Лабораторная работа #5

Модель хищник-жертва. Вариант 11

Баулин Егор Александрович, учебная группа: НКНбд-01-18

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

- Построить график зависимости x от y и графики функций x(t), y(t)

- Найти стационарное состояние системы

Выполнение лабораторной работы

Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник-жертва» — модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях: - Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) - В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса (по экспоненциальному закону), при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает - Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными - Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается - Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = ax(t) + bx(t)y(t) \\ \frac{\partial y}{\partial t} = -cy(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, ñ - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние (положение равновесия, не зависящее от времени решения). Если начальное состояние будет другим, то это приведет к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в начальное состояние. Стационарное состояние системы будет в точке: $x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}$

Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0) = x_0, y(0) = y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей $x(0), y(0)$. Колебания совершаются в противофазе.

Код на Python:

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt


a = 0.23  # Коэффицент естественной смертности хищников
b = 0.43  # Коэффицент естественного прироста жертв
c = 0.053  # Коэффицент увеличения числа хищников
d = 0.033  # Коэффицент смертности жертв


def system2(x, t):
    dx0 = -a * x[0] + c * x[0] * x[1]
    dx1 = b * x[1] - d * x[0] * x[1]
    return dx0, dx1
```

```
x0 = [8, 14]  # Начальные значения x и y (Популяция хищников и популяция жертв

t = np.arange(0, 100, 0.1)

y = odeint(system2, x0, t)

y2 = y[:, 1]  # Массив хищников
y1 = y[:, 0]  # Массив жертв

plt.plot(t, y1, label='Хищники')
plt.plot(t, y2, label='Жертвы')
plt.legend()
plt.show()

# Построение графика зависимости изменения численности хищников от изменения численности ж
plt.plot(y1, y2)
plt.plot(8, 14, 'ro', label='Начальное состояние')
plt.plot(b/d, a/c, 'go', label='Стационарное состояние')
plt.legend()
plt.grid(axis='both')
plt.show()
```

Зависимость изменения численности хищников от изменения численности жертв с начальными значениями $x_0 = 8, y_0 = 14$ и стационарное состояние. (рис. 1)

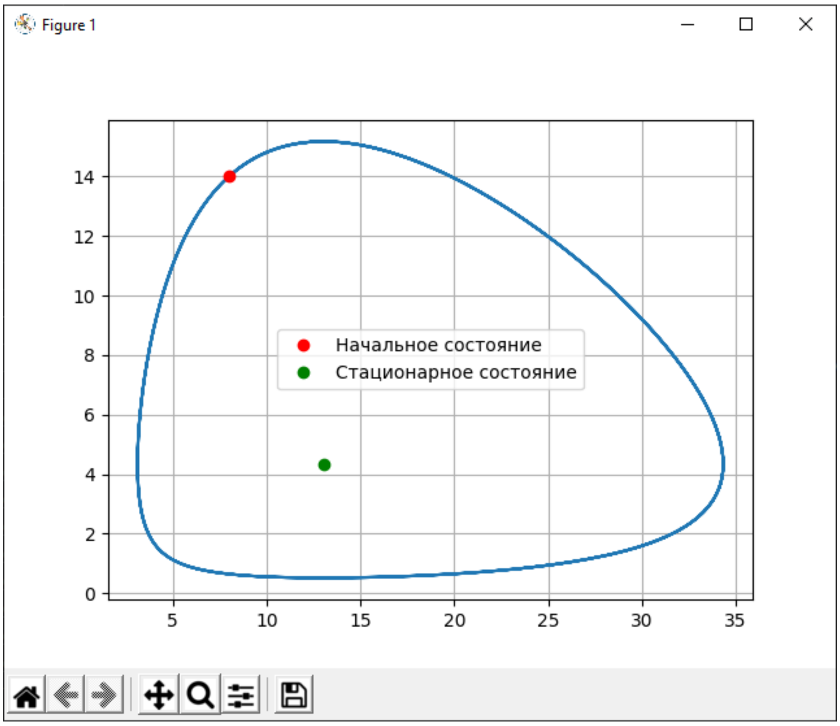

Рис. 0.1: Зависимость x от y и стационарное состояние

С Зависимость численности хищников и жертв от времени с начальными данными y=8, x=14. (рис. 2)

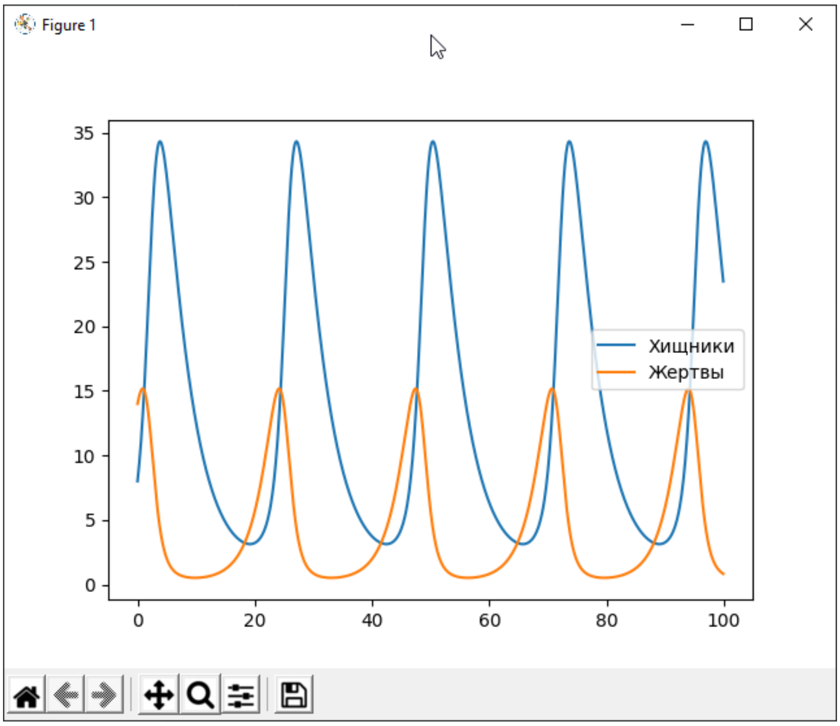

Рис. 0.2: Зависимость x(t) и y(t)

Выводы

- Построил график зависимости x от y и графики функций x(t), y(t)

- Нашёл стационарное состояние системы