

# Лабораторная работа #7

Эффективность рекламы. Вариант 11

Баулин Егор Александрович, учебная группа: НКНбд-01-18

# Содержание

Цель работы	4
Выполнение лабораторной работы	5
Теоретическое введение . . . . .	5
Задание . . . . .	6
Графики . . . . .	11
Вопросы к лабораторной . . . . .	15
Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель) . . . . .	15
Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение) . . . . .	16
На что влияет коэффициент $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$ в модели распространения рекламы . . . . .	16
Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ . . . . .	16
Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ . . . . .	17
Выводы	18

## Список иллюстраций

0.1	Первый случай . . . . .	11
0.2	Второй случай . . . . .	12
0.3	Третий случай . . . . .	13
0.4	Все случаи . . . . .	14
0.5	Сравнение эффективности . . . . .	15
0.6	График решения уравнения модели Мальтуса . . . . .	17
0.7	График логистической кривой . . . . .	17

## Цель работы

- Рассмотреть модель эффективности рекламы в разных случаях.
- Построить график распространения рекламы.
- Сравнить решения, учитывающее вклад только платной рекламы и учитывающее вклад только сар

# Выполнение лабораторной работы

## Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{\partial n}{\partial t}$  — скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить;

$t$  — время, прошедшее с начала рекламной кампании;

$n(t)$  — число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем. Это описывается следующим образом:

$$\alpha_1(t)(N - n(t))$$

$N$  — общее число потенциальных платежеспособных покупателей

$\alpha_1(t) > 0$  — характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени).

Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной

$$\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$$

эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

## Задание

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

- $\frac{\partial n}{\partial t} = (0.84 + 0.00022n(t))(N - n(t))$
- $\frac{\partial n}{\partial t} = (0.0000022 + 0.74n(t))(N - n(t))$
- $\frac{\partial n}{\partial t} = (0.74\sin(t) + 0.35\cos(t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 1005$ , в начальный момент о товаре знает 11 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

1. Построить график распространения рекламы.
2. Сравнить эффективность рекламной кампании при  $\alpha_1(t) > \alpha_2(t)$  и  $\alpha_1(t) < \alpha_2(t)$

3. Определить в какой момент времени эффективность рекламы будет иметь максимально быстрый рост.
4. Построить решение, если учитывать вклад только платной рекламы
5. Построить решение, если предположить, что информация о товаре распространяется только путем «сарафанного радио», сравнить оба решения

Код на Python:

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

x0 = 11 # Количество людей, знающий о товаре в начальный момент времени
N = 1005 # Аудитория
t = np.arange(0, 12, 0.01) # Длительность компании

# Функция отвечающая за платную рекламу
def k1(t):
    g = 0.84
    return g

def k2(t):
    g = 0.000022
    return g

def k3(t):
    g = 0.74 * np.sin(t)
```

```
return g
```

```
# Для задания
```

```
def k4(t):
```

```
    g = 0.007
```

```
    return g
```

```
def p1(t):
```

```
    v = 0.00022
```

```
    return v
```

```
def p2(t):
```

```
    v = 0.74
```

```
    return v
```

```
def p3(t):
```

```
    v = 0.35 * np.cos(t)
```

```
    return v
```

```
# Для задания
```

```
def p4(t):
```

```
    v = 0.0007
```

```
    return v
```



# Уравнение, описывающее распространение рекламы

def f1(x, t):

$xd1 = (k1(t) + p1(t) * x) * (N - x)$

    return xd1

def f2(x, t):

$xd2 = (k2(t) + p2(t) * x) * (N - x)$

    return xd2

def f3(x, t):

$xd3 = (k3(t) + p3(t) * x) * (N - x)$

    return xd3

# Платная реклама - ноль

def f4(x, t):

$xd4 = (p4(t) * x) * (N - x)$

    return xd4

# Сарафанное радио - ноль

def f5(x, t):

$xd5 = k1(t) * (N - x)$

    return xd5

# Решение ОДУ

