Universidad de Guadalajara

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías
División de Tecnologías para la Integración Ciber-Humana

I7039 Seminario de Solución de Problemas de Inteligencia Artificial I

Actividad 1.
Método de Newton y Gradiente Descendiente

Lisseth Abigail Martínez Castillo
218292645

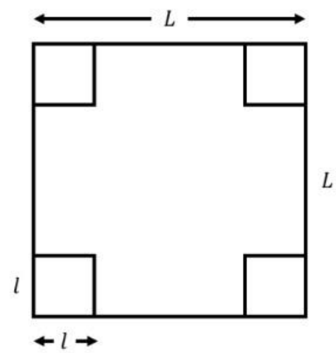
Dr. José de Jesús Hernández Barragán

12 de febrero de 2023

Objetivo

Parte 1.

Obtener el valor para l de tal forma que maximice el volumen de la figura, sabiendo que $L = 20$ centímetros, por medio del método de Newton. El resultado debe ser físicamente posible de implementar.



Parte 2.

Realizar un programa de cómputo que encuentre el mínimo global de las siguientes funciones utilizando el método de Gradiente Descendiente:

$$\boldsymbol{a})\ f(x,y) = xe^{-x^2-y^2}, x, y \in [-2,2]$$

$$\boldsymbol{b})\ f(x) = \sum_{i=1}^{d}(x_i - 2)^2\,, d = 2$$

Resultados

Parte 1.

La función objetivo es definida por:

$$\boldsymbol{f(x) = (20 - 2x)(20 - 2x)x}$$

Que a su vez es equivalente a:

$$\boldsymbol{f(x) = 4x^3 - 80x^2 + 400x}$$

Es necesario obtener su primera derivada, pues nos indica la tasa de cambio de la función

$$\boldsymbol{f'(x) = 12x^2 - 160x + 400}$$

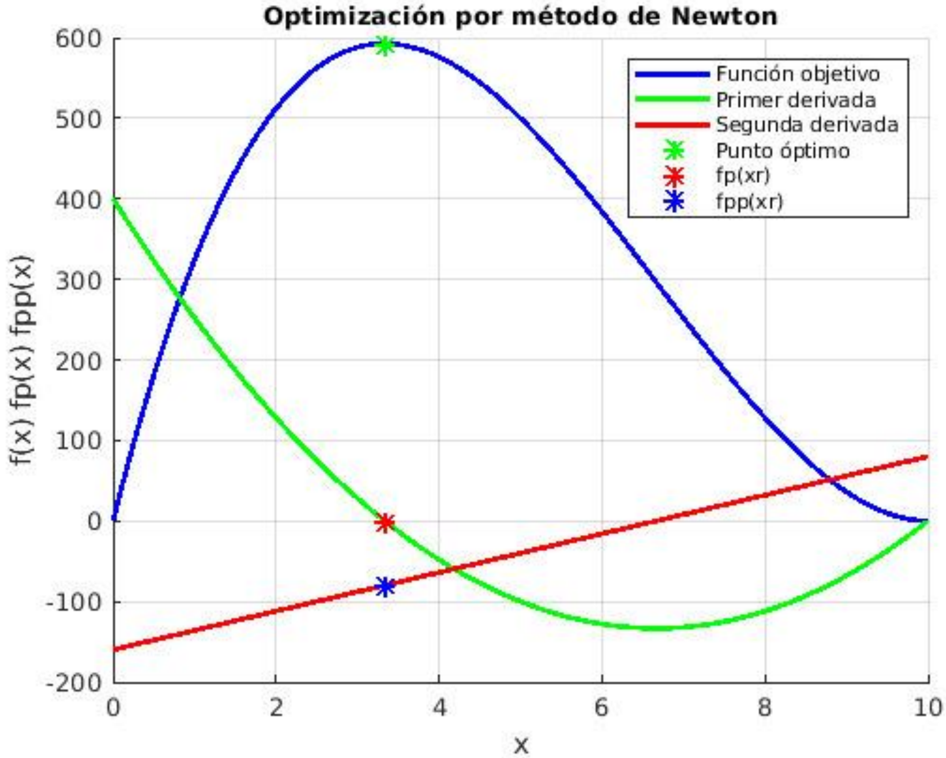
La segunda derivada nos indica si los puntos obtenidos en la primera derivada donde la tasa de cambio es 0, son máximos o mínimos:

$$\boldsymbol{f'(x) = 24x - 160}$$

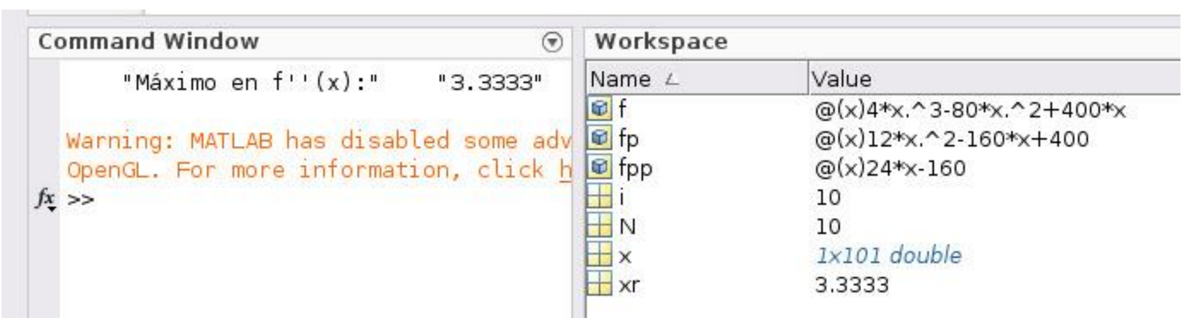
El espacio de búsqueda queda definido como

$$\boldsymbol{x_l = 0, x_u = 0}$$

Gráfica obtenida



Valores obtenidos



Parte 2.

Para optimizar funciones multidimensionales se puede utilizar el método de Gradiente Descendiente

Función objetivo a:

$$\boldsymbol{f(x,y) = xe^{-x^2-y^2}}$$

Derivada parcial respecto a x:

$$\frac{\partial}{\partial x} = e^{-x^2-y^2} - 2e^{-x^2-y^2}x^2$$

Derivada parcial respecto a y:

$$\frac{\partial}{\partial y} = -2e^{-x^2-y^2}xy$$

Con las derivadas parciales se construirá el gradiente:

$$\nabla f(x,y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial y(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial y(x,y)}{\partial x} \end{bmatrix}$$

El método de Gradiente Descendiente aproxima el óptimo de una función por medio de la siguiente ecuación:

$$x_{i+1} = x_i - h\,\nabla f(x_i)$$

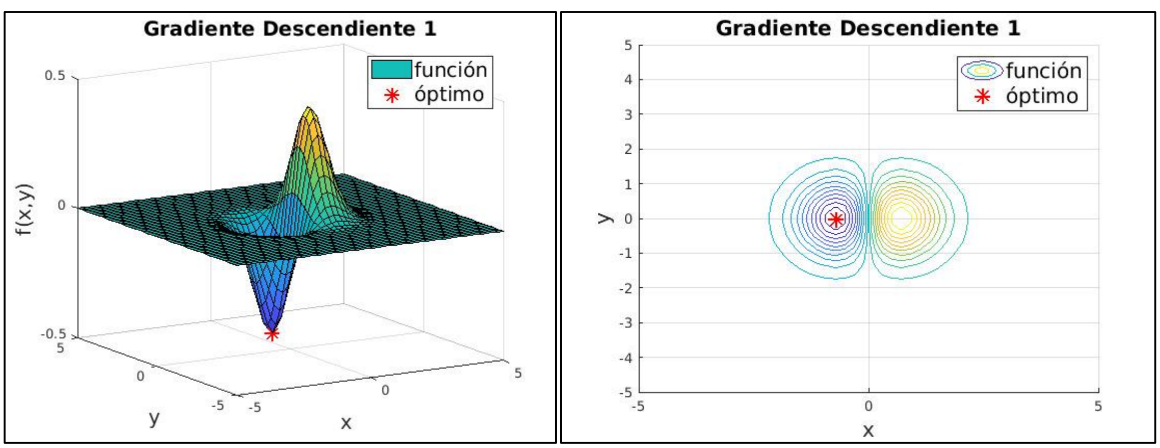
Donde *h* es un valor que amplifica el resultado del gradiente en la iteración *i*.

