



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - CAMPUS APUCARANA

Lissa Guirau Kawasaki

RELATÓRIO TÉCNICO - MÁQUINA DE TURING

Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade



APUCARANA – PR

2024

Lissa Guirau Kawasaki

RELATÓRIO TÉCNICO - MÁQUINA DE TURING

Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

Trabalho apresentado à disciplina de
Linguagens Formais, Autômatos e
Computabilidade do curso de Bacharelado
em Ciência da Computação.

Professor: Guilherme Henrique de Souza
Nakahata.

APUCARANA – PR

2024

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	04
CAPÍTULO 1: OBJETIVOS	05
CAPÍTULO 2: MOTIVAÇÃO E RECURSOS UTILIZADOS	06
2.1 Motivação	06
2.3 Linguagem de programação e demais informações	06
2.2 Estrutura de Dados	06
CAPÍTULO 3: RESULTADOS	11
CONCLUSÃO	14
REFERÊNCIAS	11

INTRODUÇÃO

A área relacionada a Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade se destaca como fundamental para a compreensão dos princípios de processamento e manipulação da informação. Essa área engloba conceitos abstratos que permitem a análise de linguagem, de comportamento de máquinas e os limites da computação. As Linguagens Formais servem como a base para a construção de sistemas computacionais. Dentro desta área, encontramos a Hierarquia de Chomsky, a classificação, numérica de 0 a 4, das linguagens formais pelas suas restrições, complexidades e liberdade em suas regras. Conhecida como tipo-0 na hierarquia, a linguagem recursivamente enumerável é uma linguagem formal para a qual existe uma máquina de Turing que irá parar e aceitar quando a entrada de um usuário pertencer à linguagem apresentada e que pode parar e rejeitar ou ficar em um loop infinito quando a entrada não pertencer à linguagem.

Uma máquina de Turing (MT) é constituída por conjuntos finitos de estados, uma fita dividida em células, e uma cabeça que pode realizar a leitura e escrita da entrada de um usuário, que atua sobre a célula da fita, analisando uma posição de cada vez. Foi desenvolvida secretamente para o Governo Inglês, durante a Segunda Guerra Mundial, por Alan Turing, que conseguiu decifrar a máquina criptográfica sofisticada criada pelos Alemães, para manterem as suas comunicações secretas. Para alcançar este feito, Turing concebeu teoricamente a “máquina de Turing”, que lhe permitiu desenvolver uma máquina computacional que decifrava a famosa “Enigma”, máquina de criptografia alemã, isto após os aliados terem conseguido capturar um desses equipamentos.

OBJETIVOS

Alan Turing apresentou ao mundo um modelo teórico: a Máquina de Turing, essa criação moldou as bases para a ciência da computação moderna e definiu os princípios fundamentais da programação, sendo capaz de simular qualquer outra máquina computacional, desde as mais simples até as mais complexas.

Ao programar uma Máquina de Turing, estamos, na prática, treinando a lógica de programação por trás ao instruir a máquina a realizar uma tarefa específica, sendo feito através de um conjunto de instruções detalhadas que definem como o cabeçote deve se mover na fita, quais símbolos ele deve ler e escrever e em quais condições ele deve mudar de estado. Dessa forma, podemos visualizar como algoritmos funcionam passo a passo, entendendo os mecanismos internos e abrindo caminhos para estudos em áreas influenciadas pela máquina, como matemática, criptografia e inteligência artificial. O objetivo principal do código fonte de uma Máquina de Turing (MT) é interpretar as características de um conjunto de estados que definem a máquina, permitindo que ela avalie e aceite palavras de acordo com as regras da linguagem especificadas nas transições. O código-fonte da MT opera em duas frentes principais, fazendo a análise da linguagem, através da leitura das transições e validação de símbolos e palavras, e analisando e manipulando a fita, realizando a leitura e escrita dos símbolos conforme as instruções das transições, e modificando a fita de acordo com as regras da linguagem, adicionando, removendo e substituindo símbolos durante o processo de análise. Através da interpretação das transições e do controle preciso das operações, o código-fonte permite que a MT realize suas tarefas com eficiência e precisão.

