

# 空间填充曲线映射算法研究

徐红波

(黑龙江东方学院计算机学部 黑龙江 哈尔滨 150086)

**摘要** 空间填充曲线是一种降低空间维度的方法。空间填充曲线能够将高维空间中的数据映射到一维空间,使用经典线性索引结构存储数据。空间填充曲线有 Hilbert 曲线、Z 曲线和 Gray 曲线。本文详细叙述这些曲线的映射算法,分析算法的时间复杂度和空间复杂度。

**关键词** 空间填充曲线;降维;映射算法

Research on Mapping Algorithm of Space-filling Curve

Xu Hongbo

(Department of Computer, Heilongjiang East College, Harbin, 150086)

**Abstract** Space-filling curve is a method of reducing dimension. Space-filling curve maps data in high-dimensional space to data in linear space. Classical linear index structure can store data in high-dimensional space. Space-filling curve includes Hilbert curve, Z curve and Gray curve. The paper describes mapping algorithms of these curves, analyses complexity of time and space.

**Key words** space-filling curve; reduction of dimensionality; mapping algorithm

## 1. 引言

基于空间填充曲线的索引方法的基本思想是:按照某种策略将索引空间细分为许多网格,给每一网格分配唯一编号,用这些编号为空间目标获得具有代表意义的数字。多维的空间目标能够被映射成一维目标,可以利用关系数据库管理系统中经典一维索引技术,提供对一维数据的快速存取。问题的关键在于映射算法必须较好地保持多维空间目标间的邻近关系以提供较好的空间查询性能<sup>[1]</sup>。

## 2. 空间填充曲线

空间填充曲线是一种降低空间维度的方法。它像线一样穿过空间每个离散单元,且只穿过一次。常用空间填充曲线有 Hilbert 曲线、Z 曲线和 Gray 曲线。Hilbert 曲线的数据聚类特性最优,Z 曲线的数据聚类特性最差。Hilbert 曲线的映射过程最复杂,Z 曲线的映射过程最简单<sup>[2]</sup>。

### 2.1 Hilbert 曲线

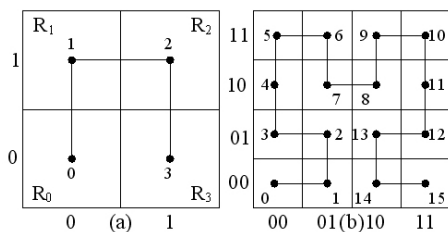


Fig.1 Hilbert Curves of Order 1 and 2

图 1 1 阶和 2 阶 Hilbert 曲线

基本 Hilbert 曲线是由 4 个网格( $R_0, R_1, R_2, R_3$ )中心点连接在一起组成的网格曲线(图 1(a))。设基本 Hilbert 曲线的阶为 1,为了获得  $i$  阶 Hilbert 曲线,将基本 Hilbert 曲线的每个网格由  $(i-1)$  阶 Hilbert 曲线进行填充,同时  $(i-1)$  阶 Hilbert 曲线必须进行相应旋转操作。

旋转操作:在  $R_0$  中  $(i-1)$  阶曲线先以垂直中线为轴旋转 180 度再平面顺时针旋转 90 度;在  $R_1$  和  $R_2$  中  $(i-1)$  阶曲线无变化;在  $R_3$  中  $(i-1)$  阶曲线先以垂直中线为轴旋转 180 度再平面逆时针旋转 90 度。2 阶 Hilbert 曲线如图 1(b)所示。

$d$  维  $m$  阶 Hilbert 曲线映射算法<sup>[3]</sup>:

基本符号:Byte 为长度为  $d$  的二进制串; $r$  为长度为  $dm$  的 H 值, $r=0 \dots 11 \dots 12 \dots 1d \dots 11 \dots 12 \dots 1d \dots m1 \dots m2 \dots p_{dm}$ ,其中: $i_j(1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq d)$  为二进制数值, $i_j = i1 \dots i2 \dots id$  为  $r$  的第  $i$  个 Byte; $j$  为点  $p(p_1, p_2, \dots, p_d)$  第  $j$  维坐标值,其中: $j = 1 \dots 2 \dots m(1 \leq j \leq d)$ ;  $J$  为  $i$  中最靠右位置  $j$ ,使得  $i_{jdo}$  若  $i$  中所有位置上的值均相等,则  $J=d$ ; Parity 为 Byte 中值为 1 的位数; $\oplus$  为异或操作; $\ll$  为循环左移操作; $\%$  为求余操作。

Hilbert( $p, m, d$ )

输入:点  $p=(p_1, \dots, p_d)$ , 阶  $m$ , 维数  $d$ ;

输出:  $H(p)$ ;