```

x1 = odeint(f1, x0, t)
x2 = odeint(f2, x0, t)
x3 = odeint(f3, x0, t)
x4 = odeint(f4, x0, t)
x5 = odeint(f5, x0, t)

# График для случая 1
plt.plot(t, x1)
plt.show()

# График для случая 2
plt.plot(t, x2)
plt.show()

# Момент времени с максимальной скоростью
t[np.argmax(x2[1:].reshape(1, 1199)/t[1:] + 1)]

# График для случая 3
plt.plot(t, x3)
plt.show()

plt.plot(t, x1, label='Случай №1 ')
plt.plot(t, x2, label='Случай №2 ')
plt.plot(t, x3, label='Случай №3 ')
plt.legend()
plt.show()

plt.plot(t, x4, label='Сарафанное радио')
plt.plot(t, x5, label='Платная реклама')

```

```
plt.legend()
```

```
plt.show()
```

## Графики

Первый случай:  $\alpha_1(t) = 0.84$ ,  $\alpha_2(t) = 0.00022$ .

$$\alpha_1(t) > \alpha_2(t).$$

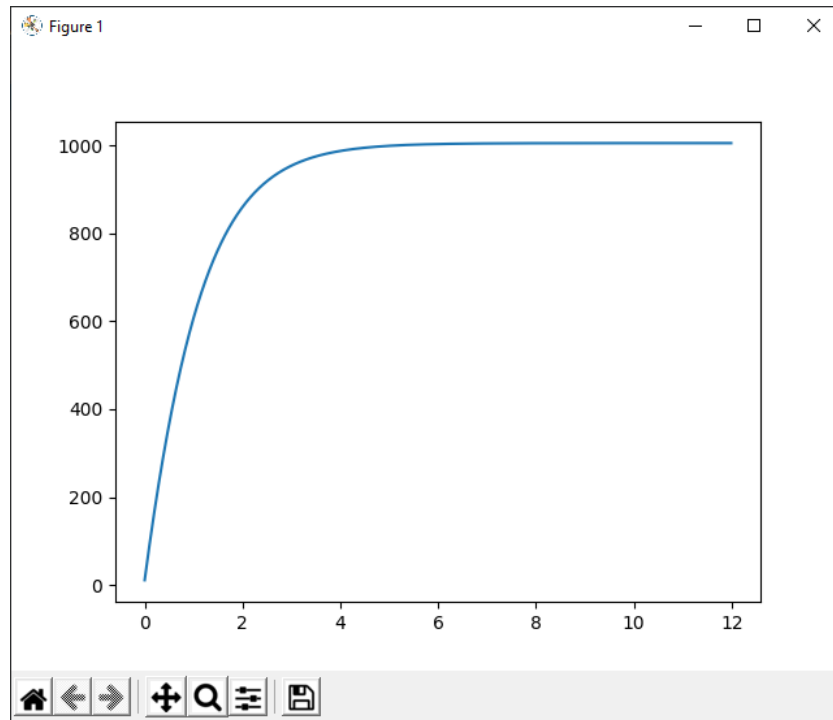


Рис. 0.1: Первый случай

Второй случай:  $\alpha_1(t) = 0.000022$ ,  $\alpha_2(t) = 0.74$ . Наибольшая скорость достигается в момент времени.