MOTIVAÇÃO E RECURSOS UTILIZADOS

2.1 Motivação.

Dentro do mundo da Ciência da Computação, a Máquina de Turing se torna uma ferramenta essencial e programar uma Máquina de Turing pode servir como base sólida para o aprendizado de linguagens de programação reais. Através da experiência prática com conceitos como estados, transições e símbolos, é possível dominar as sintaxes e estruturas, explorar recursos de manipulação de símbolos para criptografar e descriptografar mensagens e desenvolver compiladores e modelos computacionais, desde autômatos finitos até redes neurais artificiais.

Dominar o código-fonte da Máquina de Turing significa entender de forma profunda as complexidades da análise da linguagem e da manipulação de fitas, permitindo-nos explorar áreas da computação, aprimorar habilidades, compreender e dominar uma ferramenta fundamental para o mundo moderno.

2.2 Linguagem de Programação.

Para o código, foi utilizado a linguagem de programação Java, que se destaca como uma linguagem de programação robusta, multiplataforma e orientada a objetos, oferecendo uma base sólida para o desenvolvimento de softwares de alta qualidade e escaláveis. Sua versatilidade, robustez e facilidade de manipulação a tornam uma linguagem pertinente acerca do projeto apresentado em questão.

2.3 Estrutura de Dados.

- Classe Fita:

A classe Fita é responsável por representar e gerenciar a fita da Máquina de Turing. Seus métodos permitem que a máquina leia, escreva e navegue na fita, facilitando a implementação e o uso. Ela possui os seguintes elementos:

Variáveis de Instância:

- Fita: Um array de caracteres que armazena os símbolos na fita.
- PosicaoCabeca: Uma variável inteira que indica a posição atual da cabeça de leitura/escrita na fita.

Construtores:

- Fita (Entrada do Usuário) Inicializa a fita com a palavra de entrada fornecida, e adiciona espaços em branco para evitar que a cabeça saia dos limites da fita. A posição da cabeça é inicializada no índice 0.

Métodos:

- lerSimbolo(): Retorna o símbolo na posição atual da cabeça.
- escreverSimbolo(char símbolo): Escreve o símbolo fornecido na posição atual da cabeça.
- moverCabeca(char direção): Move a cabeça de leitura/escrita para a direita ('R') ou para a esquerda ('L').
- posicaoValida(): Verifica se a posição da cabeça está dentro dos limites da fita.
- toString(): Retorna a fita em formato de string, destacando a posição da cabeça com colchetes.

- **Classe Transição.**

A classe Transição representa uma transição em uma Máquina de Turing. Ela encapsula as regras necessárias para definir como a máquina deve se comportar em um determinado estado, quando lê um símbolo específico na fita. A classe possui os seguintes elementos:

Variáveis de Instância:

- Próximo Estado: Uma string que armazena o nome do próximo estado para o qual a máquina deve ler.

- Símbolo Fita: Um caractere que representa o símbolo que a máquina deve substituir na fita para que a transição seja aplicável.
- Direção: Um caractere que indica para onde a cabeça de leitura/escrita da máquina deve se mover após a transição ser aplicada.

Construtor:

- Transição(String proximoEstado, char simboloFita, char direcao): Inicializa uma transição com os valores fornecidos para o próximo Estado, o símbolo da fita e a direção.

Métodos Getters:

As variáveis de instância da classe são privadas, o que significa que só podem ser acessadas através dos métodos getters. Dessa forma, os métodos getters permitem que o código externo acesse os valores das variáveis de instância de uma transição.

- getProximoEstado(): Retorna o nome do próximo estado para o qual a máquina deve mudar.
- getsimboloFita(): Retorna o símbolo que a máquina deve substituir na fita para que a transição seja aplicável.
- getDireção(): Retorna o caractere que indica para onde a cabeça de leitura/escrita da máquina deve se mover após a transição ser aplicada.

Ao armazenar informações sobre o próximo estado, o símbolo a ser lido e a direção do movimento da cabeça, a classe Transição permite que a máquina navegue na fita e modifique seus estados de acordo com as regras definidas.

