Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа **№2**

**«Численное решение нелинейных уравнений и систем»**

по дисциплине «Вычислительная математика**»**

Вариант: **2**

**Преподаватель:**   
Малышева Татьяна Алексеевна

**Выполнил:**

Амузинский Артем Андреевич

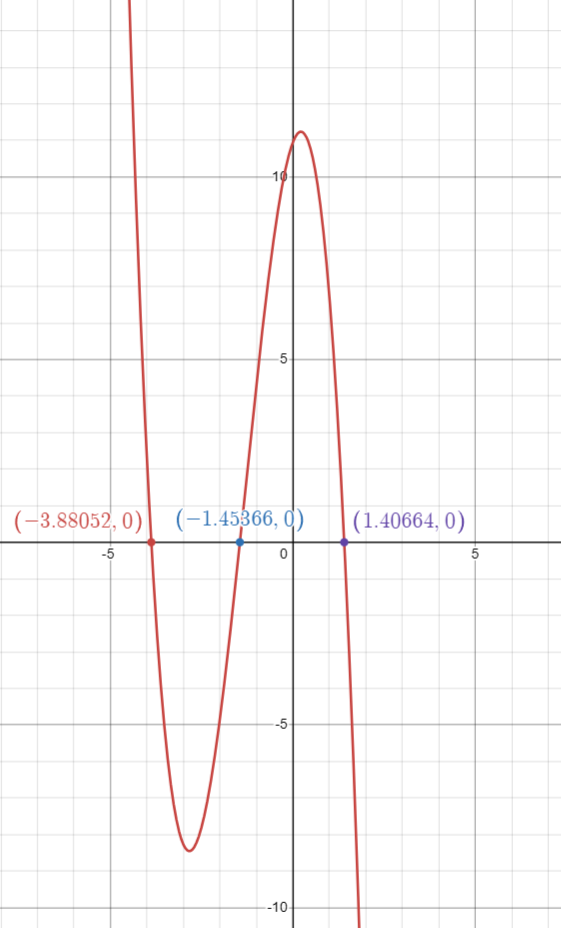
**Группа:** Р3206

Санкт-Петербург, 2025 г.

Цель работы: изучить численные методы решения нелинейных уравнений и их систем, найти корни заданного нелинейного уравнения/системы нелинейных уравнений, выполнить программную реализацию методов.

# 1. Вычислительная реализация задачи

# 1. Решение нелинейного уравнения



1. Для определения интервалов изоляции корней данного уравнения, можно воспользоваться методом интервалов знакопеременности. Для этого нужно найти значения функции на различных интервалах и определить знак функции на каждом из них.  
     
   Получим приближенные значения корней:  
   x ≈ -3.9, x ≈ -1.5, x ≈ 1.4

Теперь нужно разбить ось x на 4 интервала: (-∞, -3.9), (-3.9, -1.5), (-1.5, 1.4) и (1.4, +∞). На каждом из этих интервалов нужно определить знак функции.

Для этого можем вычислить значения функции в произвольной точке каждого интервала. Например, для интервала (-∞, -3.9) можно выбрать x = -4, для интервала (-3.9, -1.5) x = -2, для интервала (-1.5, 1.4) x = 0, и для интервала (1.4, +∞) x = 2.

Таким образом, получим следующие значения функции:

для x = -4: f(-4) = 2.27

для x = -2: f(-2) = -4.83

для x = 0: f(0) = 10.95

для x = 2: f(2) = -16.63

Знаки функции на каждом интервале будут соответственно:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (-∞, -3.9) | (-3.9, -1.5) | (-1.5, 1.4) | (1.4, +∞) |
| + | - | + | - |

Таким образом, мы получаем два интервала изоляции корней уравнения:

(-4, -1.5), (-1.5, 1) и (1, 1.5).

x1 ≈

x2 ≈

x3 ≈

Крайний правый корень – **Метод простой итерации**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | xk | xk+1 | f(xk+1) | │ xk+1- xk│ |
| 1 | 1.5000000000 | 1.4109976092 | -0.0911532437 | 0.0890023908 |
| 2 | 1.4109976092 | 1.4070352861 | -0.0082495610 | 0.0039623231 |
| 3 | 1.4070352861 | 1.4066766875 | -0.0007640344 | 0.0003585986 |
| 4 | 1.4066766875 | **1.4066434758** | -0.0000709075 | 0.0000332117 |