$$\alpha_1(t) < \alpha_2(t).$$

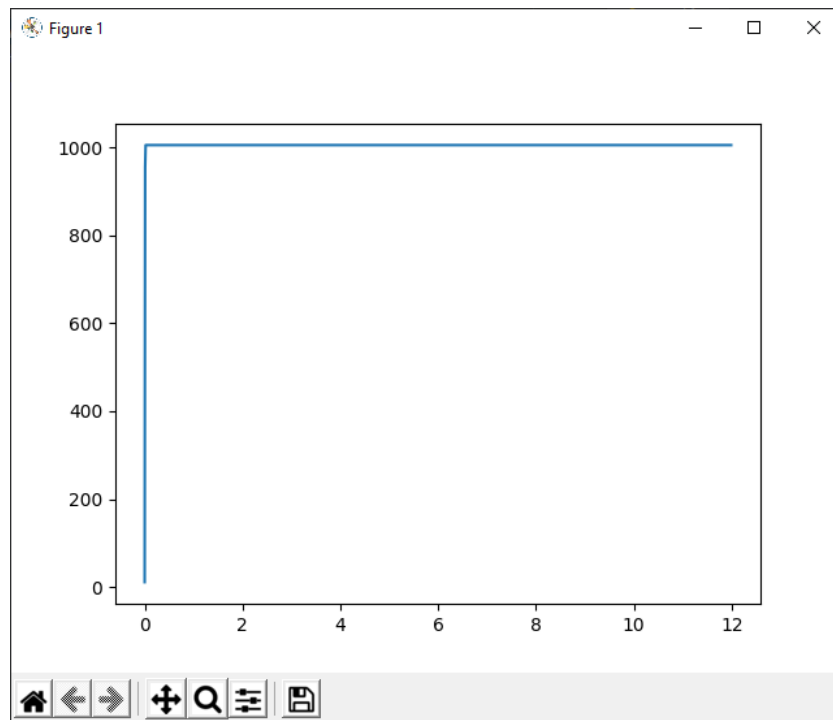


Рис. 0.2: Второй случай

Третий случай:  $\alpha_1(t) = 0.74 * np.sin(t)$ ,  $\alpha_2(t) = 0.35 * np.sin(t)$ .

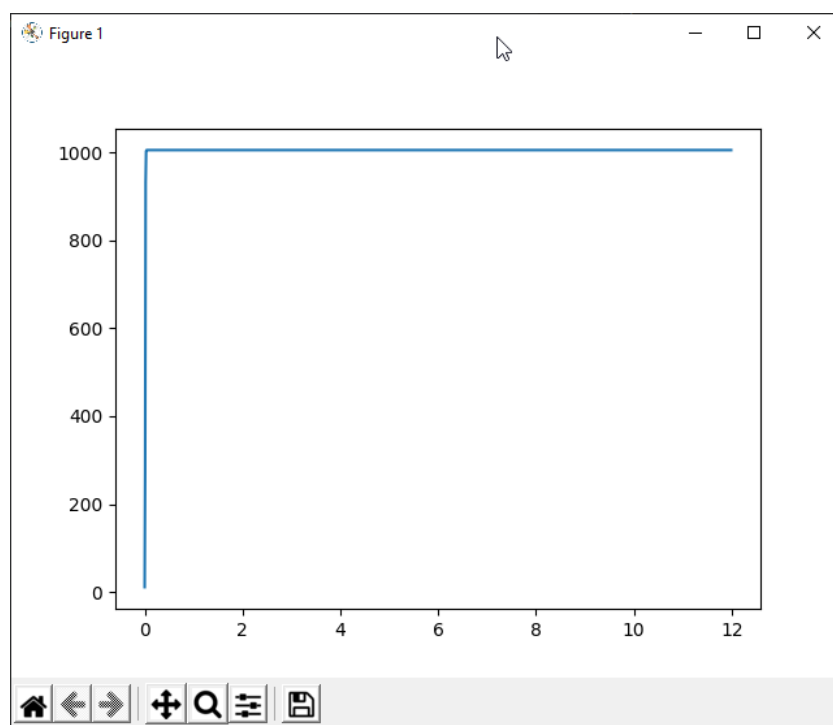


Рис. 0.3: Третий случай

Все случаи вместе:

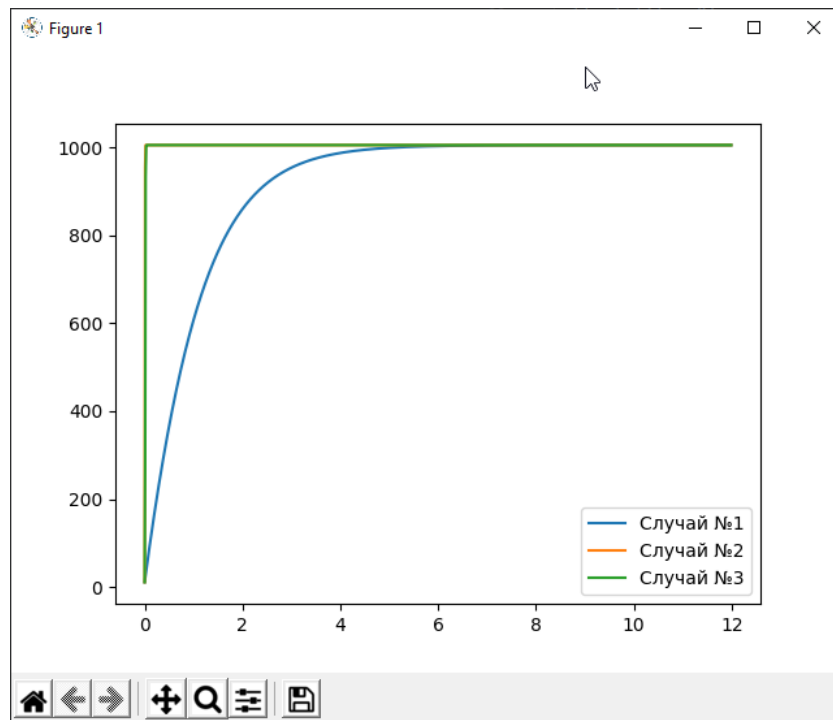


Рис. 0.4: Все случаи

Для сравнения эффективности сарафанного радио и платной рекламы, предположим, что  $\alpha_1() = \alpha_2(t) = 0.0007$ .

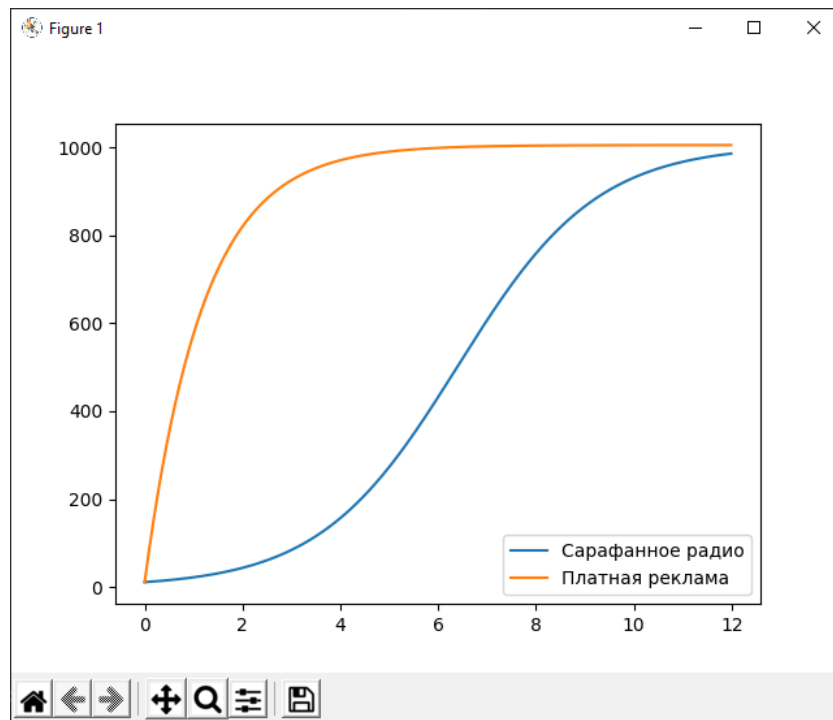


Рис. 0.5: Сравнение эффективности

## Вопросы к лабораторной

Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель)

$$\frac{\partial N}{\partial t} = rN$$

где

- $N$  — исходная численность населения,
- $r$  — коэффициент пропорциональности, для которого  $r = b - d$ , где
  - $b$  — коэффициент рождаемости
  - $d$  — коэффициент смертности