- **Classe MáquinaDeTuring**

A classe MáquinaDeTuring é a principal classe para a execução da Máquina de Turing, encapsulando todos os elementos necessários para simular a execução desejada. Ela possui os seguintes atributos:

Variáveis de Instância:

- Estados: Uma lista que armazena os estados inseridos pelo usuário.
- Símbolos: Uma lista que armazena os símbolos permitidos na fita..
- Símbolos Fita: Uma lista que armazena os símbolos adicionais utilizados na fita..
- Estado Inicial: Uma string que indica o estado inicial..
- Estados Finais: Uma lista que armazena os estados finais.
- Função Transição: Uma matriz bidimensional que armazena as transições da Máquina de Turing. Cada elemento da matriz representa uma transição e contém informações sobre o próximo estado, o símbolo a ser escrito e a direção do movimento da cabeça.
- Marcador Início: Um caractere que representa o marcador de início e fim da fita da Máquina de Turing.

Construtor:

- `MaquinaDeTuring(ArrayList<String> estados, ArrayList<Character> simbolos, ArrayList<Character> simbolosFita, String estadoInicial, ArrayList<String> estadosFinais, Transicao[][] funcaoTransicao, Character marcadorInicio)`: Inicializa a Máquina de Turing com os valores fornecidos para todos os seus atributos.

Método executarMT():

- Este método é o principal responsável por executar a Máquina de Turing. Ele realiza as seguintes etapas:
 1. Lê uma palavra do usuário através da entrada padrão.
 2. Inicializa a fita com a palavra de entrada e o marcador de início.
 3. Define o estado atual como o estado inicial.
 4. Entra em um loop principal que executa as seguintes ações a cada iteração:
 - Lê o símbolo atual na fita.
 - Obtém os índices do estado atual e do símbolo atual nas listas de estados e símbolos da fita.
 - Recupera a transição correspondente na matriz `funcaoTransicao`.

- Verifica se os índices obtidos e a transição são válidos.
- Se todas as condições forem válidas, imprime-se as informações sobre o estado atual, o símbolo atual, a fita, e a próxima transição, escreve o símbolo da transição na fita, move a cabeça de leitura/escrita na direção indicada pela transição, atualiza o estado atual para o próximo estado da transição e verifica se o estado atual é um estado final. Ao atingir o estado final, concluímos o funcionamento da Máquina de Turing, imprimindo uma mensagem informando que a palavra foi aceita e mostrando a fita final. Se algum dos passos anteriores falhar, imprime-se uma mensagem informando que a palavra não foi aceita.

5. O loop principal termina quando a palavra é aceita, a cabeça de leitura/escrita sai dos limites da fita, ou o estado atual não é um estado final e nenhuma transição válida é encontrada.

- **Adições tardias.**

Devido ao erro *java.lang.ArrayIndexOutOfBoundsException: Index -1 out of bounds for length*, que ocorre quando a cabeça se move para o índice -1, que está fora dos limites válidos do array. Para resolver esse problema, é necessário garantir que a cabeça de leitura nunca se mova para uma posição negativa, modificando o método *moverCabeca* para evitar que a cabeça se mova para fora dos limites e adicionando um método para expandir a fita, dessa forma, caso ocorra um movimento fora dos limites da fita, é possível acomodar o movimento.

RESULTADO

Com os procedimentos realizados anteriormente, o pleno funcionamento completo do código foi alcançado conforme o esperado - Para melhor visualização dos resultados, é utilizado a seguinte Máquina de Turing:

