Du gjør to sett med åtte (8) målinger av T_{60}:, et sett med og et sett uten lydabsorbent:

$T_{60,\text{med}}$	3,14 s	3,15 s	3,92 s	3,65 s	3,35 s	3,89 s	3,79 s	3,32 s
$T_{60,\text{uten}}$	4,28 s	4,28 s	4,13 s	3,76 s	4,14 s	4,33 s	4,10 s	4,21 s

   Beregn et estimat for standardavviket for $\alpha_{\text{absorbent}}$, hvis $V = 240$ m^3 , $S_{\text{absorbent}} = 10$ m^2, og $c = 343{,}4$ m/s.

   (c) Beregn et 95% konfidensintervall for $\alpha_{\text{absorbent}}$ basert på estimatet for standardavviket i (b).

2. Lydens hastighet er ikke konstant, og kan variere avhengig av både rommets temperatur og trykk. Heldigvis kan vi måle hastigheten uten slik kunnskap ved å måle tiden det tar fra lydens produksjon ved posisjon $y_0 = 0$ ved tid $t_0 = 0$, til lyden tas opp ved en høytaler på posisjon y ved tid t. Vi forventer en lineær sammenheng mellom reisetiden t og avstanden lyden reiser y, altså
$$y = kt, \tag{2}$$

der k er lydens hastighet.

Vi ønsker å estimere k ved hjelp av n målinger av t-verdier og y-verdier. Utled et uttrykk for et estimat av parameteren k i lign. 2, ifølge minste kvadraters metode (LMS).

3. Vi skal nå se på hva som skjer om man estimerer en distanse d mellom to målte punkter x og y, med måleusikkerhet gitt av

$$x = x_{sann} + \xi, \qquad \xi \sim N(0, \sigma_x)$$

$$y = y_{sann} + \eta, \qquad \eta \sim N(0, \sigma_x)$$

hvor σ_x, standardavviket for feilen, er lik for begge målingene, x og y.

(a) Er forventet verdi for $d = y - x$ lik den teoretisk riktige verdien $d_{sann} = y_{sann} - x_{sann}$?

(b) Hva er standardavviket for d?

(c) Du prøver så å beregne avstanden med $d = \sqrt{(y-x)^2}$ (som en forberedelse for å ta med målinger i én eller to dimensjoner til). Hva blir standardavviket for d da?

(d) Du tar nå mange sampler av x og y og tar en middelverdi for å minske usikkerheten i estimatet av d. For å slippe bryet med å ta kvadratroten så mange ganger tar du like godt middelverdien av $d_i^2 = (y_i - x_i)^2$, dvs d_i^2 i stedet for $d_i = \sqrt{(y_i - x_i)^2}$, og venter heller med å ta kvadratroten til slutt. Hva er forventet verdi for d^2, hvis du tar middelverdien av mange målinger av $(y_i - x_i)^2$? Er kvadratroten av middelverdien til d^2 en forventningsrett estimator?

Hint: $y = (c+\xi)^2 = c^2 + 2c\xi + \xi^2 \Rightarrow E[y] = c^2 + 2cE[\xi] + E\left[\xi^2\right]$, der c er en konstant. Gitt at man vet at $E[\xi] = 0$ og at $E\left[\xi^2\right] = \sigma^2 \Rightarrow y = c^2 + \sigma^2$