Begin

```
for i=1 to m do
  for j=1 to d do
     $a_j = i_j$ ;
    if  $i == 1$  then  $r = 00 \dots 00$ ;
    else  $r = r - 1 \oplus T_{i-1}$ ;
   $O_i = a \oplus i$ ;
  if  $i == 1$  then  $o1 = O_1$ ;
  else  $o = O_i \ll ((J-1) + (J-1) + \dots + (J-1))$ ;
   $i1 = O_i$ ;
  for j=2 to d do
     $i_j = i_{j-1} \oplus a_j$ ;
   $T_i = O_i$ ;
   $T_i = T_i \oplus 00 \dots 01$ ;
  if Parity( $T_i$ )%2==1 then  $T_i = T_i \oplus (1 \ll J)$ ;
  if  $i == 1$  then  $T_i = T_i$ ;
  else  $T_i = T_i \ll ((J-1) + (J-1) + \dots + (J-1))$ ;
   $h = (h \ll d) \oplus i$ ;
return(h);
End.
```

在 Hilbert 曲线的映射算法中外循环次数为  $m$ , 在循环体中计算

$a_i, O_i, a_i, i_1, T_i, T_i$  和  $h$  的值均是  $d$  位二进制操作,故映射算法的时间复杂度为  $O(md)$ ,存储上述中间变量需要  $md$  位内存空间,故映射算法的空间复杂度为  $O(md)$ 。

### 2.2 Z 曲线

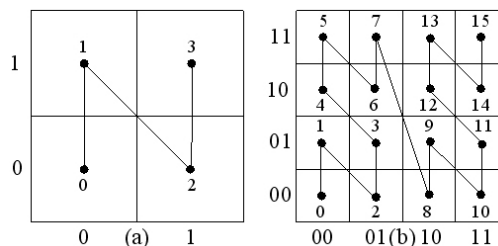


Fig. 2 Z Curves of Order 1 and 2

图 2 1 阶和 2 阶 Z 曲线

基本 Z 曲线是一条大小为  $2 \times 2$  且阶为 1 的网格曲线(图 2(a))。为了获得  $i$  阶 Z 曲线,则将基本 Z 曲线的每个网格由  $(i-1)$  阶 Z 曲线进行填充。2 阶 Z 曲线如图 2(b)所示。

$d$  维  $m$  阶 Z 曲线映射算法<sup>[4]</sup>: 若点  $p=((p_1 \dots p_{1m})_2, \dots, (p_d \dots p_{dm})_2)$ , 则点  $p$  的 Z 值  $Z(p)=(p_{11} \dots p_{d1} \dots p_{1m} \dots p_{dm})_{2m}$  位运算是基本操作,位运算的次数为  $md$  次,存储点的坐标需要  $md$  位内存空间,故映射算(下转第 112 页)

- [1] 侯风波主编. 高等数学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2000: 46~47, 143~149, 151~153.
- [2] 钱本昌著. 解题之道高等数学范例剖析 240 题 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2004.6: 120~124.
- [3] 张银生, 安建业主编. 高等数学基础教程 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2004.8: 126~143.
- [4] 盛祥耀编. 高等数学 [M]. 上册. 北京: 高等教育出版社, 2001: 162~187.

- [5] 腾桂兰, 杨万禄编. 高等数学 [M]. 上册. 天津: 天津大学出版社, 1996: 69, 221~245.

作者简介: 李雪贵: 1963 年 12 月出生, 女, 广东省清远人, 本科学历, 广东省交通职业技术学院基础部数学教研室一室讲师。研究方向: 数学教学。

[责任编辑: 韩铭]

(上接第 26 页) 3. 冷却问题。天线中密布数百到数千个 T/R 组件, 热功率非常高, 可以达到几千瓦, 因此冷却问题往往成为相控阵雷达设计成败的关键之一。

4. 数据处理能力。相控阵雷达可以主要通过波束的灵活控制来实现其功能上的优势, 因此, 对数据处理能力的要求也高得多。

### 五、发展趋势

有源相控阵雷达的每个辐射器都配有一个发射/接收组件, 每一个组件都能自己产生、接收电磁波, 因此在频宽、信号处理和冗余度设计上都比无源相控阵雷达具有较大的优势。正因为如此, 也使得有源相控阵雷达的造价昂贵, 工程化难度加大。但有源相控阵雷达在功能上有独特优点, 大有取代无源相控阵雷达的趋势, 有源相控阵主要具有以下几个优势:

1. 低脉冲功率, 高工作比, 宽频带 (可达 20% 以上带宽, 无源阵 6% - 10%)。隐身兵器通常对付工作在某一波段的雷达是有效的, 而面对覆盖波段很宽的雷达就无能为力了, 它很可能被超宽带雷达波中的某一频率的电磁波探测到。另一方面, 超宽带雷达发射的脉冲极窄, 具有相当高的距离分辨率, 可探测到小目标。目前美国正在研制、试验超宽带雷达, 已完成动目标显示技术的研究, 将要进行雷达波形的试验。

2. 易于实现数字波束形成和天线阵列信号处理, 从而大大提高了相控阵雷达的自适应能力和抗电子干扰的能力。

3. 收/发组件与天线构成一体, 从而使发射组件与天线之间以及天线和接收组件之间的射频损耗减至最小。

4. 能够减小雷达截面积, 固定的有源阵面反射不大可能被截获, 而且, 利用收/发组件可以不断的变换波束的位置, 控制波束和降低副瓣电平, 能满足低截获概率的要求。