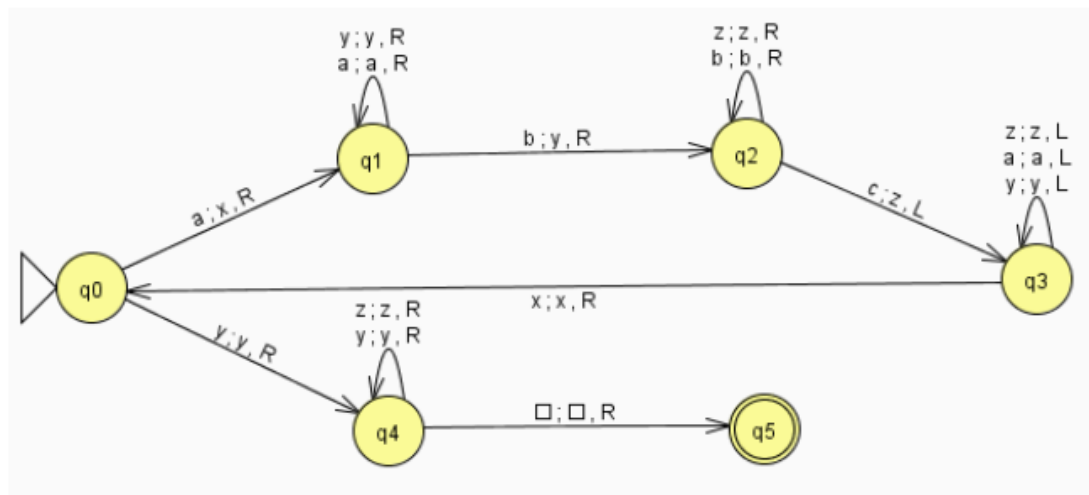


Figura 1, Máquina de Turing que aceita $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$.

Primeiramente, é realizada a entrada do usuário, utilizando da definição formal da Máquina de Turing.

```

Informe o estado inicial: q0
Informe os estados finais (separados por espaço): q5
Informe o conjunto de estados (separados por espaço): q0 q1 q2 q3 q4 q5
Informe os símbolos de entrada (separados por espaço): a b c
Informe os símbolos da fita, incluindo o símbolo branco. (separados por espaço): a b c x y z _
Informe o marcador de início: <
  
```

Figura 2.

A definição formal é definida por uma quintupla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde:

Q: Conjunto finito de estados.

Σ : Alfabeto finito de símbolos de entrada.

δ : Função de transição que mapeia pares de um estado e um símbolo para um novo estado.

q_0 : Estado inicial do AFD.

F: Conjunto de estados finais.

Em seguida, é preenchida as transições, também pelo usuário.

```
Preencha as transições:
? (q0,a): q1,x,R
? (q0,b): X
? (q0,c): X
? (q0,x): X
? (q0,y): q4,y,R
? (q0,z): X
? (q0,_): X
? (q1,a): q1,a,R
? (q1,b): q2,y,R
? (q1,c): X
? (q1,x): X
? (q1,y): q1,y,R
? (q1,z): X
? (q1,_): X
? (q2,a): X
? (q2,b): q2,b,R
? (q2,c): q3,z,L
? (q2,x): X
? (q2,y): X
? (q2,z): q2,z,R
? (q2,_): X
? (q3,a): q3,a,L
? (q3,b): q3,b,L
? (q3,c): X
? (q3,x): q0,x,R
? (q3,y): q3,y,L
? (q3,z): q3,z,L
? (q3,_): X
? (q4,a): X
? (q4,b): X
? (q4,c): X
? (q4,x): X
? (q4,y): q4,y,R
? (q4,z): q4,z,R
? (q4,_): q5_,R
? (q5,a): X
? (q5,b): X
? (q5,c): X
? (q5,x): X
? (q5,y): X
? (q5,z): X
? (q5,_): X
```

Figura 3.