- $t$  — время.

Модель используется в экологии для расчета изменения популяции особей животных.

Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = rP(1 - \frac{P}{K})$$

- $r$  — характеризует скорость роста (размножения)
- $K$  — поддерживающая ёмкость среды (то есть, максимально возможная численность популяции)

Исходные предположения для вывода уравнения при рассмотрении популяционной динамики выглядят следующим образом:

- скорость размножения популяции пропорциональна её текущей численности, при прочих равных условиях;
- скорость размножения популяции пропорциональна количеству доступных ресурсов, при прочих равных условиях. Таким образом, второй член уравнения отражает конкуренцию за ресурсы, которая ограничивает рост популяции.

На что влияет коэффициент  $\alpha_1(t)$  и  $\alpha_2(t)$  в модели распространения рекламы

$\alpha_1(t)$  — интенсивность рекламной кампании, зависящая от затрат

$\alpha_2(t)$  — интенсивность рекламной кампании, зависящая от сарафанного радио

Как ведет себя рассматриваемая модель при  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$

При  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса:



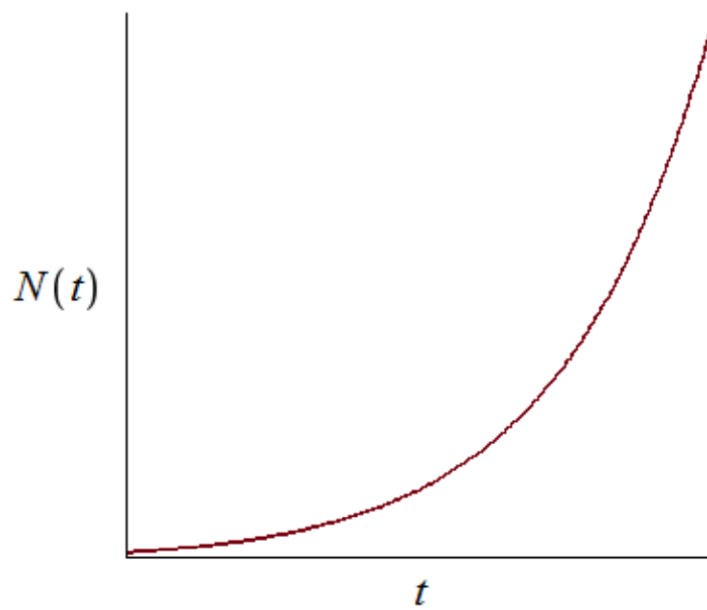


Рис. 0.6: График решения уравнения модели Мальтуса

Как ведет себя рассматриваемая модель при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

При  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  получаем уравнение логистической кривой:

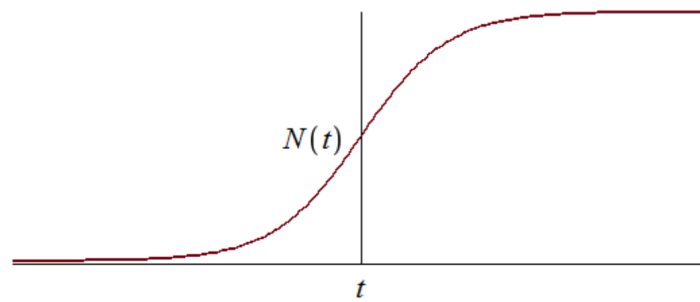


Рис. 0.7: График логистической кривой

## Выводы

- Рассмотрел модель эффективности рекламы в разных случаях.
- Построил график распространения рекламы о салоне красоты.
- Сравнил решения, учитывающее вклад только платной рекламы и учитывающее вклад только сара