5. 能实现真正的多模式工作的方式, 即搜索与跟踪功能瞬时交替

工作, 警戒/确认波形允许在目标初始检测后立即进行数据更新, 以便在几个毫秒内就开始稳定, 而不是几秒后开始, 对于相同的发射功率可使探测和跟踪距离增加 50%。

6. 缩小体积以及重量的潜力也很大, 便于装备在中小型的平台上。

### 六、结束语

当然, 相控阵技术不是十全十美的, 也有其缺点。主要是造价昂贵, 典型的相控阵雷达比一般雷达的造价要高出若干倍。此外, 相控阵雷达结构复杂, 设计制造难度大。但是, 相控阵技术的特点与优势, 将进一步引起雷达、导航、通信以及电子战设备等方面的重大变革。相控阵技术能够使雷达、导航、通信以及电子战等功能在一个系统内实现, 解决密集设备相互电子干扰的问题; 能有效抗高密度饱和攻击; 电子隐身、自卫和抗反辐射导弹 (ARM) 攻击; 能对付隐身目标和电子攻击等等。所以, 相控阵技术必将是电子信息的一个重要发展方向。

### 参考文献

- [1] 协同作战能力与网络中心战, 2004.3.
- [2] 舰载相控阵雷达装备水平和研制情况, 《中国雷达》, 2000.2.
- [3] 张坤辉等, 《雷达系统》, 国防工业出版社, 2006.5.

作者简介: 刘栋, 男, 1980 年 8 月出生, 汉, 辽宁锦州人, 辽宁葫芦岛市 91245 部队助理工程师, 研究方向为雷达测控。

秦润东, 男, 1976 年 3 月出生, 汉, 四川重庆人, 辽宁葫芦岛市 91245 部队工程师, 研究方向为雷达测控。

王成, 男, 1983 年 6 月出生, 汉, 湖北人, 辽宁葫芦岛市 91245 部队助理工程师, 研究方向为雷达测控。

[责任编辑: 翟成梁]

(上接第 88 页) 法的时间空间复杂度为  $O(md)$ 。

### 2.3 Gray 曲线

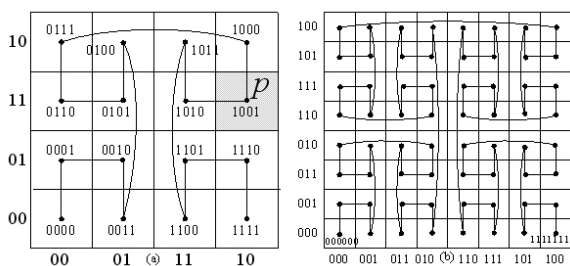


Fig. 3 Gray Curves of Order 2 and 3

图 3 2 阶和 3 阶 Gray 曲线

1 阶 Gray 曲线的形状与 1 阶 Hilbert 曲线的形状相同。为了获得  $i$  阶 Gray 曲线, 将 1 阶 Gray 曲线网格由  $(i-1)$  阶 Gray 曲线进行填充, 同时  $(i-1)$  阶 Gray 曲线必须进行旋转操作。

旋转操作: 在  $R_0$  和  $R_3$  中  $(i-1)$  阶曲线无变化; 在  $R_1$  中  $(i-1)$  阶曲线平面顺时针旋转 180 度; 在  $R_2$  中  $(i-1)$  阶曲线平面逆时针旋转 180 度。2 阶和 3 阶 Gray 曲线如图 3(a) 和图 3(b) 所示。

$G(p(3,2))$  的计算过程: 将十进制坐标值转换成二进制值, 即  $p(3_0, 2_0) = p(11_2, 10_2)$ ; 将二进制值作为序号 number, 求得序号对应格雷码 graycode, 即 11 10, 10 11; 对 (10, 11) 进行位交错操作, 得位串 1101; 将位串作为格雷码, 求得格雷码对应序号 1001。故  $G(p(3,2)) = (1001)_2$ 。

从序号到格雷码的映射函数<sup>[4]</sup>:  $graycode = number \oplus (number/2)$ 。

从格雷码到序号的映射算法<sup>[4]</sup>:

```
Begin
number=0;
while (graycode>0) do
number=number $\oplus$ graycode;
graycode=graycode/2;
End.
```

### 3. 小结

基于空间填充曲线的索引方法将多维空间目标映射成一维目标, 在此基础上利用关系数据库管理系统中经典线性索引技术, 提供对多维空间数据的快速存取和检索。该方法比较简单, 易于实现。

### 参考文献

- [1] 郭薇, 郭菁, 胡志勇. 空间数据库索引技术 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2006.4.
- [2] F. Mohamed, G. A. Walid. Analysis of Multi-Dimensional Space-Filling Curves [J]. Geoinformatica, 7(3): 179-209, 2003.
- [3] J. Lawder. Calculation of Mappings Between One and  $n$ -dimensional Values Using the Hilbert Space-filling Curve [R]. J.L1/00, London: Birkbeck College, University of London, 2000.
- [4] 谢昆清等. 空间数据库 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.12.

作者简介: 徐红波, 男, 1980 年生, 工学硕士, 助教, 主要研究领域为空间数据库索引结构。

[责任编辑: 韩铭]