Concluindo, o programa pede ao usuário que insira uma palavra a ser verificada, dessa forma, retornando a validade da palavra inserida baseada nas informações previamente preenchidas. Verificaremos a palavra aabbcc.

```

Insira a palavra a ser verificada: aabbc -----
Estado atual: q0                               Estado atual: q1
Símbolo atual: a                               Símbolo atual: b
Fita: [a]abbcc                               Fita: xxy[b]zc
Próxima transição: (q0,a) -> (q1,x,R)       Próxima transição: (q1,b) -> (q2,y,R)
-----
Estado atual: q1                               Estado atual: q2
Símbolo atual: a                               Símbolo atual: z
Fita: x[a]bbcc                               Fita: xxyy[z]c
Próxima transição: (q1,a) -> (q1,a,R)       Próxima transição: (q2,z) -> (q2,z,R)
-----
Estado atual: q1                               Estado atual: q2
Símbolo atual: b                               Símbolo atual: c
Fita: xa[b]bcc                               Fita: xxyyz[c]
Próxima transição: (q1,b) -> (q2,y,R)       Próxima transição: (q2,c) -> (q3,z,L)
-----
Estado atual: q2                               Estado atual: q3
Símbolo atual: b                               Símbolo atual: z
Fita: xay[b]cc                               Fita: xxyy[z]z
Próxima transição: (q2,b) -> (q2,b,R)       Próxima transição: (q3,z) -> (q3,z,L)
-----
Estado atual: q2                               Estado atual: q3
Símbolo atual: c                               Símbolo atual: y
Fita: xayb[c]c                               Fita: xxy[y]zz
Próxima transição: (q2,c) -> (q3,z,L)       Próxima transição: (q3,y) -> (q3,y,L)
-----
Estado atual: q3                               Estado atual: q3
Símbolo atual: b                               Símbolo atual: y
Fita: xay[b]zc                               Fita: xx[y]yzz
Próxima transição: (q3,b) -> (q3,b,L)       Próxima transição: (q3,y) -> (q3,y,L)
-----
Estado atual: q3                               Estado atual: q3
Símbolo atual: y                               Símbolo atual: x
Fita: xa[y]bzc                               Fita: x[x]yyzz
Próxima transição: (q3,y) -> (q3,y,L)       Próxima transição: (q3,x) -> (q0,x,R)
-----
Estado atual: q3                               Estado atual: q0
Símbolo atual: a                               Símbolo atual: y
Fita: x[a]ybzc                               Fita: xx[y]yzz
Próxima transição: (q3,a) -> (q3,a,L)       Próxima transição: (q0,y) -> (q4,y,R)
-----
Estado atual: q3                               Estado atual: q4
Símbolo atual: x                               Símbolo atual: y
Fita: [x]aybzc                               Fita: xxy[y]zz
Próxima transição: (q3,x) -> (q0,x,R)       Próxima transição: (q4,y) -> (q4,y,R)
-----
Estado atual: q0                               Estado atual: q4
Símbolo atual: a                               Símbolo atual: z
Fita: x[a]ybzc                               Fita: xxyy[z]z
Próxima transição: (q0,a) -> (q1,x,R)       Próxima transição: (q4,z) -> (q4,z,R)
-----
Estado atual: q1                               Estado atual: q4
Símbolo atual: y                               Símbolo atual: z
Fita: xx[y]bzc                               Fita: xxyyz[z]
Próxima transição: (q1,y) -> (q1,y,R)       Próxima transição: (q4,z) -> (q4,z,R)

```

Figura 4.

```

-----
Estado atual: q4
Símbolo atual: _
Fita: xxyyzz[_]_____
Próxima transição: (q4,_) -> (q5,_,R)
-----
Palavra aceita!

Fita início:
<aabbc<
Fita final:
<xxyyzz[_]_____

```

Figura 5.

CONCLUSÃO

A partir dos testes realizados acima, tomamos as seguintes conclusões:

O programa foi capaz de concluir sua proposta de forma satisfatória. Ao utilizarmos Java em sua aplicação, foi possível visualizar de forma desconstruída a lógica de programação por trás da implementação de uma Máquina de Turing, tendo sucesso em exemplificar o funcionamento e reconhecer linguagens especificadas pelo usuário. O programa não apenas funcionou como esperado, mas também serviu como um exemplo prático para ilustrar o funcionamento dessas máquinas e sua capacidade de reconhecer linguagens definidas pelo usuário.

Ao longo do trabalho, foi possível explorar de forma prática e lógica as Máquinas de Turing, ultrapassando a barreira de conceitos abstratos. Assim como dito anteriormente, as Máquinas de Turing e a teoria das linguagens formais desempenham um papel crucial na ciência da computação, especialmente na modelagem e análise de sistemas computacionais. As Máquinas de Turing são utilizadas para representar e verificar o comportamento de programas de software e hardware, garantindo que eles funcionem conforme o esperado. Através do projeto, foi possível confirmar sua essencialidade na área e seus estudos.

REFERÊNCIA

POZZA, O.; PENEDO, S. A MÁQUINA DE TURING. [s.l: s.n.]. Disponível em: <<https://www.inf.ufsc.br/~j.barreto/trabaluno/MaqT01.pdf>>.

BRANDÃO, P. Alan Turing: da necessidade do cálculo, a máquina de Turing até à computação. **Revista de Ciências da Computação**, p. 73–88, 2017.