Крайний левый корень – **Метод хорд**

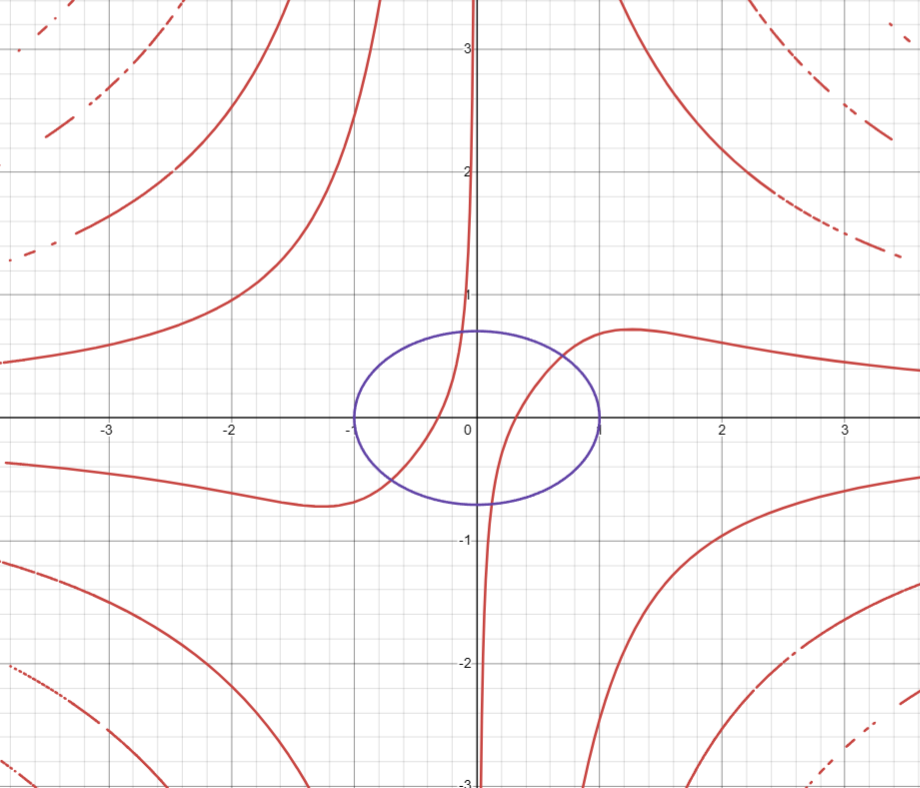
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | a | b | x | f(a) | f(b) | f(x) | |xk+1 - xk| |
| 1 | -4.00000 | -2.00000 | -3.36056 | 2.27000 | -4.83000 | -6.52285 | -1.36056 |
| 2 | -4.00000 | -3.36056 | -3.83492 | 2.27000 | -6.52285 | -0.78540 | -0.47436 |
| 3 | -4.00000 | -3.83492 | -3.87735 | 2.27000 | -0.78540 | -0.05591 | -0.04243 |
| 4 | -4.00000 | -3.87735 | **-3.88030** | 2.27000 | -0.05591 | -0.00381 | -0.00295 |

Центральный корень – **Метод секущих**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | xi-1 | xi | xi+1 | f(xi+1) | │ xi+1- xi│ |
| 1 | -1.5000000 | -1.0000000 | -1.4537376 | -0.0007590 | 0.4537376 |
| 2 | -1.0000000 | -1.4537376 | **-1.4536582** | 0.0000010 | 0.0000793 |

# 2. Решение системы нелинейных уравнений

1. , Метод Ньютона



Отметим, что решение системы уравнений являются точки пересечения эллипса и , следовательно, система имеет не более четырех различных решений.

Построим матрицу Якоби:

*, , ,*

**Корень 1:** Шаг 1: Выбираем

Шаг 2. Решаем полученную систему.

Шаг 3. Вычисляем очередные приближения:

,

, ответ найден, **корень 1**: ()

Аналогично находим **другой корень**:

Из графического решения, корни симметричны, следовательно, **другие 2 корня**

# 2. Программная реализация задачи