Para los siguientes valores iniciales:

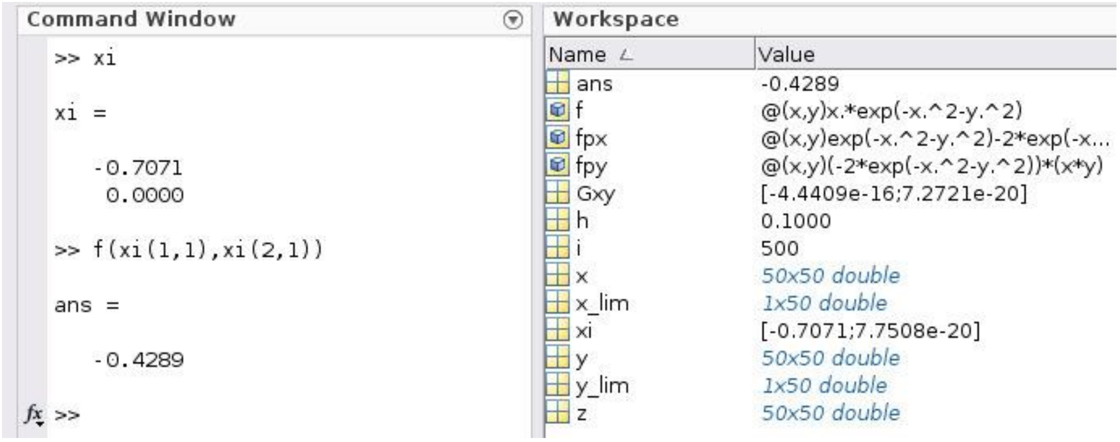
$$x_i = (-1,1), \qquad h = 0.1$$

Los resultados son los siguientes:

<u>Gráficas obtenidas</u>



Valores obtenidos



Función objetivo b:

$$\boldsymbol{f(x) = \sum_{i=1}^{d}(x_i - 2)^2 \,, d = 2}$$

Se reescribe como:

$$\boldsymbol{f(x, y) = (x - 2)^2 + (y - 2)^2}$$

Derivada parcial respecto a x:

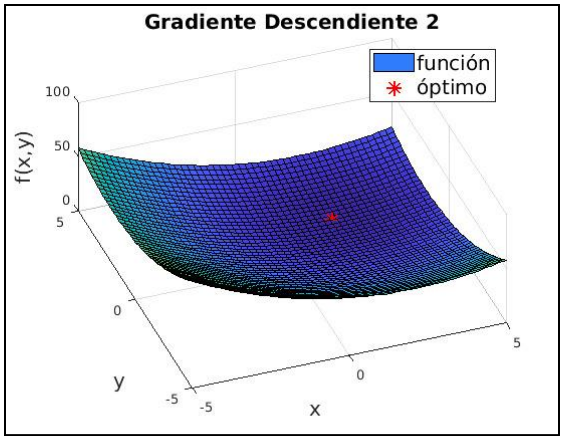
$$\boldsymbol{\frac{\partial}{\partial x} = 2(x - 2)}$$

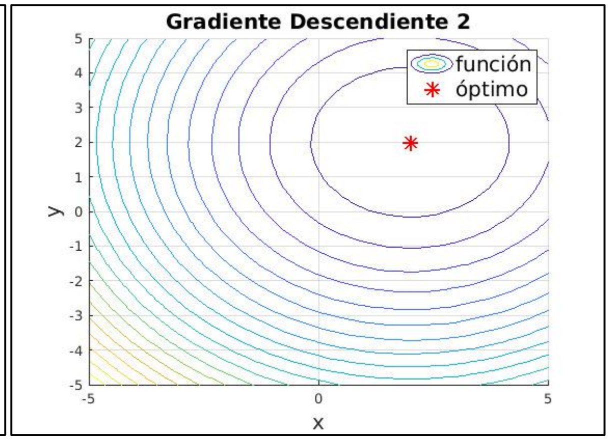
Derivada parcial respecto a y:

$$\boldsymbol{\frac{\partial}{\partial y} = 2(y - 2)}$$

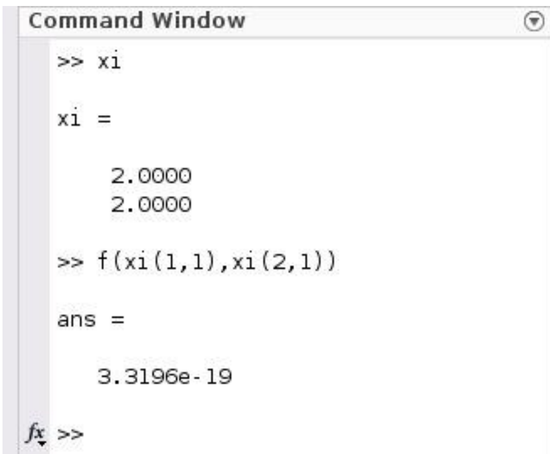
Aplicando el mismo algoritmo explicado anterior obtenemos los siguientes resultados:

Gráficas obtenidas

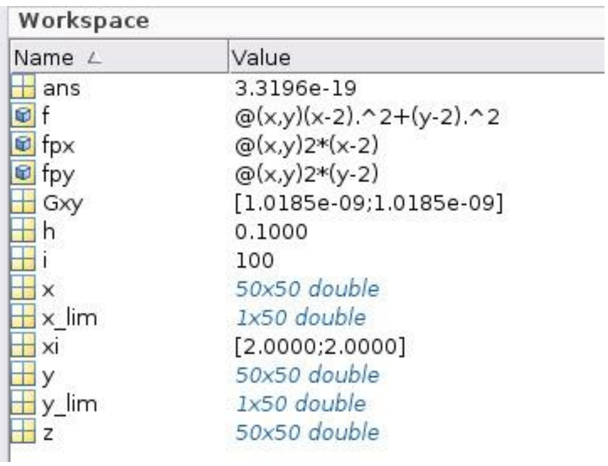




Valores obtenidos



```
Command Window

>> xi

xi =

    2.0000
    2.0000

>> f(xi(1,1),xi(2,1))

ans =

   3.3196e-19

>>
```



Workspace

Name	Value
ans	3.3196e-19
f	@(x,y)(x-2).^2+(y-2).^2
fpx	@(x,y)2*(x-2)
fpy	@(x,y)2*(y-2)
Gxy	[1.0185e-09;1.0185e-09]
h	0.1000
i	100
x	50x50 double
x_lim	1x50 double
xi	[2.0000;2.0000]
y	50x50 double
y_lim	1x50 double
z	50x50 double

Conclusión

Existen diversas razones para la aplicación de métodos de optimización, por ejemplo, nos permiten encontrar soluciones óptimas a diversas problemáticas multidisciplinarias, por lo tanto, esto desarrolla propuestas eficientes en términos de recursos; gracias a ellos podemos mejorar la toma de decisiones, predecir o prevenir resultados, mejorar la calidad de productos como lo planteaba el problema inicial y con la ayuda de herramientas de cómputo es posible la automatización de este proceso.

Tenemos a la disposición diversos métodos, todos ellos con diferentes características, es importante seleccionar el adecuado conforme a la problemática planteada considerando sus atributos.

Dentro de mi investigación pude encontrar que el método de Newton es eficiente en términos de tiempo de cálculo y puede converger fácilmente cuando las funciones son suaves y cuadráticas, pero puede ser sensible a la condición inicial y divergir si no se selecciona correctamente. Por otra parte, el método gradiente descendiente es escalable para grandes conjuntos de datos, pero este método puede ser sensible a la elección de la tasa de aprendizaje y puede converger lentamente si la función es compleja o tiene múltiples mínimos locales.